

# Mi a címe ennek a kurzusnak?

## 3. Újabb kalandok

2024. szeptember 27.

Mikor igaz az „ $A$  akkor és csak akkor, ha  $B$ ” (rövidítve:  $A \leftrightarrow B$ ) állítás?

Mikor igaz az „ $A$  akkor és csak akkor, ha  $B$ ” (rövidítve:  $A \leftrightarrow B$ ) állítás?

$A$	$B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

Mikor igaz az „ $A$  akkor és csak akkor, ha  $B$ ” (rövidítve:  $A \leftrightarrow B$ ) állítás?

$A$	$B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Mikor igaz az „ $A$  akkor és csak akkor, ha  $B$ ” (rövidítve:  $A \leftrightarrow B$ ) állítás?

$A$	$B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Más szokásos elnevezés: (materiális) ekvivalencia.

Más jelölés:  $\equiv$

# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	
1	0	0
0	1	
0	0	



# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	
0	0	

# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	
0	0	1

# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Más szokásos elnevezései: (materiális) implikáció, philóni kondicionális vagy implikáció.

# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Más szokásos elnevezései: (materiális) implikáció, philóni kondicionális vagy implikáció.

„Ha  $A$ , akkor  $B$ ” egy feltételes állítás. Ha a fenti táblázatnak megfelelően a ‘ha . . . , akkor’-t igazságkonnektívumnak tekintjük, az már egy értelmezés: úgy értjük, hogy „Nem igaz, hogy  $A$  és nem  $B$ ”.

# Kondicionális

Mi a „Ha  $A$ , akkor  $B$ ” mondat (rövidítve:  $A \rightarrow B$ ) igazságértéke a négy esetben?

$A$	$B$	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Más szokásos elnevezései: (materiális) implikáció, philóni kondicionális vagy implikáció.

„Ha  $A$ , akkor  $B$ ” egy feltételes állítás. Ha a fenti táblázatnak megfelelően a ‘ha . . . , akkor’-t igazságkonnektívumnak tekintjük, az már egy *értelmezés*: úgy értjük, hogy „Nem igaz, hogy  $A$  és nem  $B$ ”.

Más lehetőség: úgy értjük, hogy „Lehetetlen, hogy  $A$  és nem  $B$ ”. Ez az értelmezés a szigorú kondicionális vagy implikáció. Ebben az értelmezésben a ‘ha . . . , akkor’ nem igazságkonnektívum.

# Újra a feledékenység erdejében

Alice megint találkozik a két ikerrel, Subidival és Subidammal. Nem lehet őket megkülönböztetni. Az egyikük hétfőn, kedden és szerdán hazudik (mint az Oroszlán), a másik csütörtökön, pénteken és szombaton.

Alice megint találkozik a két ikerrel, Subidival és Subidammal. Nem lehet őket megkülönböztetni. Az egyikük hétfőn, kedden és szerdán hazudik (mint az Oroszlán), a másik csütörtökön, pénteken és szombaton.

58.

Az egyik: Ma nincs vasárnap.

A másik: Pontosabban hétfő van.

Az egyik: Holnap Subidunak hazudós napja lesz.

A másik: Az Oroszlán tegnap hazudott.

Milyen nap van?

Melyikük Subidu, melyik Subidam?

Subidam az Oroszlánra vagy az Egyszarvúra hasonlít?



# Létezik-e Subidi?

Dingidungi azt állítja, hogy van egy harmadik iker is: Subidi, aki mindig hazudik. Mi nem tudjuk, tényleg létezik-e, de annyit higgyünk el Dingidunginak, hogy ha igen, akkor tényleg Subidinek hívják és mindig hazudik.

# Létezik-e Subidi?

Dingidungi azt állítja, hogy van egy harmadik iker is: Subidi, aki mindig hazudik. Mi nem tudjuk, tényleg létezik-e, de annyit higgyünk el Dingidunginak, hogy ha igen, akkor tényleg Subidinek hívják és mindig hazudik.

