Kauzalitás

E. Szabó László
http://phil.elte.hu/leszabo

2008. június 23.

Program

Bevezetés

1. Hume, Kant

2. Az ok–okozati viszony fogalmi elemzésének tipikus aspektusai

    - Mik között lehet kauzális viszony?
        - események vs. tények
        - szinguláris események vs. esemény típusok
    - Szükségesség–elégségesség. Valószínűségi értelmezések
    - Oksági és nem oksági relációk viszonya
        - regularitás, törvényszerűség
        - logikai kapcsolatok, magyarázat
        - téridőbeli elhelyezkedés
        - okság és determináció
        - okság és cselekvés
        - okság és modalitás
    - Redukálhatóság
    - Az okság episztemológiája
    - Az okság formális leírása
    - Az okság ontológiája

A kauzalitás standard elméletei

1. A kauzalitás nomologius elmélete

    - Kauzális törvények a fizikában vs. Russell
    - Okság vs. magyarázat

2. Mackie's INUS

3. A kauzalitás kontrafaktuális analízise

4. Sztochasztikus kauzalitás

   - Valószínűségi fogalmak
   - A kondicionális valószínűség vs. okság
   - Korreláció és kauzalitás
   - Direkt vs. közös ok típusú kauzális sémák
   - Reichenbach-féle közös-ok elv

Okság, tér és idő

1. A téridő kauzális szerkezete
2. Az okság redukciója a téridő szerkezetére
3. A téridő redukciója az oksági viszonyokra
4. A kauzális struktúrák formális elméletei

Kauzalitás-sértések a kvantummechanikában?

1. Einstein–Podolsky–Rosen-kísérlet
2. Bell-egyenlőtlenségek, etc.

A kauzalitás ontikus értelmezése

1. A mai fizika standard ontológiája
2. Az ok-okozati viszony fizikalista redukciója – ok-okozati kapcsolat mint elemi részecske?

Az okság Hume-i elmélete

(Elolvasni: Treatise ... 3. sec. 1-6, 11, 12, 14, 15)

1. Filozófiai előfeltevések:

- kontingens — szükségszerű (apodiktikus)
- induktív — deduktív
- empirikus (a posteriori) igazságok — (a priori) észigazságok
- konkrét — általános
- fizikai — absztrakt/ideális

2. Idézzük fel az értekezés megfelelő fejezete hogyan kezdődik:

Part iii: Knowledge and probability

Section 1_{III}: Knowledge

There are (as I said in section 5_{I}) seven different kinds of philosophical relation:

resemblance
identity
relations of time and place
proportion in quantity or number
degrees in any quality
contrariety
causation

3. Hume legfontosabb felismerése az oksággal kapcsolatban, hogy a jelenségek közötti ok-okozati viszony nem figyelhető meg. Az „Értekezés” Absztraktjában ezt a következő példán mutatja meg:

> Itt egy biliárdgolyó, és egy másik golyó egy bizonyos sebességgel közelít hozzá. Aztán összeütköznek; az a golyó, amelyik eddig nyugalomban volt, most mozgásba jön. Ez éppoly tökéletes példája az ok-okozati viszonynak, mint bármelyik más, amelyről érzékszerveink vagy értelmünk által tudomást nyerhetünk. Érdemes tehát közelebbről megvizsgálnunk. Nyilvánvaló, hogy a két golyó megérintette egymást, mielőtt a mozgás átadódott volna, és nem telt el idő a golyó meglökése és a mozgásbajövés között. Térben és időben való *szomszédosság* tehát az egyik szükséges feltétele annak, hogy egy ok kifejthesse hatását. Hasonlóképpen nyilvánvaló, hogy az a mozgás, amelyik az ok szerepét játszotta időben megelőzte azt a mozgást, amelyik az okozat szerepét tölti be. Következésképpen, az *időbeli elsőbbség* egy másik szükséges rekvizituma annak, hogy valamit oknak tekinthessünk. De ez még nem minden! Próbáljuk ki másik ugyanilyen golyókkal, megismételve az egész szituációt, és mindig azt tapasztaljuk, hogy az egyik lendülete mozgásba hozza a másikat. Ezzel megtaláltuk a *harmadik* feltételt, nevezetesen az ok és az okozat *állandó együttjárását*. Minden az okhoz hasonló dolog az okozathoz hasonló dolgot hoz létre. E három mozzanaton, tehát a szomszédosságon, az időbeli elsőbbségen és az állandó együttjáráson kívül nincs semmi, amit az ok eme példájában felfedezhetnénk.

Amit közvetlenül tapasztalhatunk, az a szomszédosság térben és időben, az időbeli elsőbbség és az állandó együttjárás. Nem tapasztaljuk azonban az ok-okozati viszonyt. A tudományok, jelesül a fizika látványosan kerüli is az ok fogalmának használatát. Bertrand Russell „Az ok fogalmáról” c. tanulmányában a következőket írja:

> Minden filozófus, bármelyik iskolához tartozzék is, úgy képzeli, hogy az okozatiság a tudomány egyik alapvető axi-

> ómája vagy posztulátuma; viszont az olyan fejlett tudományokban, mint például az égi mechanika, az „ok” szó furcsa módon soha nem fordul elő. A „Naturalizmus és agnoszticizmus” c. munkájában dr. James Ward panaszt is emel ezen az alapon a fizika ellen: láthatólag úgy gondolja, hogy azoknak, akik a világra vonatkozó végső igazságról akarnak megbizonyosodni, az okok felfedezésével kellene foglalkozniok, a fizika viszont még csak nem is keresi az okokat. Nekem úgy tűnik, hogy a filozófiának nem szabadna ilyen törvényhozói funkciókat magára vállalnia, és hogy a fizika azért nem kutat többé az okok után, mert valójában egyáltalán nincsenek ilyesféle dolgok. Úgy hiszem, az okság törvénye, mint annyi minden más is, egy elmúlt kor emléke, s a monarchiához hasonlóan csak azért él tovább, mert – tévesen – ártalmatlannak vélik.[1]

Az igazsághoz hozzá tartozik, hogy Hume szövegei nem egyértelműek, és nincs egyetértés a filozófiatörténészek között azt illetően, hogy Hume szkepszise azt jelenti-e, hogy van a világban kauzalitás, de lehetetlen az ok-okozati viszonyt közvetlenül tapasztalnunk, vagy pedig hogy tagadja a kauzalitás létezését ontológiai értelemben is. Másrészt, Russell későbbi írásaiban megváltoztatta véleményét, és elismerte, hogy a kauzalitás fundamentális szerepet játszik a fizikában.

4. Hume értelmezésében tehát a kauzalitás a jelenségek reprezentációjának egy sajátos módja. Mikor vagyunk hajlamosak jelenségek (események) között kauzális kapcsolatot feltételezni?

- térbeli szomszédosság
- időbeli megelőzés
- állandó együttjárás

Ezek egyike sem problémamentes!

[1] Russell 1976, 291. o.

1. Nomologikus értelmezés

5. Az általam kifejtett álláspont, mint majd látni fogjuk, tagadja, hogy a kauzalitás feltétlenül összefüggne a természeti törvény és a tudományos magyarázat fogalmával, abban az értelemben, hogy a kauzalitást a másik két fogalomra vezethetnénk vissza. Fordítva, az okság és például a tudományos magyarázat között fennáll bizonyos összefüggés, amennyiben – Wesley Salmon (1984, p. 19) értelmezése szerint – tudományos magyarázatnak azt tekinthetjük, ha a megmagyarázandó jelenséget képesek vagyunk a világ jelenségeinek (eseményeinek) kauzális rendjébe beilleszteni. Mindenesetre, az okságról folytatott filozófiai diskurzusban gyakran keverednek a természeti törvényre, a tudományos magyarázatra és a kauzalitásra vonatkozó megállapítások. A nomologikus értelmezés szerint ezek nem is elválasztható problémakörök.

