

Kondicionálisok és mindenféle következtetések

2024. október 11.

Megint lovagok és lókötéők

113. A is, B is vagy lovag, vagy lókötéő (egymástól függetlenül).

A : Ha B lovag, akkor én lókötéő vagyok.

Miféle A és B ?

113. A is, B is vagy lovag, vagy lókötéő (egymástól függetlenül).

A : Ha B lovag, akkor én lókötéő vagyok.

Miféle A és B ?

114. X -et és Y -t rablással vádolják. Van két tanú, A és B , mindkettőjük vagy lovag, vagy lókötéő.

A : Ha X bűnös, akkor Y is az.

B : X ártatlan, vagy Y bűnös.

Biztos-e, hogy A és B azonos típusú?

113. A is, B is vagy lovag, vagy lókötéő (egymástól függetlenül).

A : Ha B lovag, akkor én lókötéő vagyok.

Miféle A és B ?

114. X -et és Y -t rablással vádolják. Van két tanú, A és B , mindkettőjük vagy lovag, vagy lókötéő.

A : Ha X bűnös, akkor Y is az.

B : X ártatlan, vagy Y bűnös.

Biztos-e, hogy A és B azonos típusú?

Ugyanazt állították, hiszen

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$$

Logikai törvények 2.: Következtetési szabályok

115. Megint a lovagok és lóköltők szigetén, három helybeli van jelen.

A: *B* lovag.

B: Ha *A* lovag, akkor *C* is.

Miféle *A*, *B* és *C*?

115. Megint a lovagok és lóköltők szigetén, három helybeli van jelen.

A: *B* lovag.

B: Ha *A* lovag, akkor *C* is.

Miféle *A*, *B* és *C*?

Ebben a feladatban egy $P \rightarrow Q$ alakú mondatról megtudtuk, hogy igaz (hiszen megtudtuk, hogy *B* lovag, és egy illet állított), és azt is megtudtuk, hogy *P* igaz (*A* lovag, hiszen igazat mondott azzal, hogy *B* lovag. Ebből rögtön tudtuk, hogy *Q* is igaz azaz *C* lovag.

115. Megint a lovagok és lóköttők szigetén, három helybeli van jelen.

A: *B* lovag.

B: Ha *A* lovag, akkor *C* is.

Miféle *A*, *B* és *C*?

Ebben a feladatban egy $P \rightarrow Q$ alakú mondatról megtudtuk, hogy igaz (hiszen megtudtuk, hogy *B* lovag, és egy illet állított), és azt is megtudtuk, hogy *P* igaz (*A* lovag, hiszen igazat mondott azzal, hogy *B* lovag. Ebből rögtön tudtuk, hogy *Q* is igaz azaz *C* lovag.

Tehát szimbólumokban kifejezve így következtettünk:

$$\{P \rightarrow Q, P\} \Rightarrow Q$$

115. Megint a lovagok és lóköltők szigetén, három helybeli van jelen.

A: *B* lovag.

B: Ha *A* lovag, akkor *C* is.

Miféle *A*, *B* és *C*?

Ebben a feladatban egy $P \rightarrow Q$ alakú mondatról megtudtuk, hogy igaz (hiszen megtudtuk, hogy *B* lovag, és egy illet állított), és azt is megtudtuk, hogy *P* igaz (*A* lovag, hiszen igazat mondott azzal, hogy *B* lovag. Ebből rögtön tudtuk, hogy *Q* is igaz azaz *C* lovag.

Tehát szimbólumokban kifejezve így következtettünk:

$$\{P \rightarrow Q, P\} \Rightarrow Q$$

$A \Rightarrow$ jelet megelőző mondatalmaz elemei a premisszák, az utána levő mondat a konklúzió.

Mi is az a helyes következtetés?

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszáik igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

A fenti következtetési szabály a *modus ponens* vagy *leválasztási szabály*.

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszáik igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

A fenti következtetési szabály a *modus ponens* vagy *leválasztási szabály*.

Két további következtetési szabály kondicionálissal:

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

A fenti következtetési szabály a *modus ponens* vagy *leválasztási szabály*.

Két további következtetési szabály kondicionálissal:

$$\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \Rightarrow A \rightarrow C \text{ (láncszabály)}$$

Indirekt úton lehet igazolni: tegyük fel, hogy a premisszák igazak és a konklúzió hamis. Ellentmondásra jutunk.

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

A fenti következtetési szabály a *modus ponens* vagy *leválasztási szabály*.