63.

Alice találkozik az egyik ikerrel, aki ezt mondja neki:

„Subidu vagy Subidam vagyok, és ma hazudok.”

Létezik-e Subidi?

Dingidungi azt állítja, hogy van egy harmadik iker is: Subidi, aki mindig hazudik. Mi nem tudjuk, tényleg létezik-e, de annyit higgyünk el Dingidunginak, hogy ha igen, akkor tényleg Subidinek hívják és mindig hazudik.

63.

Alice találkozik az egyik ikerrel, aki ezt mondja neki:

„Subidu vagy Subidam vagyok, és ma hazudok.”

Létezik-e Subidi?

64. (2. változat)

Alice két ikerrel találkozik.

Az egyik ezt mondja: „Subidi vagyok.”

A másik: „Igen, ő az.”

Most is létezik Subidi?

# Még mindig Subidi

65. (3. változat)

Csak eggyel találkozik, aki ezt állítja:

„Ma hazudós napom van.”

65. (3. változat)

Csak eggyel találkozok, aki ezt állítja:

„Ma hazudós napom van.”

66. (4. változat)

Hétköznap van.

Az egyik: Subidi létezik.

A másik: Létezem.

# Új történet: Portia ládikái

(Vö. Shakespeare: A velencei kalmár.) Portia elrejt egy festményt valamelyik ládikában, és feliratokat tesz rájuk. Annak a kérőnek adja a kezét, aki kitalálja, hogy melyikben van a festmény.

68a.

Egyik ládikán sincs egynél több hamis állítás.

Melyikben van a kép?



68b.

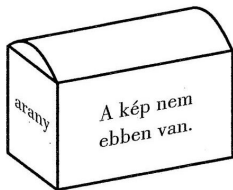
Az egyik ládikán mindkét állítás igaz, egy másikon mindkettő hamis, a harmadikon az egyik igaz, a másik hamis.

Melyikben van a kép?





70.



Melyikben van a kép?

70.



Melyikben van a kép?

„»A kép a aranyládikában van« – jelentette ki diadalmasan a kérő, és felnyitotta annak fedelét. Legnagyobb meglepetésére a ládika üres volt. A kábult kérő kijelentette, hogy Portia becsapta őt. „Én nem csalok” – nevetett Portia, és dölyfös, megvető arckifejezéssel felnyitotta az ezüstit. Persze ott volt a kép.”  
(Smullyan)

# Na most akkor mi van?

Mi az igazságértéke az *ezüst* mondatnak, ha a kép az ezüstitálcájában van?

# Na most akkor mi van?

Mi az igazságértéke az *ezüst* mondatnak, ha a kép az ezüstitálcában van?

(\*) Ha igaz, akkor hamis, és ha hamis, akkor igaz.

# Na most akkor mi van?

Mi az igazságértéke az *ezüst* mondatnak, ha a kép az ezüstitálcájában van?

(\*) Ha igaz, akkor hamis, és ha hamis, akkor igaz.

Tehát nem lehet igazságértéke, nem közöl információt.

# Na most akkor mi van?

Mi az igazságértéke az *ezüst* mondatnak, ha a kép az ezüstitálcában van?

(\*) Ha igaz, akkor hamis, és ha hamis, akkor igaz.

Tehát nem lehet igazságértéke, nem közöl információt.

A (\*) tulajdonságú mondatokat hazug-mondatoknak nevezzük.

Legegyszerűbb példa: „Én (itt és most) hazudok”.

# Na most akkor mi van?

Mi az igazságértéke az *ezüst* mondatnak, ha a kép az ezüstitálcájában van?

(\*) Ha igaz, akkor hamis, és ha hamis, akkor igaz.

Tehát nem lehet igazságértéke, nem közöl információt.

A (\*) tulajdonságú mondatokat hazug-mondatoknak nevezzük.