A nomologikus felfogás szerint egy A esemény oka a B eseménynek, ha létezik olyan T természeti törvény (vagy esetleg törvények egy rendszere), hogy A-ból és a T törvényből logikailag következik B. Tehát, ha az asztal egyik végén fekvő mágnesrúd elmozdul, akkor egy nanoszekundum múlva az asztal másik végénél addig nyugalomban álló iránytű is megmozdul. Ez logikai következménye az elektrodinamika egyenleteinek és a <mágnesrúd elmozdul> eseménynek. Az okság ezen értelmezésének nomologikus jellege abban nyilvánul meg, hogy például abból a tényből (kezdeti adatból), hogy a másgnesrúd elmozdult, figyelembe véve a Maxwell-egyenleteket, meg tudjuk jósolni, hogy az iránytű meg fog mozdulni.

6. Világos, hogy a kauzalitásnak ez az értelmezése sokféle problémát vet fel. Az egyik probléma, hogy mi számít eseménynek. Nem igaz ugyanis, hogy minden kijelentés olyan eseményt takar, amelyre nézve a kauzalitási reláció értelmes. Ha Kovács úr lánya New York-ban gyereket szül (A), akkor Kovács úr Budapesten (azonnal!) nagypapává változik (B). (Az ilyen, nem fizikai eseményt hívják „Cambridge event"-nek a filozófiában.) B ugyan logikai következménye A-nak és valami „családtan" elméletnek (T), de mégsem tekintenénk ezt a viszonyt kauzális kapcsolatnak.

Továbbá, Hume szerint, az okozat nem lehet szükségszerű következménye az oknak, *logikai* értelemben. Tehát nem tekinthető okokozati viszonynak az, hogy ha egy autó sebessége kétszeresére változik (A), akkor a sebességének négyzete a négyszeresére változik (B). Mint Hume mondja, lehetségesnek kell lennie, hogy az ok és az okozat egymástól függetlenül fennálljanak.

Az sem mindegy, hogy milyen jellegű a szóban forgó T törvény. Vannak olyan természeti törvények, amelyekről úgy gondoljuk, hogy nem fejeznek ki kauzális kapcsolatot. Az impulzusmomentum megmaradásából tudjuk, hogy ha egy szabadon keringő műhold távolodik a Földtől (A), akkor lecsökken a sebessége (B), mégsem mondjuk, hogy az egyik jelenség a másiknak oka.

Vagyis egy törvényszerű kapcsolat eredményezheti két dolog együttjárását, két fajta esemény korrelációját. Az együttjárásban megnyilvánuló szimmetrikus viszony azonban nem feltétlenül jelent kauzális kapcsolatot, abban az aszimmetrikus értelemben, hogy az egyik jelenség oka lenne a másiknak. (Később látni fogjuk, hogy ilyen esetben is mindig van valamilyen kauzális kapcsolat a jelenségek között, nevezetesen, az, hogy a korrelációt egy közös ok magyarázza.)

7. Ha a kauzális kapcsolatnak szükséges feltétele, hogy az ok és az okozat között törvényszerű összefüggés álljon fenn, akkor az okság fogalma máris megterhelődik mindazokkal a metafizikai nehézségekkel, amelyek a természeti törvénnyel kapcsolatban felvetődnek. Itt most arra a nehézségre kell gondolnunk elsősorban, hogy a törvényszerűségek regularitásokhoz kötődnek. A kauzális kapcsolat ezek szerint nem partikuláris események, hanem eseménytípusok közötti viszonyt jelentene. Partikuláris esemény alatt a téridő egy meghatározott tartományában végbement eseményt értjük, vagyis az univerzum történetének azt az epizódját, amely a téridő adott tartományában történik meg.

Igaza van Hume-nak, hogy a kauzális kapcsolatot a regularitások észlelésén keresztül ismerjük fel, a regularitás azonban a kauzális kapcsolat *felismerésének* a szükséges feltétele, és nem magának a kauzális kapcsolatnak. Kérdés azonban, hogy miként lehet a partikuláris események közötti kauzális kapcsolatot értelmeznünk.

2. Kontrafaktuális értelmezés

8. A kauzalitás kontrafaktuális értelmezésének lényege a következő: A téridő egy adott tartományában végbement A partikuláris esemény oka a téridő egy adott tartományában végbement partikuláris B eseménynek, ha igaz a következő kontrafaktuális[2] állítás:

Ha A nem következett volna be, akkor B nem következett volna be.

Az ok szükségességének ilyen kontrafaktuális megfogalmazása szintén Hume-tól ered. Hume azonban az okság kontrafaktuális megfogalmazását a regularitáselmélet átfogalmazásának gondolta, miközben az alkalmasnak látszik a partikuláris események közötti oksági viszony kifejezésére is – és ez motiválta a kontrafaktuális kauzális relációk elméletének megalkotóját, David Lewist is.[3]

A kauzalitás kontrafaktuális analízise nagymértékben függ magának a kontrafaktuálisnak az értelmezésétől. Hogyan kell értenünk a tényellentétes kondicionálisokat? Vizsgáljuk meg Lewis híres példáját a „Ha a kengurunak nem lenne farka, felbukfenceзne." mondatot. Lewis szerint ezt a mondatot úgy kell értenünk, hogy minden olyan lehetséges világban, amelyikben nincs a kengurunak farka, de minden más vonatkozásban olyan, mint az aktuális világ, a kenguruk felbukfenceznek. Lewis kontrafaktuálisokról szóló művének[4] kiinduló gondolata ez. Ám éppen ez a kezdeti elgondolás az, amely magában hordozza Lewis kontrafaktuális analízisének folyamatosan, újból és újból felmerülő problémáját. Azt tudniillik, hogy milyen mértékben kell hasonlítania egy olyan világnak az aktuális világra, amelyikben nincs a kengurunak farka? Sokféle ilyen alternatív világot képzelhetünk el. Nyilván arra kell gondolnunk, hogy vannak releváns és irreleváns különbségek. Mert nyilvánvaló (talán?), hogy lehetett volna nekem a harmadik elemiben írásból továbbra is hármasom, minden olyan világban, amelyikben a kenguruknak nincs farkuk, de a melbourne-i cirkusz kengurujának farkán nem lehet csokornyakkendő, ha nincs azt mire rákötni. Lewis maga is készséggel elismeri, hogy ezen a ponton a kontrafaktuális ana-

[2] tényellentétes

[3] Lewis 1986.

[4] Lewis 1973.

lízis homályos, vagyis hogy nem lehetséges világos definíciót adni arra nézve, mit is jelent az, hogy „az alternatív világ olyan, mint az aktuális, csak éppen ...”. Lewis szerint azonban e homályosság természetes, és nem érinti a fogalom használhatóságát.

Hangsúlyoznunk kell, hogy a kauzalitás kontrafaktuális értelmezése független attól, hogy egyébként milyen álláspontot foglalunk el az ún. *modális realizmus* ügyében, vagyis azt illetően, hogy léteznek-e az alternatív világok, s ha igen, milyen értelemben. Témánk szempontjából tehát közömbös, hogy a legszélsőségesebb modális realisták szerint[5] a lehetséges világok ontológiai státusza semmiben sem különbözik az aktuális világ ontológiai státuszától.

9. Kérdés az is, hogy milyen értelemben „lehetségesek” ezek a lehetséges világok. Lewis – megint csak hume-i hagyományokat követve – bevezeti az ún. „újrakombinálhatóság elvét”[6] vagyis azt az elvet, mely szerint – tömör egyszerűséggel kifejezve – az aktuális világunkban lévő dolgokat szabadon összekuszálhatjuk, és mindezt elszállásolhatjuk egy lehetséges világban.

> A lehetséges világok teljességének (plenitude) érzékeltetése céljából elfogadom az újrakombinálhatóság elvét, ami szerint különböző lehetséges világok részeinek összetoldozásaiból újabb lehetséges világok jönnek létre. Durván azt mondhatnánk, hogy az elv szerint bármi együtt létezhet bármi mással, feltéve, hogy más helyet foglal el a téridőben. Hasonlóképpen, bármi létezhet bármi más nélkül is.[7]

Ebben az értelemben tehát minden lehetséges. Lewis azonban korlátozza ezt az elvet, mégpedig a következőképpen:

> [A]zt hiszem, hogy léteznek olyan világok, melyekben a fizika különbözik a mi világunk fizikájától, de nem léteznek olyanok, melyekben a logika és az aritmetika más, mint a mi világunk logikája és aritmetikája. Ezzel nem mondok többet,

[5]Belnap és Green 1994; Vö. Lewis 1973, 84. o.

