# Mi a címe ennek a kurzusnak? 4. Az igazságtáblázatok hasznáról

2024. október 4.

# Nagyon könnyű kérdések (negáció)

# Nagyon könnyű kérdések (negáció)

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy . . . ’ kifejezés?

# Nagyon könnyű kérdések (negáció)

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy . . . ’ kifejezés?
Igazságkonnektívum-e?

# Nagyon könnyű kérdések (negáció)

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy …’ kifejezés?
Igazságkonnektívum-e?
Mi az igazságtáblázata?

# Nagyon könnyű kérdések (negáció)

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy …’ kifejezés?
Igazságkonnektívum-e?
Mi az igazságtáblázata?

| $A$ | Nem igaz, hogy $A$ ($\neg A$) |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

# Nagyon könnyű kérdések (negáció)

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy …’ kifejezés?
Igazságkonnektívum-e?
Mi az igazságtáblázata?

| $A$ | Nem igaz, hogy $A$ ($\neg A$) |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

$\neg A$ az $A$ mondat negációja. (Ez nem kérdés.)

# Nagyon könnyű kérdések (negáció)

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy ...’ kifejezés?
Igazságkonnektívum-e?
Mi az igazságtáblázata?

| $A$ | Nem igaz, hogy $A$ ($\neg A$) |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

$\neg A$ az $A$ mondat negációja. (Ez nem kérdés.)
Mi az összefüggés $A$ és $\neg\neg A$ igazságértéke között?

# Logikai törvények 1.: Ekvivalenciák

# Logikai törvények 1.: Ekvivalenciák

$A$ és $\neg\neg A$ logikailag ekvivalensek: bármi is legyen $A$ igazságértéke, megegyezik az igazságértékük.

# Logikai törvények 1.: Ekvivalenciák

$A$ és $\neg\neg A$ logikailag ekvivalensek: bármi is legyen $A$ igazságértéke, megegyezik az igazságértékük.

Általában: két mondat, $A$ és $B$ logikailag ekvivalens, ha a bennük előforduló részmondatok igazságértékétől függetlenül megegyezik az igazságértékük.

# Logikai törvények 1.: Ekvivalenciák

$A$ és $\neg\neg A$ logikailag ekvivalensek: bármi is legyen $A$ igazságértéke, megegyezik az igazságértékük.

Általában: két mondat, $A$ és $B$ logikailag ekvivalens, ha a bennük előforduló részmondatok igazságértékétől függetlenül megegyezik az igazságértékük.

Jelölés: $A \Leftrightarrow B$

Az $A$ és $B$ mondatot itt *említjük*, nem pedig használjuk.

# Logikai törvények 1.: Ekvivalenciák

$A$ és $\neg\neg A$ logikailag ekvivalensek: bármi is legyen $A$ igazságértéke, megegyezik az igazságértékük.

Általában: két mondat, $A$ és $B$ logikailag ekvivalens, ha a bennük előforduló részmondatok igazságértékétől függetlenül megegyezik az igazságértékük.

Jelölés: $A \Leftrightarrow B$

Az $A$ és $B$ mondatot itt *említjük*, nem pedig használjuk.

Tehát: $A \Leftrightarrow \neg\neg A$ (a kettős negáció törvénye)

# Logikai törvények 1.: Ekvivalenciák

$A$ és $\neg\neg A$ logikailag ekvivalensek: bármi is legyen $A$ igazságértéke, megegyezik az igazságértékük.

Általában: két mondat, $A$ és $B$ logikailag ekvivalens, ha a bennük előforduló részmondatok igazságértékétől függetlenül megegyezik az igazságértékük.

Jelölés: $A \Leftrightarrow B$

Az $A$ és $B$ mondatot itt *említjük*, nem pedig használjuk.

Tehát: $A \Leftrightarrow \neg\neg A$ (a kettős negáció törvénye)

További, még triviálisabb példák:

$$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$$

$$A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$$

$$A \wedge A \Leftrightarrow A$$

# Logikai törvények 1.: Ekvivalenciák

$A$ és $\neg\neg A$ logikailag ekvivalensek: bármi is legyen $A$ igazságértéke, megegyezik az igazságértékük.

Általában: két mondat, $A$ és $B$ logikailag ekvivalens, ha a bennük előforduló részmondatok igazságértékétől függetlenül megegyezik az igazságértékük.

Jelölés: $A \Leftrightarrow B$

Az $A$ és $B$ mondatot itt *említjük*, nem pedig használjuk.

Tehát: $A \Leftrightarrow \neg\neg A$ (a kettős negáció törvénye)

További, még triviálisabb példák:

$$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$$

$$A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$$

$$A \wedge A \Leftrightarrow A$$

És ugyanez diszjunkcióval.

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet?

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

| $A$ | $B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | | | |
| 1 | 0 | | | | |
| 0 | 1 | | | | |
| 0 | 0 | | | | |

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

| $A$ | $B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | | | |
| 1 | 0 | 1 | | | |
| 0 | 1 | 1 | | | |
| 0 | 0 | 1 | | | |

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

| $A$ | $B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | | |

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

| $A$ | $B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | |

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

| $A$ | $B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | |

Tehát: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$.