Legegyszerűbb példa: „Én (itt és most) hazudok”.

Az *ezüst* mondat abban az esetben ilyen, ha a kép ténylegesen az ezüstitálcájában van. Az ilyen mondat kontingens esetleges, tényektől függő) hazug-mondat, szemben az „Én hazudok”-kal (*Hazug*), ami egyszerűen vagy abszolúte hazug-mondat.

# Na most akkor mi van?

Mi az igazságértéke az *ezüst* mondatnak, ha a kép az ezüstládikában van?

(\*) Ha igaz, akkor hamis, és ha hamis, akkor igaz.

Tehát nem lehet igazságértéke, nem közöl információt.

A (\*) tulajdonságú mondatokat hazug-mondatoknak nevezzük.

Legegyszerűbb példa: „Én (itt és most) hazudok”.

Az *ezüst* mondat abban az esetben ilyen, ha a kép ténylegesen

az ezüstládikában van. Az ilyen mondat kontingens esetleges, tényektől függő) hazug-mondat, szemben az „Én hazudok”-kal (*Hazug*), ami egyszerűen vagy abszolúte hazug-mondat.

Smullyan álláspontja: az ilyen anomáliákat felmutató, igazságérték nélküli mondatok csak látszatállítások, nem közölnek semmit, ezért nem is következik belőlük semmi.



# Na most akkor mi van?

Mi az igazságértéke az *ezüst* mondatnak, ha a kép az ezüstládikában van?

(\*) Ha igaz, akkor hamis, és ha hamis, akkor igaz.

Tehát nem lehet igazságértéke, nem közöl információt.

A (\*) tulajdonságú mondatokat hazug-mondatoknak nevezzük.

Legegyszerűbb példa: „Én (itt és most) hazudok”.

Az *ezüst* mondat abban az esetben ilyen, ha a kép ténylegesen az ezüstládikában van. Az ilyen mondat kontingens esetleges, tényektől függő) hazug-mondat, szemben az „Én hazudok”-kal (*Hazug*), ami egyszerűen vagy abszolúte hazug-mondat.

Smullyan álláspontja: az ilyen anomáliákat felmutató, igazságérték nélküli mondatok csak látszatállítások, nem közölnek semmit, ezért nem is következnek belőlük semmi.

Más nézet (Jon Barwise): A hazug-mondatoknak (és rokonságuknak) is lehetséges értelmes szemantikai kezelése, és ha ezt elfogadjuk, akkor semmi ok nincs arra, hogy a következtetésekből kirekesszük őket.

A leghíresebb hazug-mondat: „Minden krétai hazudik”.

A leghíresebb hazug-mondat: „Minden krétai hazudik”.  
„Azt mondta valaki közülök, az ő saját prófétájok: A krétaiak mindig hazugok, gonosz vadak, rest hasak. E bizonyosság igaz . . .”  
(Tit. 1.12-13.)

A leghíresebb hazug-mondat: „Minden krétai hazudik”.

„Azt mondta valaki közülök, az ő saját prófétájok: A krétaiak mindig hazugok, gonosz vadak, rest hasak. E bizonyosság igaz . . .”  
(Tit. 1.12-13.)

De tényleg hazug-mondat a *krétai*? Lehet-e igaz? Lehet-e hamis?

A leghíresebb hazug-mondat: „Minden krétai hazudik”.

„Azt mondta valaki közülök, az ő saját prófétájok: A krétaiak mindig hazugok, gonosz vadak, rest hasak. E bizonyság igaz . . .”  
(Tit. 1.12-13.)

De tényleg hazug-mondat a *krétai*? Lehet-e igaz? Lehet-e hamis?



És ha hozzátesszük (Jean Buridan stílusában) ezt:  
„Egyetlen krétai sem szólt rajta kívül”?

# És az igazmondók?

De mi van akkor, ha a kép az aranyládikában van?

# És az igazmondók?

De mi van akkor, ha a kép az aranyládikában van?