[6]Huoranszki 2001, 161. o.

[7]Huoranszki 2001, 161. o. (A szövegrész angol eredetije: Lewis 1986, 87-88. o.)

> mint hogy szisztematikusan kifejtem azt a naiv, filozófia előtti véleményemet, mely szerint a fizika lehet más, de a logika és az aritmetika nem.[8]

Nem célunk itt Lewis metafizikai álláspontját megvitatni, csak zárójelben megjegyezzük, hogy 1) teljesen indokolatlan a matematika és a logika e kitüntetett státuszba helyezése a természet törvényeivel szemben,[9] és megkérdezzük, 2) *melyik* logika és *melyik* aritmetika, és például *melyik* geometria, stb. *az* aktuális világ „logikája", „aritmetikája" és „geometriája", melyet e kitüntetett státuszba emelünk. Lewis „lehetséges világ"-fogalma nem mentes tehát egyfajta platonizmustól.

A kauzalitás kontrafaktuális értelmezését tekintve azonban nem közömbös, hogy hol húzza meg Lewis az újrakombinálhatóság elvének határait. Első közelítésben tekintsük azt az esetet, amikor az elvet nem korlátozzuk semmivel, tehát nem vagyunk tekintettel a Lewis által respektálni ajánlott logikai és matematikai igazságokra sem. Ebben az esetben nyilván az lesz az aktuális világhoz legközelebbi olyan lehetséges világ, amelyben A nem történik meg, amelyet úgy kapunk, hogy az aktuális világból elvesszük A-t, és kész (azaz benne hagyjuk B-t), minden további változtatás nélkül. Ebben az esetben tehát *nincs kauzalitás*. Nincs két olyan esemény, melyekre a lewisi definíció alkalmazható lenne.

Második lépésben kapcsoljuk be a Lewis által előírt korlátot. Vagyis az újrakombinálhatóságnak egyedüli korlátja a logika és a matematika legyen. Ebben az esetben már nem feltétlenül igaz, hogy létezik olyan lehetséges világ, amelynek nem része A, de része B (minden mást fixen hagyva). Mikor nem lehetséges ilyen világ? Akkor, ha A és B között logikai/matematikai kapcsolat van, pontosan, ha $\neg A \& B$ logikai ellentmondás! Más szóval ez azt jelenti, hogy a lewisi értelmezés szerint az ok és az okozat egymás logikai/matematikai következményei, vagyis azzal az esettel van dolgunk, amit Hume indítványára nem tekintettünk kauzális kapcsolatnak.

10. Ha valódi, kontingens kauzális kapcsolatot kívánunk visszakapni a lewisi értelmezés segítségével, akkor a lehetséges világok családját ki-

---

[8] Lewis 1973, 88. o.

[9] Bővebben erről: E. Szabó 2002.

választó újrakombinálhatóság elvének máshol kell meghúzni a határait. Például szokás azt mondani, hogy azok a lehetséges világok, amelyek respektálják a természet törvényeit. Ezzel azonban nagyon bizonytalan talajra léptünk. Nehéz ugyanis megmondani, hogy a természet törvényei alapján milyen az a lehetséges világ, amelyikben nem történik meg egy adott (tehát a téridő egy adott helyén végbement) A esemény, és melyik ezek közül az aktuális világhoz legközelebbi. S még nehezebb arra válaszolni, hogy egy ilyen világban bekövetkezik-e B. Mert például az evolúció során, ha nincs farok a kengurun, akkor másképpen alakul a testének súlyeloszlása (mivel, ha mindig felbukfencezett volna, akkor most nem lenne kenguru az élővilágban). Minél gazdagabb képünk van az aktuális világban érvényesülő törvényszerűségekről, annál valószínűtlenebb, hogy az univerzum történetének bármelyik porcikáját elhagyhatjuk, a történet egészének átírása nélkül.

11. Egyáltalán, vizsgáljuk meg a lewisi definíció logikai szerkezetét! Tegyük fel, hogy a lehetséges világoknak egy T elméletet kell kielégíteniük. Vitathatatlan – ha mégoly homályos is ennek a „távolságnak" az értelme –, hogy az aktuális világhoz legközelebbi A nélküli világ az lenne, amelyben – minden mást fixen hagyva – nincs A, de van B. Mikor nem található ott ez a világ a lehetséges világok családjában? Akkor, ha a $\neg A$-ból és a T elméletből következik $\neg B$. Tehát, *a kauzális viszony lewisi értelmezése praktikusan nem különbözik az episztemikus értelmezéstől*. Igaz ez abban az értelemben is, hogy a kontrafaktuális értelmezés sem mellőzheti a regularitásra való hivatkozást, vagyis az azzal történő érvelést, mely szerint A és B események partikuláris esetei bizonyos eseménytípusoknak, melyekről a T elmélet azt állítja, hogy az egyikből következik a másik.

12. Megengedve tehát, hogy a Lewis-féle definícióval csupán egy releváns kauzális faktort értelmezünk, újabb nehézség merül fel: Tekintsük például azt az állítást, hogy „Ha Mari locsolta volna a virágaimat, nem hervadtak volna el." Első közelítésben valóban úgy tűnik, ha ez a kontrafaktuális mondat igaz, akkor a virágok elhervadásának oka Mari nemlocsolása. Úgy értjük, sok minden más mellett, ez egy releváns kauzális faktor. A helyzet azonban ettől bonyolultabb, hiszen nyilván igaz a következő mondat is: „Ha George Bush locsolta volna a virágaimat, akkor nem hervadtak volna el."[10] Mégsem gondolnánk, hogy virágaim elhervadásának oka az Egyesült Államok elnökének nem-locsolása. Mégcsak azt sem gondoljuk, hogy az elnök nem-locsolása egyike a releváns kauzális faktoroknak.

3. Szükségesség és elégségesség

13. Hume úgy gondolta, hogy az ok nem csak szükséges feltétele az okozat bekövetkezésének, hanem egyben elégséges feltétele is: „Az okot úgy definiálhatjuk, mint *egy olyan objektumot, amelyet egy másik követ, és amelyekre fennáll, hogy minden, az elsőhöz hasonló objektumot követ egy, a másodikhoz hasonló objektum.*"[11]

Az elégségesség valamilyen formában való megkövetelése abból az intuíciónkból fakad, hogy csak így képes az oksági viszony megfelelő *magyarázattal* szolgálni arra, hogy az okozat *miért* következett be.

Vegyük észre, hogy a lewisi definíció csupán egy kauzális faktor értelmezésére alkalmas, és nem az ok definiálására, abban az értelemben, hogy az ok (önmagában) kiváltaná az okozatot. Nyilvánvaló, hogy a szükséges feltétel nem feltétlenül elégséges is. Az ismert orosz népmesében az óriásira nőtt répa kihúzásának szükséges feltétele a sor végén az Egér húzóereje (ha az Egér nem húzta volna, a répa nem mozdult volna ki a földből), de nem tekinthetjük úgy, hogy az óriási répa földből történő kimozdulásának oka az Egér által kifejtett húzóerő. Az Egér húzása, csak egy a kauzális faktorok közül, ugyanúgy, mint a Medve húzása, és a többieké. Más szóval, a lewisi értelemben definiált kauzális faktorok együtt tekinthetők olyan értelemben oknak, melyek már maguk után vonják (a természeti törvények értelmében, például) az okozatot.

14. Ilyen és hasonló szituációk elemzése vezette Mackiet az *inus*-elv megfogalmazásához (**I**nsufficient but **N**on-redundant part of an **U**nnecessary but **S**ufficient condition: Az ok *1) szükséges, de 2) nem elégséges feltétel a feltételek egy olyan rendszerében, amely 3) elégséges, de 4) nem szükséges* az okozat bekövetkezéséhez.

[10] A találó példa Jaegwon Kimtől származik.

[11] Hume 1748, VII. fejezet.