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

| $A$ | $B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | |

Tehát: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$.
A másik De Morgan-szabály: $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

| $A$ | $B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | $\neg(A \vee B)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | |

Tehát: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$.
A másik De Morgan-szabály: $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

# Két nem triviális ekvivalencia: De Morgan-szabályok

A 84. feladatban az ügyész ezt állította:
Nem igaz, hogy $X$ és $Y$ is bűnös.

Azaz egy ilyen alakú mondatot állított: $\neg(A \wedge B)$.

A zárójelet nyilván nem hagyhatjuk el. $\neg A \wedge B$ egészen mást jelent.

De fel tudjuk-e bontani a zárójelet? Csak óvatosan!

| $A$ | $B$ | $\neg(A \wedge B)$ | $\neg A \wedge \neg B$ | $\neg A \vee \neg B$ | $\neg(A \vee B)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Tehát: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$.
A másik De Morgan-szabály: $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

# Egy különös lánykérés

# Egy különös lánykérés

95.jpg

# Egy különös lánykérés

95.jpg

# Egy különös lánykérés

95.jpg

# Egy különös lánykérés

95.jpg

# Egy variáció, némi tanulsággal

# Egy variáció, némi tanulsággal

96.jpg

# Egy variáció, némi tanulsággal

96.jpg

# Egy variáció, némi tanulsággal

96.jpg

# Kontrapozíció: egy hibás logikai törvény?

# Kontrapozíció: egy hibás logikai törvény?

$A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A$: a kontrapozíció törvénye.

# Kontrapozíció: egy hibás logikai törvény?

$A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A$: a kontrapozíció törvénye.

Az ekvivalencia mindkét oldala egy esetben hamis: ha az előtag igaz és az utótag hamis, azaz $A$ igaz és $B$ hamis.

# Kontrapozíció: egy hibás logikai törvény?

$A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A$: a kontrapozíció törvénye.

Az ekvivalencia mindkét oldala egy esetben hamis: ha az előtag igaz és az utótag hamis, azaz $A$ igaz és $B$ hamis.

Példa: 'Ha átmegyek a vizsgán, nevetni fogok.' Ekvivalens ez azzal, hogy 'Ha nem fogok nevetni, nem megyek át a vizsgán'?

# Kontrapozíció: egy hibás logikai törvény?

$A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A$: a kontrapozíció törvénye.

Az ekvivalencia mindkét oldala egy esetben hamis: ha az előtag igaz és az utótag hamis, azaz $A$ igaz és $B$ hamis.

Példa: 'Ha átmegyek a vizsgán, nevetni fogok.' Ekvivalens ez azzal, hogy 'Ha nem fogok nevetni, nem megyek át a vizsgán'?

És azzal, hogy 'Ha nem fogok nevetni (vizsga után), akkor nem mentem át a vizsgán'?

# Kontrapozíció: egy hibás logikai törvény?

$A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A$: a kontrapozíció törvénye.

Az ekvivalencia mindkét oldala egy esetben hamis: ha az előtag igaz és az utótag hamis, azaz $A$ igaz és $B$ hamis.

Példa: ‘Ha átmegyek a vizsgán, nevetni fogok.’ Ekvivalens ez azzal, hogy ‘Ha nem fogok nevetni, nem megyek át a vizsgán’?

És azzal, hogy ‘Ha nem fogok nevetni (vizsga után), akkor nem mentem át a vizsgán’?

A ‘ha, …akkor’ kötőszópár *utal* arra, hogy az előtag megelőzi az utótagot (időben vagy kauzális sorrendben).

# Kontrapozíció: egy hibás logikai törvény?

$A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A$: a kontrapozíció törvénye.

Az ekvivalencia mindkét oldala egy esetben hamis: ha az előtag igaz és az utótag hamis, azaz $A$ igaz és $B$ hamis.

Példa: ‘Ha átmegyek a vizsgán, nevetni fogok.’ Ekvivalens ez azzal, hogy ‘Ha nem fogok nevetni, nem megyek át a vizsgán’?

És azzal, hogy ‘Ha nem fogok nevetni (vizsga után), akkor nem mentem át a vizsgán’?

A ‘ha, …akkor’ kötőszópár *utal* arra, hogy az előtag megelőzi az utótagot (időben vagy kauzális sorrendben).

Utal rá, de nem állítja; ez az utalás ellentmondás nélkül fölülírható (lásd a példát).

# Kontrapozíció: egy hibás logikai törvény?

$A \to B \Leftrightarrow \neg B \to \neg A$: a kontrapozíció törvénye.

Az ekvivalencia mindkét oldala egy esetben hamis: ha az előtag igaz és az utótag hamis, azaz $A$ igaz és $B$ hamis.