A kérő gondolatmenete szerint ekkor az ezürtládika mondata igaz, és minden rendben van.



# És az igazmondók?

De mi van akkor, ha a kép az aranyládikában van?

A kérő gondolatmenete szerint ekkor az ezüstitűdiká mondata igaz, és minden rendben van.

De ebben az esetben akkor is minden rendben van, ha az *ezüst* mondat hamis; akkor sincs ellentmondás.

Tehát ebben az esetben ugyanolyan joggal gondolhatjuk azt, hogy az *ezüst* igaz, mint azt, hogy hamis. És a dilemmán semmilyen tény nem segíthet.

# És az igazmondók?

De mi van akkor, ha a kép az aranyládikában van?

A kérő gondolatmenete szerint ekkor az ezüstitűdiká mondata igaz, és minden rendben van.

De ebben az esetben akkor is minden rendben van, ha az *ezüst* mondat hamis; akkor sincs ellentmondás.

Tehát ebben az esetben ugyanolyan joggal gondolhatjuk azt, hogy az *ezüst* igaz, mint azt, hogy hamis. És a dilemmán semmilyen tény nem segíthet.

Az *ezüst* tehát ebben a helyzetben (kontingens) igazmondó-mondat: tetszés szerint lehet igaz vagy hamis, a tényektől függetlenül.

# És az igazmondók?

De mi van akkor, ha a kép az aranyládikában van?

A kérő gondolatmenete szerint ekkor az ezüstitálca mondata igaz, és minden rendben van.

De ebben az esetben akkor is minden rendben van, ha az *ezüst* mondat hamis; akkor sincs ellentmondás.

Tehát ebben az esetben ugyanolyan joggal gondolhatjuk azt, hogy az *ezüst* igaz, mint azt, hogy hamis. És a dilemmán semmilyen tény nem segíthet.

Az *ezüst* tehát ebben a helyzetben (kontingens) igazmondó-mondat: tetszés szerint lehet igaz vagy hamis, a tényektől függetlenül.

Nem kontingens az *Igazmondó*: „Én (most, itt) igazat mondok”.

A ládikákat két ötvösmester készítette: Bellini és Cellini. Feliratokat is tettek rájuk, ezekből kell kitalálnunk a kérők helyett a megoldást. Bellini az általa készített ládikákra mindig igaz feliratokat tesz, Cellini mindig hamisakat.

A ládikákat két ötvösmester készítette: Bellini és Cellini. Feliratokat is tettek rájuk, ezekből kell kitalálnunk a kérők helyett a megoldást. Bellini az általa készített ládikákra mindig igaz feliratokat tesz, Cellini mindig hamisakat.

69b.



# Craig felügyelő eseteiből

# Craig felügyelő eseteiből

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

Egy kondicionális akkor és csak akkor hamis, ha a 'ha'-t követő tagmondat (előtag) igaz és az 'akkor'-t követő (az utótag) hamis.



77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

Egy kondicionális akkor és csak akkor hamis, ha a 'ha'-t követő tagmondat (előtag) igaz és az 'akkor'-t követő (az utótag) hamis. Biztos, hogy egy feltételes kijelentés elutasításával állítjuk, hogy az előtag igaz és az utótag hamis?

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

Egy kondicionális akkor és csak akkor hamis, ha a 'ha'-t követő tagmondat (előtag) igaz és az 'akkor'-t követő (az utótag) hamis. Biztos, hogy egy feltételes kijelentés elutasításával állítjuk, hogy az előtag igaz és az utótag hamis?

Példa (Ch. S. Peirce nyomán):

*A*: Ha Smith bankár csődbe megy, akkor öngyilkos lesz.

*B*: Ez nem igaz!

Állította *B*, hogy Smith csődbe fog menni (és nem lesz öngyilkos)?