Két magyarázó megjegyzést teszünk. Természetesen 2) úgy értendő, hogy „nem feltétlenül elégséges” és 4) úgy, hogy „nem feltétlenül szükséges”. Mindettől függetlenül magyarázatra szorul azonban a 4) kitétel, nevezetesen, hogy a szóban forgó elégséges kondíció-rendszer nem (feltétlenül) szükséges. Szokás ilyenkor azzal érvelni, hogy az okozatot mint esemény típust más elégséges kondíció-rendszer is kiválthatja. (Például egy nagy répát két összekötött traktor is kihúzhat.) Azonban, *partikuláris* eseményekre vonatkozóan 4) csak az úgynevezett *túldeterminácíó* esetén képzelhető el. (Az áldozatot egyszerre két mesterlövész lövi le.) Valamikor később majd amellett fogok érvelni, hogy ilyen eset nem létezik.

4. A kauzalitás valószínűségi elmélete

15. Az ok elégségessége még az „inus” értelemben sem összeegyeztethető az indeterminizmussal: Ha egy B esemény nincs arra determinálva, hogy megtörténjen, akkor nem lehet egy másik A esemény része kondíciók egy olyan rendszerének, amely elégséges ahhoz, hogy B bekövetkezzen. Az indeterminizmus tételezése mellett, a kauzalitásra vonatkozó elgondolásainkat módosítanunk kell.

A tipikus példa, melyet a sztochasztikus kauzalitásról szóló irodalomban olvashatunk a következő: „A dohányzás tüdőrákot okoz.” Nem jelenti ez azt, hogy egy adott személy dohányzása szükségszerűen rákot okoz, mint ahogy nem dohányzónak is lehet tüdőrákja. A kauzális kapcsolat abban áll, hogy a dohányzás *megnöveli a tüdőrák valószínűségét*.

A valószínűségi kauzalitás alapgondolata tehát a következő: Az okozat bekövetkezhet az ok nélkül is, és fordítva, az is megtörténhet, hogy az ok bekövetkezése ellenére az okozat nem történik meg. Az A és B események közötti ok-okozati viszony abban áll, hogy *az ok bekövetkezése megnöveli az okozat bekövetkezésének valószínűségét*. Ezt a következő formulával szokás kifejezni:

$$p\left(B|A\right) > p\left(B|\neg A\right) \tag{1}$$

16. Mielőtt a stochasztikus kauzalitás elméletének további kérdéseit taglalnánk, egy sokkal alapvetőbb kérdést kell feltennünk: Milye is az az okozatnak, vagyis a B eseménynek, amit megnövel az ok, vagyis az A esemény bekövetkezése? Azaz, mi az, hogy egy esemény „valószínűsége”?

5. Valószínűség

Consider the following typical probabilistic assertions: In quantum mechanics,

$$p(a) = \mathrm{tr}\left(\hat{P}_a \hat{W}\right) \tag{2}$$

asserts that the *probability* that the value of a physical quantity falls into a Borel set a is equal to $\mathrm{tr}\left(\hat{P}_a \hat{W}\right)$ where $\hat{W}$ is the state operator of the system and $\hat{P}_a$ denotes the corresponding projector. Formula

$$p\left(\{N_i\}_{i=1,2,\ldots}\right) = \frac{\left(\sum_i N_i\right)!}{\prod_i N_i!} \tag{3}$$

in statistical mechanics asserts that the *probability* that the micro-distribution is equal to $\{N_i\}_{i=1,2,\ldots}$ is equal to $\frac{(\sum_i N_i)!}{\prod_i N_i!}$. The meteorologist claims that the *probability* that it will be raining tomorrow is

$$p\,(\text{raining}) = 0.8 \tag{4}$$

A simple probabilistic description of a coin-flip claims that the *probability* of getting Heads is

$$p\,(\mathrm{H}) = \frac{1}{2} \tag{5}$$

Let us compare these assertions with other scientific assertions. The electric field strength of a point charge q:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = q\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_q}{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q\right|^3} \tag{6}$$

The time tag of an event A:

$$t(A) = 43\mathrm{s} \tag{7}$$

In case of (6) and (7) it is clear what the formulas assert. For example, on the left hand side of (7) we have a known, previously empirically defined physical quantity, and (7) asserts that the value of this quantity is equal to 43s. Similarly, in (6), when we assert that the static electric field strength of a point charge is $q\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_q}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q\right|^3}$, we have a previously defined physical quantity, electric field strength, and (6) expresses a contingent fact about this quantity.

It is far from obvious, however, what formulas (2)–(5) actually assert. What quantities are on the left hand sides of (2)–(5)? What is "probability"? In my views, "interpretation of probability" means—or ought to mean—the answering *this* question. For the aim of interpretation of probability is not, as many believe, to assign meaning to the *mathematical* terms "probability" or "probability measure" of, say, Kolmogorov's probability theory. For, when we define the notion of electric field strength in empirical terms, our aim is to introduce an objective characteristic of electromagnetic field, but not to assign meaning to the mathematical term "vector field". So the right epistemological order would be something like this:

1. We have to define—in empirical terms—what "probability of an event" means on the left hand side of (2)–(5) and in other similar scientific assertions.

2. From the knowledge of (2)–(5) and other similar facts, acquired by *a posteriori* means, we ascertain the basic laws satisfied by the quantity we previously defined and called "probability".

3. Finally, we may conclude—again, on the basis of our observations—that probability can be conveniently described by the mathematical concept called "probability" in Kolmogorov's "probability theory".

6. A klasszikus valószínűségszámítás matematikája

17. E matematikai konstrukcióban az alapfogalmak mélyebb jelentése figyelmen kívül hagyható, csupán annyit feltételezünk, amennyit a formális matematikai struktúrák megkívánnak. Az esemény és a valószínűség itt sugallt jelentései csupán illusztratív szerepet játszanak. A valószínűségelmélet kiinduló (alap)fogalma az *esemény*. Az események egy *eseménystruktúrát* alkotnak. Jelölje Σ az események halmazát. Σ-n a következő „logikai" műveleteket vezetjük be:

$$\begin{aligned}
\text{„vagy"} \quad \vee \quad &: \quad (A,B) \in \Sigma \times \Sigma \mapsto A \vee B \in \Sigma \\
\text{„és"} \quad \wedge \quad &: \quad (A,B) \in \Sigma \times \Sigma \mapsto A \wedge B \in \Sigma \\
\text{„nem"} \quad \neg \quad &: \quad A \in \Sigma \mapsto \neg A \in \Sigma
\end{aligned}$$

Tulajdonságok:

$$\left.\begin{array}{c}
(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) \\
(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \\
A \vee B = B \vee A \\
A \wedge B = B \wedge A \\
A \wedge (A \vee B) = A \\
A \vee (A \wedge B) = A
\end{array}\right\} \text{háló} \tag{8}$$

$$\left.\begin{array}{c}
A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \\
A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)
\end{array}\right\} \text{disztributív} \tag{9}$$

$$\left.\begin{array}{c}
\exists \emptyset, 1 \in \Sigma \text{ olyan, hogy } (\forall A \in \Sigma)\text{-ra} \\
A \vee \emptyset = A \quad \text{és} \quad A \wedge \emptyset = \emptyset \\
A \vee 1 = 1 \quad \text{és} \quad A \wedge 1 = A
\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{nullelemes és} \\ \text{egységelemes}\end{array} \tag{10}$$

$$\exists \neg : \Sigma \to \Sigma \text{ olyan, hogy} \quad \left.\begin{array}{c}
A \vee \neg A = 1 \\
A \wedge \neg A = \emptyset
\end{array}\right\} \text{komplementumos} \tag{11}$$

$$(\forall \mathcal{I})\text{-re} \bigvee_{i \in \mathcal{I}} A_i \in \Sigma \text{ és } \bigwedge_{i \in \mathcal{I}} A_i \in \Sigma \Bigg\} \text{ teljes} \tag{12}$$

A (8)–(12) tulajdonságokat kielégítő algebrai struktúrákat *Boole-hálónak* nevezzük. A Boole-háló fogalmát szemléletessé tevő fontos tétel

(Stone), hogy minden Boole-háló izomorf egy megfelelő Ω halmaz részhalmazainak Boole-hálója egy részhálójával, ahol a részhalmazokon értelmezett hálóműveletek, természetesen, az unió, a metszet és a komplementer képzés.