Példa: 'Ha átmegyek a vizsgán, nevetni fogok.' Ekvivalens ez azzal, hogy 'Ha nem fogok nevetni, nem megyek át a vizsgán'?

És azzal, hogy 'Ha nem fogok nevetni (vizsga után), akkor nem mentem át a vizsgán'?

A 'ha, ... akkor' kötőszópár *utal* arra, hogy az előtag megelőzi az utótagot (időben vagy kauzális sorrendben).

Utal rá, de nem állítja; ez az utalás ellentmondás nélkül fölülírható (lásd a példát).

Kijelentő mondataink többnyire a bennük foglalt utalásokkal és a használat körülményeivel együtt hordozank információt. Ez az információ a propozíció, és igazából ennek van igazságértéke.

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

Kommutatív-e a kondicionális? Azaz: fennáll-e, hogy

$$A \to B \Leftrightarrow B \to A \ ?$$

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

Kommutatív-e a kondicionális? Azaz: fennáll-e, hogy

$$A \to B \Leftrightarrow B \to A\ ?\ \text{Nem!}$$

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

Kommutatív-e a kondicionális? Azaz: fennáll-e, hogy

$$A \to B \Leftrightarrow B \to A \text{ ? } \text{Nem!}$$

A leggyakoribb logikai hiba: hibás megfordítás.

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

Kommutatív-e a kondicionális? Azaz: fennáll-e, hogy

$$A \to B \Leftrightarrow B \to A \text{ ? Nem!}$$

A leggyakoribb logikai hiba: hibás megfordítás.

Asszociatív-e? Azaz:

$$A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \to B) \to C?$$

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

Kommutatív-e a kondicionális? Azaz: fennáll-e, hogy

$$A \to B \Leftrightarrow B \to A \ ? \text{ Nem!}$$

A leggyakoribb logikai hiba: hibás megfordítás.

Asszociatív-e? Azaz:

$$A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \to B) \to C? \text{ Nem!}$$

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

Kommutatív-e a kondicionális? Azaz: fennáll-e, hogy

$$A \to B \Leftrightarrow B \to A \text{ ? Nem!}$$

A leggyakoribb logikai hiba: hibás megfordítás.

Asszociatív-e? Azaz:

$$A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \to B) \to C\text{? Nem!}$$

Viszont:

$$A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \land B) \to C$$

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

Kommutatív-e a kondicionális? Azaz: fennáll-e, hogy

$$A \to B \Leftrightarrow B \to A \ ? \ \text{Nem!}$$

A leggyakoribb logikai hiba: hibás megfordítás.

Asszociatív-e? Azaz:

$$A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \to B) \to C? \ \text{Nem!}$$

Viszont:

$$A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \to C$$

Sőt,

$$A_1 \to (A_2 \to \ldots (A_n \to B) \ldots) \Leftrightarrow (A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots A_n) \to B$$

# Még egy kicsit a kondicionálisokról

Kommutatív-e a kondicionális? Azaz: fennáll-e, hogy

$$A \to B \Leftrightarrow B \to A \text{ ? Nem!}$$

A leggyakoribb logikai hiba: hibás megfordítás.

Asszociatív-e? Azaz:

$$A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \to B) \to C\text{? Nem!}$$

Viszont:

$$A \to (B \to C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \to C$$

Sőt,

$$A_1 \to (A_2 \to \ldots (A_n \to B) \ldots) \Leftrightarrow (A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots A_n) \to B$$

Házi feladat: Gondolkozzanak el azon, hogyan formalizálnának „Csak akkor A, ha B" alakú mondatokat.

# További variációk

# További variációk

99.jpg

# További variációk

99.jpg

# További variációk

99.jpg

# A farkasemberek erdejében

Itt csak lovagok és lókötők élnek.

# A farkasemberek erdejében

Itt csak lovagok és lókötők élnek.

88.jpg

# A farkasemberek erdejében

Itt csak lovagok és lókötők élnek.

88.jpg

# Tovább a farkasemberek erdejében

Most is három erdőlakóval találkozunk, de az egyikük – nevezzük $C$-nek – csöndben marad.

# Tovább a farkasemberek erdejében

Most is három erdőlakóval találkozunk, de az egyikük – nevezzük $C$-nek – csöndben marad.

90.
$A$: Legalább az egyikünk lovag.
$B$: Legalább az egyikünk lókötő.
Tudjuk, hogy legalább egyikük farkasember, de egyikük sem lovag és farkasember egyszerre.
Melyikük farkasember?

# Tovább a farkasemberek erdejében

Most is három erdőlakóval találkozunk, de az egyikük – nevezzük $C$-nek – csöndben marad.

90.
$A$: Legalább az egyikünk lovag.
$B$: Legalább az egyikünk lókötő.
Tudjuk, hogy legalább egyikük farkasember, de egyikük sem lovag és farkasember egyszerre.
Melyikük farkasember?

# Búcsú a farkasemberektől

92.jpg

# Búcsú a farkasemberektől

92.jpg

# Búcsú a farkasemberektől

92.jpg