Két további következtetési szabály kondicionálissal:

$$\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \Rightarrow A \rightarrow C \text{ (láncszabály)}$$

Indirekt úton lehet igazolni: tegyük fel, hogy a premisszák igazak és a konklúzió hamis. Ellentmondásra jutunk.

$$\{A \rightarrow B, \neg B\} \rightarrow \neg A \text{ (modus tollens)}$$

Következtetési szabályok (folytatás)

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat (október 1.):

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat (október 1.):

$$\{P, \neg(P \wedge Q)\} \Rightarrow \neg Q$$

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat (október 1.):

$$\{P, \neg(P \wedge Q)\} \Rightarrow \neg Q$$

85. feladat:

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat (október 1.):

$$\{P, \neg(P \wedge Q)\} \Rightarrow \neg Q$$

85. feladat:

$$\{P \vee Q, \neg P\} \Rightarrow Q$$

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat (október 1.):

$$\{P, \neg(P \wedge Q)\} \Rightarrow \neg Q$$

85. feladat:

$$\{P \vee Q, \neg P\} \Rightarrow Q$$

Két még triviálisabb következtetési szabály:

$$A \wedge B \Rightarrow A$$

$$A \Rightarrow A \vee B$$

Még egy pár kondicionális-feladat

109.

A : Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

Mit tudunk meg ebből?

109.

A : Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

Mit tudunk meg ebből?

110.

A : Ha lovag vagyok, megeszem a kalapomat.

Bizonyítandó, hogy A kénytelen megenni a kalapját.

109.

A : Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

Mit tudtunk meg ebből?

110.

A : Ha lovag vagyok, megeszem a kalapomat.

Bizonyítandó, hogy A kénytelen megenni a kalapját.

111.

A : Ha lovag vagyok, akkor kettő meg kettő az négy.

A lovag, vagy lóköötő?

109.

A: Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

Mit tudtunk meg ebből?

110.

A: Ha lovag vagyok, megeszem a kalapomat.

Bizonyítandó, hogy A kénytelen megenni a kalapját.

111.

A: Ha lovag vagyok, akkor kettő meg kettő az négy.

A lovag, vagy lóköető?

112. A állítólag ezt mondta:

Ha lovag vagyok, akkor kettő meg kettő az öt.

Mit mondjunk erre?

117. Tegyük fel, hogy valaki megkérdezi tőlem: „Tényleg igaz, hogy ha ön szereti Bettyt, akkor szereti Jane-t is?” Ezt válaszolom: „Ha igaz, akkor szeretem Bettyt.”

Következik ebből, hogy szeretem Bettyt? Következik ebből, hogy szeretem Jane-t?

117. Tegyük fel, hogy valaki megkérdezi tőlem: „Tényleg igaz, hogy ha ön szereti Bettyt, akkor szereti Jane-t is?” Ezt válaszolom: „Ha igaz, akkor szeretem Bettyt.”

Következik ebből, hogy szeretem Bettyt? Következik ebből, hogy szeretem Jane-t?

119. Most három lány van, Sue, Marcia és Dianne. A következőket tudjuk:

1. A három lány közül legalább egyet szeretek.
2. Ha Sue-t szeretem, de Diannet nem, akkor Marciát is szeretem.
3. Vagy Diannet is és Marciát is szeretem, vagy egyiküket sem.
4. Ha szeretem Diannet, akkor Sue-t is szeretem.

Melyik lányt szeretem?

Aranykeresés bikondicionálisokkal

122. Van-e arany ezen a szigeten? A lovagok és lóköltők egyik szigetéről azt beszélnek, hogy valahol a szigeten arany van elásva. Ön megérkezik a szigetre, és megkérdezi az egyik bennszülöttet, A-t, hogy vajon van-e arany a szigeten. Ő a következő választ adja: „Akkor és csak akkor van arany a szigeten, ha lovag vagyok”.

A feladat két részből áll:

- Meg lehet mondani, hogy A lovag vagy lóköltő?
- Meg lehet mondani, hogy van-e arany a szigeten?

122. Van-e arany ezen a szigeten? A lovagok és lóköltők egyik szigetéről azt beszélnek, hogy valahol a szigeten arany van elásva. Ön megérkezik a szigetre, és megkérdezi az egyik bennszülöttet, A-t, hogy vajon van-e arany a szigeten. Ő a következő választ adja: „Akkor és csak akkor van arany a szigeten, ha lovag vagyok”.

A feladat két részből áll:

- Meg lehet mondani, hogy A lovag vagy lóköltő?
- Meg lehet mondani, hogy van-e arany a szigeten?

123. Kérdezzük meg A-tól: „Igaz-e, hogy akkor és csak akkor van arany a szigeten, ha Ön lovag?”

Ha igennel válaszol, akkor ez nem más, mint az előző feladat. És ha nemet mond? Meg tudjuk válaszolni a fenti

a) és b) kérdéseket?

124. Hogyan lettem gazdag? Ez a történet sajnos nem igaz. De érdekes, így hát elmondom.

Találtam három szomszédos szigetet, A-t, B-t és C-t. Tudtam, hogy a három sziget közül legalább az egyikén arany van elásva, de nem tudtam, hogy melyiken. B és C sziget lakatlan volt, az A szigeten lovagok és lóköötők laktak, és lehetséges volt, hogy van néhány normális is a szigeten, de nem tudtam, hogy tényleg vannak-e normálisak, vagy nincsenek.