A *valószínűség* egy $p : \Sigma \to [0,1]$ leképezés, a következő tulajdonságokkal:

$$p(1) = 1 \tag{13}$$

$$(\forall A_1, A_2, \ldots) \left[(\forall i \neq j) \left[A_i \wedge A_j = \emptyset \right] \Rightarrow \left[p \left(\bigvee_{k=1,2,\ldots} A_k \right) = \sum_{k=1,2,\ldots} p\left(A_k\right) \right] \right] \tag{14}$$

A (8)–(14) tulajdonságokra a későbbiekben mint *Kolmogorov-axiómákra* fogunk hivatkozni, a (Σ, p) párt pedig *Kolmogorov-féle valószínűségi modellnek* fogjuk nevezni.

18. Két további fontos fogalmat kell bevezetnünk: Legyen $p(B) > 0$. Az A esemény B eseményre vett *feltételes (kondicionáliskondicionális) valószínűsége*:

$$p\left(A|B\right) \stackrel{def}{=} \frac{p\left(A \wedge B\right)}{p\left(B\right)} \tag{15}$$

A definíciós egyenlőség hangsúlyozása lényeges! (15) formulát „Bayes-szabálynak” szokás nevezni, de ez az elnevezés meglehetősen félrevezető, mintha nem definícióról lenne szó, hanem arról, hogy a kondicionális valószínűséget valahonnan tudnánk, hogy mi, és mennyi az értéke, és ez a „szabály” azt állítaná, hogy ez egyenlő (15) jobb oldalával. A kondicionális valószínűséggel kapcsolatban egyébként is sok félreértés van forgalomban, melyekkel bővebben a **31.** pontban fogunk foglalkozni.

A és B események *korrelációjának* nevezzük a

$$\Delta(A, B) = p(A \wedge B) - p(A)p(B)$$

mennyiséget. Ha $\Delta(A, B) = 0$, akkor A és B eseményt *függetleneknek* mondjuk.[12] Világosan kell látnunk, hogy két esemény korreláltsága egy szimmetrikus tulajdonságuk. Erről sokszor megfeledkeznek. Mint

[12] A „korreláció” és a „függetlenség” csak matematikai definíciók. Bármennyire is sugallják ezek az elnevezések, egyelőre semmi közük a kauzalitáshoz!

38. pontban meg fogjuk mutatni, a korreláltságot kifejezhetjük olyan módon is, hogy az látszólag aszimmetrikus:

$$\begin{aligned}\Delta(A,B) > 0 \;\Leftrightarrow\; p(A|B) > p(A) \Leftrightarrow p(A|B) > p(A|\neg B)\\ \Delta(A,B) < 0 \;\Leftrightarrow\; p(A|B) < p(A) \Leftrightarrow p(A|B) < p(A|\neg B)\end{aligned}$$

ez azonban csak látszólag aszimmetrikus, hiszen ugyanígy fennáll, hogy

$$\begin{aligned}\Delta(A,B) > 0 \;\Leftrightarrow\; p(B|A) > p(B) \Leftrightarrow p(B|A) > p(B|\neg A)\\ \Delta(A,B) < 0 \;\Leftrightarrow\; p(B|A) < p(B) \Leftrightarrow p(B|A) < p(B|\neg A)\end{aligned}$$

Helytelen tehát olyasmit mondanunk, hogy B esemény (sztochasztikus értelemben) oka A-nak, mert $p(A|B) > p(A)$, vagyis, mert „B bekövetkezése megnöveli A valószínűségét". E megfogalmazás egyébként a kondicionális valószínűség fogalmának félreértését is tükrözi.

Végül legyen itt megemlítve az úgynevezett *teljes valószínűség tétel*: Legyen $\{E_i\}_{i=1,2,\ldots,n}$ egy egységpartíció, tehát

$$\bigvee_{i=1}^{n} E_i = 1$$

$$(\forall i \neq j)\left[E_i \wedge E_j = \emptyset\right]$$

Ekkor tetszőleges$A \in \Sigma$-ra fennáll, hogy

$$p(A) = \sum_{i=1}^{n} p\left(A|E_i\right) p\left(E_i\right) \tag{16}$$

7. A valószínűség értelmezései

19. A **??** és **??** fejezetben a valószínűségelméletnek kizárólag a *matematikai* vonatkozásaival foglalkoztunk. Sem az *esemény*, sem a *valószínűség* fogalmát nem kívántuk mélyebben értelmezni. Vagyis nyitva hagytuk azt a kérdést, hogy pontosan mire és hogyan lehet a valószínűségszámítás formális matematikai elméletét alkalmazni. Ebben a fejezetben áttekintjük a valószínűségszámítás legfontosabb interpretációs irányzatait.

Mielőtt ezt megtesszük, szükséges néhány kérdés előzetes tisztázása:

1. A valószínűségszámítás, mint a matematika része, nem a valóság leírására vonatkozik. Ha tehát a valószínűségelmélet fogalmait a reális világra kívánjuk vonatkoztatni, ez – hasonlóan a geometriához – nem tehető meg közvetlenül, hanem csak úgy, hogy a valószínűségszámítás részét képezi a világ leírását szolgáló – például fizikai – elméletnek. A szóban forgó elmélet lehet a tárgyát képező jelenségek egészen primitív, köznyelvi leírása is. Például egy kockadobást egészen egyszerű nyelven is leírhatunk. Nevezzük a valószínűségelmélet ilyen, a világ leírására szolgáló nyelvben történő interpretációját *reális interpretációnak*.

2. A valószínűségszámítást gyakran olyan feladatok megoldásában alkalmazzuk, ahol a feladat maga sem a reális világra vonatkozik, hanem matematikai. Tipikus példa erre **21.** pontban tárgyalt Bertrand-paradoxon. Ezekben az esetekben az „interpretáció” azt jelenti, hogy a valószínűségszámításnak, mint formális nyelvnek, egy másik formális nyelven belüli modelljét adjuk meg, anélkül, hogy ezt az interpretációt a valóság tényei a legcsekélyebb mértékben is korlátoznák. Nevezzük ezt *matematikai interpretációnak*.

3. Ami minket filozófiai szempontból érdekel, az nyilván az a kérdés, hogy mi az a valószínűség. És erre a kérdésre nem kaphatunk választ másból, csak a reális interpretációkból, vagyis abból, ahogyan ezt a fogalmat a valóság leírásában alkalmazzuk.

4. Nem csak a valószínűség értelmezésének kérdése merül fel, hanem az is, hogy mi az esemény fogalma. Megint csak világosan kell látni, hogy erre a kérdésre is csak a reális interpretációk keretében kaphatunk választ. Hiszen filozófiai szempontból teljesen irreleváns, hogy esetleg felmutatunk valamilyen matematikai elméletet, amelyben egy megfelelő Boole-háló elemeit „eseményeknek” fogjuk nevezni.

   Az esemény fogalmát illetően sokat vitatott kérdés, hogy a valószínűséget egy egyedi eseményhez, vagy egy eseménytípushoz köthetjük.

5. Végül felmerül az is, hogy valószínűség – feltéve, hogy nem 0 vagy 1 az értéke – értelmezhető-e egy determinisztikus világban, vagy pedig kizárólag egy nem determinisztikus világ tartozéka.

Klasszikus interpretáció

20. A *klasszikus interpretáció* Laplace-tól ered. Eszerint

> *Egy esemény valószínűsége nem más, mint a kedvező esetek számának és az összes, egyformán valószínű esetek számának aránya.*

Laplace egy további elvet vezetett be, amely azt hivatott eldönteni, hogy miket tekintsünk „egyformán valószínű” eseteknek. Az ún. *pártatlanság elve* szerint

> *Két lehetőséget akkor tekintünk egyformán valószínűnek, ha nincs semmi okunk egyiket a másikkal szemben preferálnunk.*

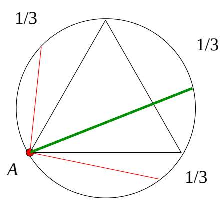
Általános felfogás szerint Laplace valószínűség-értelmezésének gyenge pontja az „egyformán valószínű esetetek” fogalma, illetve a pártatlanság elve. A helyzet ennél azonban bonyolultabb. Élesen különbséget kell tennünk aközött, hogy a laplace-i definíciót reális vagy matematikai interpretációnak tekintjük. Mint látni fogjuk, ha a laplace-i definíciót a valószínűség matematikai interpretációjaként használjuk, akkor semmiféle probléma nincs, az irodalomból ismert „paradoxonok” teljesen félrevezetőek. Ezzel szemben, a Laplace-féle klasszikus értelmezés, mint a valószínűség reális interpretációja sokkal alapvetőbb problémákat vet fel, és végső soron teljesen tarthatatlan.