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

Egy kondicionális akkor és csak akkor hamis, ha a 'ha'-t követő tagmondat (előtag) igaz és az 'akkor'-t követő (az utótag) hamis. Biztos, hogy egy feltételes kijelentés elutasításával állítjuk, hogy az előtag igaz és az utótag hamis?

Példa (Ch. S. Peirce nyomán):

*A*: Ha Smith bankár csődbe megy, akkor öngyilkos lesz.

*B*: Ez nem igaz!

Állította *B*, hogy Smith csődbe fog menni (és nem lesz öngyilkos)?

Valószínűleg azt akarta állítani, hogy *lehetséges, hogy* Smith egyszer csődbe megy és nem lesz öngyilkos. Azaz *A* feltételes állítását *szigorú kondicionálisként* értelmezte.

# Két egyszerű eset

71. Kiraboltak egy áruházat. A zsákmányt autóval szállították el. Három gyanúsítottat – ismert bűnözőket – vittek be a Scotland Yardra:  $A$ -t,  $B$ -t és  $C$ -t. Nem tudjuk, hogy egy vagy több tettes volt-e, de a következőket tudjuk:

1. Hármukon kívül senki nem vehetett részt a rablásban.
2.  $C$  sosem dolgozik  $A$  (és esetleg más tettestársak) nélkül.
3.  $B$  nem tud autót vezetni.

$A$  bűnös, vagy ártatlan?

72. Még egy rablás, megint három gyanúsított:  $A$ ,  $B$  és  $C$ . A következők derültek ki:

1. Hármukon kívül senki nem vehetett részt a rablásban.
2.  $A$  sosem dolgozik legalább egy bűntárs nélkül.
3.  $C$  ártatlan.

$B$  bűnös, vagy ártatlan?

# Bírósági esetek a lovagok, lóköttők és normálisak szigetén

82. A vádlottról tudjuk, hogy nem normális. Egy mondatot mondhat a védelmére.

*Vádlott:* Aki ezt a bűntényt elkövette, lóköttő.

Jól védekezett?



87. Egy furcsa és bonyolult eset. A bíróságnak a következő információi vannak:

A vádlott, az ügyész és a védő közül az egyik lovag, egy másik lóköttő, a harmadik meg normális.

Ha a vádlott nem bűnös, akkor az ügyész vagy a védő a tettes.

A tettes nem lóköttő.

A következő állítások hangzanak el:

*Vádlott:* Ártatlan vagyok.

*Védő:* Védencem tényleg ártatlan.

*Ügyész:* Nem igaz, a vádlott bűnös.

Ebből mit tudtunk meg?

Craig nemcsak azt akarja kideríteni, hogy ki a tettes, hanem azt is, hogy a három főszereplő közül ki a lovag, ki a lóköttő és ki a normális. Annyi kérdést tesz föl, amennyi ehhez szükséges.

Megkérdezi az ügyészt: „Véletlenül nem Ön a bűnös?” Az ügyész válaszol.

Craig némi gondolkodás után megkérdezi a vádlottat: „Bűnös az ügyész?” A vádlott válaszol, és ebből Craig már mindent tud.

Ki a bűnös, ki a lovag, ki a lóköttő, ki a normális és mik voltak a válaszok?

# Egy bizonytalan ügyész

84. Két vádlott van,  $X$  és  $Y$ , és egy ügyész, aki vagy lovag, vagy lóköető. Az ügyész két állítása:

1.  $X$  bűnös.
2. Nem igaz, hogy  $X$  és  $Y$  is bűnös.

Mi az igazság?

84. Két vádlott van,  $X$  és  $Y$ , és egy ügyész, aki vagy lovag, vagy lóköető. Az ügyész két állítása:

1.  $X$  bűnös.
2. Nem igaz, hogy  $X$  és  $Y$  is bűnös.

Mi az igazság?

85. Ugyanez a felállítás, de az ügyész most a következőket mondja:

1.  $X$  vagy  $Y$  bűnös.
2.  $X$  nem bűnös.

Mi az igazság?