Nagy szerencsémre találtam egy térképet a szigetekről, amit a híres és szeszélyes kalózkapitány, Marston hagyott hátra, ugyanis ő ásta el az aranyat. Az üzenet természetesen titkosírással íródott. Mikor megfejtettem, kiderült, hogy két mondatból áll. Íme:

1. AZ A SZIGETEN NINCS ARANY.

2. HA ÉL NORMÁLIS AZ A SZIGETEN,
AKKOR KÉT SZIGETEN IS VAN ARANY.

Elrohantam az A szigetre, tudtam, hogy a bennszülöttek mindent tudnak az aranyról. A sziget királya kitalálta, hogy miben sántikálok, és világosan a tudtomra adta, hogy mindössze egyetlen kérdést engedélyez, amit egy általam taláломra kiválasztott bennszülöttnak tehetek fel. Azt semmiképp nem tudhattam, hogy a bennszülött lovag, lóköötő vagy normális.

Ki kellett tehát találnom egy olyan kérdést, hogy az arra adott válasz alapján ki tudjak választani egy olyan szigetet, amin biztosan van arany.

Mit kérdezhettem?

Még mindig az arany bikondicionálisok

126. Tegyük fel, hogy van két szomszédos sziget, amit kizárólag lovagok és lóköltők laknak (normálisok nincsenek). Elárulják Önnek, hogy az egyik szigeten páros, a másikon páratlan számú lovag él.

Azt is elmondják, hogy azon a szigeten, ahol páros számú lovag él, van arany, a másikon nincs.

Ön kiválasztja az egyik szigetet, és odalátogat. Minden lakos tudja, hogy hány lovag és hány lóköltő él a szigeten. Ön kikérdezi a sziget három lakóját, A-t, B-t és C-t, akik a következőket állítják:

A: Ezen a szigeten páros számú lóköltő él.

B: Pillanatnyilag páratlan számú ember van a szigeten.

C: Akkor és csak akkor vagyok lovag, ha A és B azonos típusú.

Feltéve, hogy Ön nem lovag és nem is lóköltő, és hogy pillanatnyilag Ön az egyetlen látogató a szigeten, van arany a szigeten vagy nincs?

126. Tegyük fel, hogy van két szomszédos sziget, amit kizárólag lovagok és lóközők laknak (normálisok nincsenek). Elárulják Önnek, hogy az egyik szigeten páros, a másikon páratlan számú lovag él.

Azt is elmondják, hogy azon a szigeten, ahol páros számú lovag él, van arany, a másikon nincs.

Ön kiválasztja az egyik szigetet, és odalátogat. Minden lakos tudja, hogy hány lovag és hány lóköző él a szigeten. Ön kikérdezi a sziget három lakóját, A-t, B-t és C-t, akik a következőket állítják:

A: Ezen a szigeten páros számú lóköző él.

B: Pillanatnyilag páratlan számú ember van a szigeten.

C: Akkor és csak akkor vagyok lovag, ha A és B azonos típusú.

Feltéve, hogy Ön nem lovag és nem is lóköző, és hogy pillanatnyilag Ön az egyetlen látogató a szigeten, van arany a szigeten vagy nincs?

A bikondicionális asszociatív:

$$A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C) \Leftrightarrow (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$$

Most a Bellini- és a Cellini-fiúk is készítenek ilyeneket. A Bellini-család hagyománya, hogy igaz feliratokat írnak a ládákra, a Celliniek hamisakat

Most a Bellini- és a Cellini-fiúk is készítenek ilyeneket. A Bellini-család hagyománya, hogy igaz feliratokat írnak a ládákra, a Celliniek hamisakat

127.

Egy ládikán ez a felirat van: „Ezt a ládikát nem Bellini fiú készítette.” Ki készítette?

Most a Bellini- és a Cellini-fiúk is készítenek ilyeneket. A Bellini-család hagyománya, hogy igaz feliratokat írnak a ládákra, a Celliniek hamisakat

128. Egy másik alkalommal olyan ládikát láttam, aminek a feliratából ki tudtam következtetni, hogy a ládikát csak Cellini készíthette.

Ki tudja találni, mi lehetett a felirat?

Most a Bellini- és a Cellini-fiúk is készítenek ilyeneket. A Bellini-család hagyománya, hogy igaz feliratokat írnak a ládákra, a Celliniek hamisakat

129. Azok a legértékesebb ládikák, amelyek feliratából ki lehet következtetni, hogy a ládikát vagy Bellini, vagy Cellini készítette, de azt nem, hogy melyikük. Volt szerencsém egyszer egy ilyen ládikához. Ki tudja találni, hogy mi lehetett a felirat?

Otthon gondolkozzanak ezeken a feladatokon

130. Ebből kiderül-e valami?



132. Egyszer a következő párra bukkantam:



Ki készítette az egyes ládikákat?

133. Másszor a következő párra bukkantam:



Ki készítette az egyes ládikákat?