21. A laplace-i értelmezés matematikai interpretációként való felfogására példa a sokat idézett Bertrand-paradoxon. A vizsgált probléma a következő:

> *Adott egy kör. Határozzuk meg mi a valószínűsége annak, hogy a kör egy véletlenszerűen kiválasztott húrja hosszabb, mint a körbe írt szabályos háromszög oldala.*

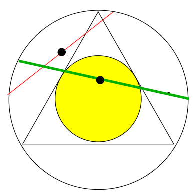
Az állítólagos „paradoxon”, abban áll, hogy a feladatnak több különböző megoldása van, s azok eltérő eredményre vezetnek. Nézzünk meg ezek közül kettőt:

Első megoldás Véletlenszerűen ki kell választanunk két pontot a körön és vennünk kell az őket összekötő húr hosszát. Tehát, az egyetlen fontos dolog a második pont helyzete a körön. Rögzítsük ezért az első pontot, mondjuk A-ban (1. ábra). A második pont a kör három egyforma hosszúságú ívére eshet, melyből kettő olyan, hogy az oda befutó húr hossza rövidebb, mint a háromszög oldala. A kérdezett valószínűség tehát $\frac{1}{3}$.



1. ábra. *Rögzítsük az első pontot A-ban. A második pont a kör három egyforma hosszúságú ívére eshet, melyből kettő olyan, hogy az oda befutó húr hossza rövidebb, mint a háromszög oldala*

Második megoldás A húrt egyértelműen meghatározza középpontjának helye a kör belsejében (2. ábra). Akkor hosszabb, mint a beírt szabályos háromszög oldala, ha a középpontja a kisebbik kör belsejében van. A kisebbik kör sugara a nagy kör sugarának fele, területe ezért a nagy kör területének negyede. Következésképpen a kérdezett valószínűség $\frac{1}{4}$.



2. ábra. *A húrt egyértelműen meghatározza középpontjának helye a kör belsejében. Akkor hosszabb, mint a beírt szabályos háromszög oldala, ha a középpontja a kisebbik kör belsejében van*

22. Hasonló „paradoxonok” tucatjait ismeri a valószínűségszámításról szóló irodalom. Ezek természetesen nem igazi paradoxonok, tehát nem tükröznek tényleges ellentmondásokat. Tévesen azt szokás mondani, hogy ezekben a példákban – paradox módon – egy esemény valószínűsége „függ attól, hogy a feladatot hogyan paraméterezzük”. Az ilyen vélekedés azonban súlyos konfúziót tükröz úgy a „paraméterezés” mibenlétét, mint a matematika és a valóság viszonyát illetően. A „paraméterezés” ugyanis a következőt jelenti: Ugyanazon az eseményalgebrán különböző valószínűségi mértéket definiálhatunk, s ezzel különböző Kolmogorov-féle valószínűségi modelleket kapunk. Tekintsünk most egy, az algebrán értelmezett valószínűségi változót. A valószínűségi mérték egyértelműen indukál egy valószínűségeloszlást az adott változóra nézve. A feladat egy „paraméterezése" nem mást jelent, mint egy olyan megszorítást a valószínűségi mértékre, hogy az indukált valószínűségeloszlás az adott változóra nézve legyen egyenletes. Különböző „paraméterezések" tehát különböző valószínűségi mértéket engedhetnek meg (esetleg fixálnak) ugyanazon az eseményalgebrán. Vagyis nem ugyanazon valószínűségi modellen belül lesz ugyanannak az eseménynek különböző a valószínűsége.

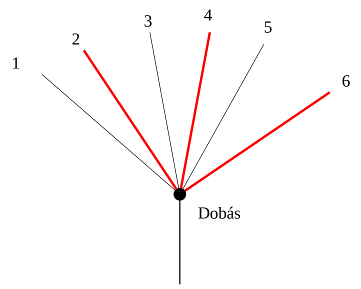
23. Mármost a kérdés az, baj-e, hogy a pártatlanság elvének alkalmazásával több, különböző valószínűségi modellhez jutunk. Válaszunk az, hogy nem. Fontos azonban látni, hogy itt a valószínűségelmélet fogalmainak egy matematikai interpretációjáról van szó. Mert hogyan kell értenünk azt az eseményt, hogy <a kör húrjának hossza nagyobb, mint a beírt szabályos háromszög oldalának hossza>? Ezek nem valóságos események. Nincs a világnak olyan állapota, a dolgoknak olyan állása, amelyet úgy interpretálhatnánk, hogy ez az „esemény" bekövetkezik. Ha ez így van, és itt csupán „matematikai eseményekről" van szó, akkor ezt pontosan a következőképpen kell értenünk: Adott egy matematikai elmélet M_1, egy formális nyelv, amely tartalmaz olyan szavakat, mint <háromszög>, <kör>, <húr>, <hosszúság>, stb. Adott egy másik matematikai elmélet, M_2, egy másik formális nyelv, amely olyan szavakat tartalmaz, mint <esemény>, <valószínűség>, és így tovább. E két elméletnek egymáshoz semmi köze nincs. Nem értelmes kérdés az euklideszi geometriában, hogy <mi a valószínűsége annak, hogy...?>, mint ahogyan nem lehet tudni a valószínűségelméletben, hogy mi az a <háromszög>. A feladat kitűzői tehát arra szólítanak fel, hogy *alkossunk meg egy olyan új* M_3 *matematikai elméletet*, egy új formális nyelvet, amely M_1-nek is és M_2-nek is tartalmazza egy modelljét, és minden mást, amely szükséges ahhoz, hogy a feladatban szereplő mondatok értelmesek legyenek. A Bertrand-féle feladatban ezt úgy tehetjük meg legegyszerűbben, hogy megadjuk M_2-nek egy modelljét M_1-ben, például a következőképpen: *Legyen* Ω az adott kör húrjai középpontjainak halmaza. A Σ eseményalgebra *legyen* Ω olyan részhalmazainak σ-algebrája, melyek mérhetőek a síkon értelmezett Lebesgue-mérték szerint. A valószínűségi mérték pedig *legyen* a Lebesgue-mérték maga, normálva a kör területével. Természetesen, rengeteg más M_3 is megalkotható. A Laplace-féle „pártatlanság-elv" legjobb esetben is csak úgy értelmezhető, mint jó tanács ilyen elméletek megalkotásához, és az, hogy alkalmazásával nem jutunk egyértelmű M_3 konstrukciókhoz, semmiféle problémát nem jelent.

24. Problémák egész sorát veti fel azonban, ha a laplace-i definíciót reális interpretációként értelmezzük. A valószínűség klasszikus értelmezésének prototípusaként szokás említeni a „szimmetrikus dobókocka" esetét: „6 egyformán valószínű kimenetel lehetséges. Ebből 3 esetben valósul meg a <páros dobás> esete, tehát a <páros dobás> valószínűsége $\frac{3}{6}$."

Reális interpretációról lévén szó, a valószínűségelméleti fogalmakat a valóság leírását szolgáló, tehát empirikus nyelvre redukálható fogalmakkal kell reprezentálnunk. De hogyan is lehet ezt az empirikus nyelvre történő redukciót végigvinni? Úgy tűnik, sehogy. Mert vagy olyan valószínűségfogalomhoz jutunk, amely érzéketlen a valóság tényeire, vagy pedig burkoltan hivatkoznunk kell a valószínűség más, például frekventista interpretációjára.

