

1. Számold ki a következő hatványok értékét **számológép nélkül**

$81^{\frac{3}{4}} =$

$\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} =$

$0,001^{-\frac{1}{3}} =$

/ 6

2. Az 5-nek hanyadik hatványai a következő kifejezések?

$\sqrt[7]{5^3} =$

$\left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^7 =$

$\frac{\sqrt[9]{5^2}}{\sqrt{5^5}} =$

/ 9

3. Oldjuk meg a következő egyenleteket!

$3^{x+2} \cdot 3^x = 81$

$7^{x+2} + 7^x = 350$

$16^{4x+14} = 25^{2x+7}$

/ 12

4. Oldjuk meg a következő egyenletet!

$36^x = 5 \cdot 6^x + 6$

/ 6

1. Számold ki a következő hatványok értékét **számológép nélkül**

$$81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^3} = 27 \qquad \left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\frac{81}{16}\right)^{\frac{3}{4}} = \frac{27}{8} \qquad 0,001^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}} = 1000^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{1000} = 10$$

/ 6

2. Az 5-nek hanyadik hatványai a következő kifejezések?

$$\sqrt[7]{5^3} = 5^{\frac{3}{7}} \qquad \left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^7 = 5^{-\frac{7}{3}} \qquad \frac{\sqrt[9]{5^2}}{\sqrt{5^5}} = \frac{5^{\frac{2}{9}}}{5^{\frac{5}{2}}} = 5^{\frac{2}{9} - \frac{5}{2}} = 5^{-\frac{41}{18}}$$

/ 9

3. Oldjuk meg a következő egyenleteket!

$$\begin{array}{lll} 3^{x+2} \cdot 3^x = 81 & 7^{x+2} + 7^x = 350 & 16^{4x+14} = 25^{2x+7} \\ 3^{2x+2} = 3^4 & 49 \cdot 7^x + 7^x = 350 & 16^{4x+14} = 5^{4x+14} \\ 2x + 2 = 4, \text{ mert } 3^x \text{ sz.m.n.} & 7^x(49 + 1) = 350 & \frac{16^{4x+14}}{5^{4x+14}} = 1 \\ x = 1 & 7^x = 7^1 & \left(\frac{16}{5}\right)^{4x+14} = \left(\frac{16}{5}\right)^0 \\ & x = 1, \text{ mert } 7^x \text{ sz.m.n.} & 4x + 14 = 0, \text{ mert } \left(\frac{16}{5}\right)^x \text{ sz.m.n.} \\ & & x = -3, 5 \end{array}$$

/ 12

4. Oldjuk meg a következő egyenletet!

$$\begin{aligned} 36^x &= 5 \cdot 6^x + 6 \\ (6^x)^2 - 5 \cdot 6^x - 6 &= 0 \\ A^2 - 5A - 6 &= 0 \\ A_{1,2} &= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} A_1 = 6 \Rightarrow 6^x = 6 \Rightarrow x = 1 \text{ mivel } 6^x \text{ sz.m.n.} \\ A_2 = -1 \Rightarrow 6^x = -1 \Rightarrow \text{nincs mo., mivel} \\ 6^x > 0 \text{ minden } x \in \mathbb{R}\text{-re} \end{array} \end{aligned}$$

/ 6

1. Számold ki a következő hatványok értékét **számológép nélkül**

$$81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^3} = 27 \quad \left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(\frac{81}{16}\right)^{\frac{3}{4}} = \frac{27}{8} \quad 0,001^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}} = 1000^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{1000} = 10$$

Mindegyiknél az átírás 1p, a helyes eredmény pedig 1p.

/ 6

2. Az 5-nek hanyadik hatványai a következő kifejezések?

$$\sqrt[7]{5^3} = 5^{\frac{3}{7}} \quad \left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^7 = 5^{-\frac{7}{3}} \quad \frac{\sqrt[9]{5^2}}{\sqrt{5^5}} = \frac{5^{\frac{2}{9}}}{5^{\frac{5}{2}}} = 5^{\frac{2}{9} - \frac{5}{2}} = 5^{-\frac{41}{18}}$$

Első 2p, a második 3p, a negyedik pedig 4p.

/ 9

3. Oldjuk meg a következő egyenleteket!

$3^{x+2} \cdot 3^x = 81$	$7^{x+2} + 7^x = 350$	$16^{4x+14} = 25^{2x+7}$
$3^{2x+2} = 3^4$	$49 \cdot 7^x + 7^x = 350$	$16^{4x+14} = 5^{4x+14}$
$2x + 2 = 4$, mert 3^x sz.m.n.	$7^x(49 + 1) = 350$	$\frac{16^{4x+14}}{5^{4x+14}} = 1$
$x = 1$	$7^x = 7^1$	$\left(\frac{16}{5}\right)^{4x+14} = \left(\frac{16}{5}\right)^0$
összevonás 1p	$x = 1$, mert 7^x sz.m.n.	$4x + 14 = 0$, mert $\left(\frac{16}{5}\right)^x$ sz.m.n.
kitevőkre 1p	kiemelés 1p	$x = -3,5$
indoklás 1p	kitevőkre 1p	rendezés 1p
eredmény 1p	indoklás 1p	kitevőkre 1p
	eredmény 1p	indoklás 1p
		eredmény 1p

/ 12

4. Oldjuk meg a következő egyenletet!

$$36^x = 5 \cdot 6^x + 6$$

$$(6^x)^2 - 5 \cdot 6^x - 6 = 0$$

$$A^2 - 5A - 6 = 0$$

$$A_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2} \Rightarrow \begin{matrix} A_1 = 6 \Rightarrow 6^x = 6 \Rightarrow x = 1 \text{ mivel } 6^x \text{ sz.m.n.} \\ A_2 = -1 \Rightarrow 6^x = -1 \Rightarrow \text{nincs mo., mivel} \\ 6^x > 0 \text{ minden } x \in \mathbb{R}\text{-re} \end{matrix}$$

$36^x = (6^x)^2$:	1p
Másodfokú egyenlet megoldása:	1p
Visszahelyettesítés:	1p
hamis gyök:	1p
jó megoldás:	1p
indoklások:	1p

/ 6