Vizsgáljuk meg közelebbről a „szimmetrikus dobókocka" esetét. A klasszikus definíció szerint tehát az a lényeg, hogy a kocka feldobásának pillanatában 6 különböző dolog történhet. Vagyis a feldobás pillanatában az univerzum története 6 különböző ágon folytatódhat (3. ábra). Pontosabban a lehetséges történeteket 6 különböző osztályba sorolhatjuk. (Nem feltétlenül gondolunk itt objektív modalitásra. Az ábrán látható elágazás szimbolizálhat egy episztemikus modalitást is.) Ezek közül három ágon valósul meg a <páros dobás> esete. A valószínűség tehát ezeknek az lehetőségeknek a számaránya. Semmilyen egyéb részlete a világ tényeinek nem számít. Ha például a kocka cinkelt, akkor is 6 lehetséges kimenetele van a dobásnak és ebből három vezet páros számhoz, tehát a páros dobás valószínűsége – ezek szerint – továbbra is $\frac{3}{6}$.

De hiszen – mondhatná erre valaki – a cinkelt kocka már nem szim-



3. ábra. *A kockadobás pillanatában az univerzum története 6 különböző ágon folytatódhat*

metrikus!

Miért ne lenne – válaszolhatnánk. Továbbra is mindegyik szám dobásának valószínűsége – a laplace-i definíció értelmében – $\frac{1}{6}$!

Igen – hangzana máris a válasz –, de a kocka egyéb tulajdonságaiban, pl. a tömegeloszlásában, nem szimmetrikus.

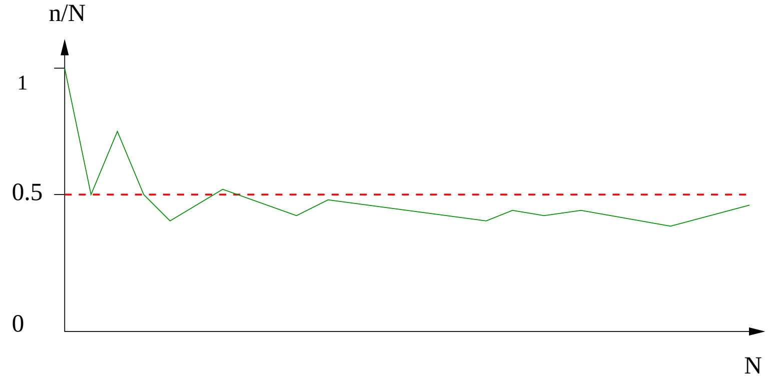
Hát persze, hogy nem – válaszolnánk. A nem cinkelt kocka sem teljesen szimmetrikus minden tulajdonságában, hiszen akkor nem is lehetne tudni, mikor melyik oldalára esik. Például más és más szám van a különböző oldalaira festve. Vagyis vannak releváns, és vannak irreleváns aszimmetriák?

Igen! – jönne a válasz. Olyan aszimmetria számít csak, amelyik befolyásolja a hat lehetséges kimenetel valószínűségét.

Milyen „valószínűségét”? – kérdeznénk ekkor, és képzeletbeli vitapartnerünk nem tehetne mást, mint hogy valami olyasmire hivatkozik, hogy „empirikusan megfigyelhető tény, hogy a cinkelt kocka gyakrabban esik egyik oldalára, mint a másikra”, vagyis a „valószínűség” szónak valamely nyilvánvalóan nem laplace-i jelentésére utalna.

Relatív gyakoriság interpretáció

25. Arisztotelész nevéhez szokás kötni, noha minden bizonnyal sokkal régebbi, az embernek azt a hétköznapi nyelvhasználatban tükröződő valószínűség-értelmezését, hogy tudniillik „az valószínű, ami gyakran megtörténik”. A valószínűség relatív gyakoriság interpretációjának első matematikailag is precíznek tekinthető megfogalmazását az angol logicista John Venn adta meg (1866). Alapgondolata a következő volt. Dobjunk fel egy érmét sokszor egymás után. Az eredményeket mutatja a 4. ábra. A függőleges tengelyen a <Fej> esemény *relatív gyakorisága* van feltüntetve, vagyis az $\frac{n_N}{N}$ hányados, ahol n_N a <Fej> esemény bekövetkezésének a számát, N pedig az érme feldobásának a számát jelöli.



4. ábra. *A <Fej> esemény relatív gyakorisága a feldobások számának függvényében*

A relatív gyakoriság interpretáció feltételezi, hogy a relatív gyakoriságok $\left\{\frac{n_N}{N}\right\}_{N=1,2,\ldots}$ sorozatának létezik limesze, és ez a limesz definíció szerint a szóban forgó esemény valószínűsége.

26. Általánosabb megfogalmazásban, tekintsük eseményeknek egy $\mathcal{A}$ Boole-hálóját. *Klasszikus igazságérték függvénynek* nevezünk egy olyan $u : \mathcal{A} \to \{0, 1\}$ leképezést, amely eleget tesz a következőknek:

$$\begin{aligned} u(\emptyset) &= 0 \\ u(\neg A) &= 1 - u(A) \\ u(A \wedge B) &= u(A)\, u(B) \end{aligned}$$

Az igazságérték függvény intuitív jelentése nyilvánvaló: 0 értéket vesz fel, ha a szóban forgó esemény nem következik be, és 1 értéket vesz fel, ha az esemény bekövetkezik.

Végezzünk el egy kísérletet sokszor egymás után. A kísérlet minden egyes elvégzésekor az $\mathcal{A}$ eseményalgebra elemei vagy bekövetkeznek, vagy nem, vagyis, ebből a szempontból, a dolgok állása egy alkalmas klasszikus igazságérték függvénnyel írható le. Legyenek az egymást követő kísérletekhez tartozó igazságérték függvények

$$u_1, u_2, \ldots u_N, \ldots \tag{17}$$

Vezessük be az első N kísérlet alapján kiszámolt relatív gyakoriság függvényt a következőképpen:

$$\nu_N : A \in \mathcal{A} \mapsto \nu_N(A) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i(A) \in [0, 1] \tag{18}$$

Könnyen belátható, hogy ha a

$$\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_N, \ldots \tag{19}$$

függvénysorozat pontonként konvergens, akkor a $p = \lim_{N\to\infty} \nu_N$ egy, a kolmogorovi axiómákat kielégítő valószínűség $\mathcal{A}$ eseményalgebrán.

A fenti konstrukcióval elégedettek lehetünk, ha az volt a célunk, hogy a valószínűség fogalmát más matematikai fogalmakra redukáljuk, vagyis a valószínűség egy matematikai reprezentációját kívántuk megadni.

27. Nehézségek akkor merülnek fel, ha a fenti konstrukciót reális interpretációnak tekintjük. Ha a (17) sorozatot valóságos kísérletsorozat kimeneteleit leíró igazságérték sorozatnak gondoljuk el, akkor ezt a sorozatot, közvetlenül vagy közvetve, valamilyen valóságos folyamat kimenetele determinálja (vagy legalábbis megszorítja), és semmi sem garantálja, hogy a megfelelő (19) sorozat konvergens. A pénzfeldobás példájánál maradva, hajlamosak vagyunk azt gondolni, hogy a feldobás kimenetelének véletlenszerűsége garantálja azt, hogy a relatív gyakoriság konvergál. Könnyű azonban olyan random sorozatot generálni, melyre a relatív frekvencia nem konvergens. Vegyük a <0>-ból és <1>-ből álló sorozatot, melyet a következőképpen generálunk: Feldobunk két érmét. Ha az eredmény <Fej> & <Fej>, akkor írjunk egy <1>-et, minden más esetben írjunk <0>-t. Ismételjük ezt addig, amíg az <1> relatív frekvenciája nem kisebb, mint 0.4. Ekkor cseréljük fel a <0> és <1> szerepét, vagyis <Fej> & <Fej> esetén <0>-t, más esetben <1>-et írjunk. Egészen addig, amíg a relatív frekvencia nagyobb nem lesz 0.6-nál. Ekkor ismét cserélünk, és így tovább. Világos, hogy az így nyert sorozatban a <0> és az <1> relatív frekvenciája oszcillálni fog 0.4 és 0.6 között, tehát egyik sem konvergál. Ha tehát a valószínűség nem más, mint a relatív frekvencia határértéke, akkor ez azt jelenti, hogy ebben a kísérletben a $p\,(<1>)$ valószínűség nem létezik? Intuíciónk szerint nem ez a helyzet, hanem egyszerűen csak arról van szó, hogy $p\,(<1>)$ értéke a folyamat során egyszer 0.25 majd egy ponton 0.75-re változik, aztán megint 0.25 lesz, és így tovább.

28. A fenti példából is kitűnik a relatív gyakoriság interpretáció egyik sokat kritizált vonása, hogy tudniillik nem képes minden esetben számot adni az individuális események valószínűségéről. Előző példánkban minden egyes kísérletben egy bizonyos valószínűséget tulajdoníthatunk annak, hogy az adott kísérletben az <1> esemény bekövetkezik, míg az <1> esemény relatív gyakoriságának nem is létezik limesze a kísérlet sokszori megismétlése során. Ez az „egy bizonyos valószínűséget tulajdoníthatunk" természetesen csak intuitíve értendő, hiszen a relatív gyakoriság értelmezés alapján ez a valószínűség nem definiált.

29. A relatív gyakoriság interpretáció reális interpretációként való értelmezésének egy másik nehézsége az a matematikai tény, hogy egy végtelen sorozat limesze teljesen független a sorozat tetszőleges, de véges hosszúságú elejétől. Ez azt jelenti, hogy – szemben a mindennapos gyakorlattal – egy véges mintán leszámolt relatív gyakoriság semmilyen logikai összefüggésben nem áll a szóban forgó esemény valószínűségével. A valószínűség mibenlétének feltárásában nem nélkülözhetjük annak megértését, hogyan lehetséges mégis, hogy a véges mintákon vett relatív gyakoriságok jó közelítéssel megegyeznek a megfelelő valószínűségekkel.

Propensity interpretáció

30. A relatív gyakoriság interpretáció tehát ismétlődő események egy végtelen sorozatához rendel valószínűséget, és nem egy individuális eseményhez. Popper[13] megkísérelte a valószínűség egy olyan értelmezését megadni, amely értelmessé tenné, hogy egy-egy partikuláris esemény valószínűségéről is beszélhessünk. Ez a *propensity* (hajlam) interpretáció. A propensity interpretáció lényege, hogy feltételezi, amikor a dobókockát feldobjuk, akkor a kockának és az egész valóságos/fizikai szituációnak együtt van egy objektív tulajdonsága, nevezetesen az arra való hajlamának mértéke, hogy 6-os legyen az eredmény. Ennek a hajlamnak a számszerű mértékét fejezi ki, amikor azt mondjuk, hogy a $\frac{1}{6}$ a valószínűsége annak, hogy az eredmény 6-os lesz.

A propensity interpretációval szemben általában azt az ellenérvet szokás felhozni, hogy nem tekinthető a valószínűség teljeskörű értelmezésének. Vannak olyan értelmesnek tekintett valószínűségek, ame-

[13] Popper 1960.

lyekhez semmiféle propensity nem társítható. Tekintsük a következő példát:[14] Egy frisbee-gyárnak van két gépe, egy régi és egy új. Az új gép napi 800, a régi 200 frisbeet gyárt. Az új gépen gyártott termékek 1%-a, a régi gépen gyártottak 2%-a selejt. Találunk egy hibás frisbeet. Mi annak a valószínűsége, hogy ez a frisbee az új gépen lett gyártva? A Bayes-szabály alkalmazásával ezt könnyen kiszámíthatjuk:

$$\begin{aligned}
p(U) &= 0.8 \\
p(\neg U) &= 0.2 \\
p(S|U) &= 0.01 \\
p(S|\neg U) &= 0.02 \\
p(U|S) &= \frac{p(S|U)p(U)}{p(S|U)p(U) + p(S|\neg U)p(\neg U)} \\
&= \frac{0.01 \times 0.8}{0.01 \times 0.8 + 0.02 \times 0.2} = 0.66
\end{aligned} \tag{20}$$

Mármost ennek a valószínűségnek van értelme, azonban nem értelmezhető propensityként. Miféle hajlama lehet a hibás frisbeenek arra, hogy ő fél nappal ezelőtt az új gépen legyen volt gyártva? – hangzik a szokásos ellenvetés.

Vegyük azonban észre, hogy a propensity interpretációval szembeni fenti méltatlankodás nem egészen helytálló. Hiszen nyilvánvaló, hogy a $p(U|S)$ valószínűség, éppúgy, mint a (20) formulában szereplő többi valószínűség, nem a selejtes frisbeet magát, hanem az ő gyártásának egész folyamatát jellemzi, és hogy mi történik azzal a darab műanyag masszával, amely a technológiai lánc elején bemegy, azt elsősorban nem az ő hajlamai, hanem a gyártási folyamatban résztvevő berendezések hajlamai határozzák meg. A kondicionális valószínűségnek pedig bármely más interpretációt véve alapul sincs több jelentése, mint a (15) formulában szereplő hányados. Ezt azért kell hangsúlyoznunk, mert a fenti kifogást a következőképpen is meg szokták fogalmazni: Tekintsünk két egymással kauzális kapcsolatban álló eseményt, A-t és B-t. A kauzális kapcsolat következtében, mondjuk, $p(A|B) > p(A)$. Mármost, hangzik az érv, ezt a kondicionális valószínűséget gond nélkül lehet

[14] Earman és Salmon 1992.

propensityként értelmezni, hiszen „van értelme az ok abbéli hajlamáról beszélnünk, hogy az okozatot létrehozza”. Ám ezzel szemben – mondják – $p(B|A)$ nem értelmezhető propensityként, hiszen „értelmetlen dolog az okozat abbéli hajlamáról beszélnünk, hogy őt ilyen vagy olyan ok létrehozza”.

Nyilvánvaló, hogy ebben az érvelésben a kondicionális valószínűség fogalma olyan plusz tartalommal van megterhelve, mellyel az nem rendelkezik – a valószínűség fogalmának bármelyik interpretációját is vesszük alapul. A kondicionális valószínűség fogalmát sokan félreértik. Érdemes ezekkel a félreértésekkel egy rövid kitérő erejéig bővebben foglalkozunk.

31. A $p(A|B)$ kondicionális valószínűség fogalma sem többet sem kevesebbet nem jelent, mint amit a definíciója állít, vagyis a $\frac{p(A \wedge B)}{p(B)}$ hányadost. Tehát, hogy hogyan aránylik az A és B események együttes bekövetkezésének valószínűsége az egyik, történetesen a B esemény bekövetkezésének valószínűségéhez. Ezzel szemben,

1. *$p(A|B)$ nem jelenti azt, hogy mekkorára változik az A esemény valószínűsége, akkor, amikor B esemény bekövetkezik.* A dobókockával dobunk a t_0 pillanatban. Egy másodperccel később a t_1 pillanatban megszületik az eredmény: a kettest dobtuk, tehát egyidejűleg bekövetkezett a <páros> esemény is. Az eldobás előtti pillanatban $p_{t_0}(< 4 >) = \frac{1}{6}$ és $p_{t_0}(< \text{páros} >) = \frac{1}{2}$. Kérdés, mekkora a négyest dobás valószínűsége a t_1 pillanatban, vagyis, amikor a <páros> esemény bekövetkezett? A válasz – függetlenül attól, hogy melyik interpretációról van szó – $p_{t_1}(< 4 >) = 0$. És ez nem egyenlő a $p_{t_0}(< 4 > | < \text{páros} >) = \frac{1}{3}$ kondicionális valószínűséggel.

2. *$p(A|B)$ nem jelenti azt, hogy mekkora az A esemény valószínűsége akkor, ha a rendszer (a világ) olyan módon van preparálva (olyan állapotban van), hogy az garantálja, hogy a B esemény egy valószínűséggel bekövetkezik.* Ha ez lenne a kondicionális valószínűség értelme, akkor nem is lenne egyértelműen definiálva, és nem is lenne feltétlenül egyenlő $\frac{p(A \wedge B)}{p(B)}$-val! A dobókocka példájánál maradva, preparáljuk a kockát úgy, hogy $p(< 2 >) = 1$ legyen. Ezzel teljesítettük a $p(< \text{páros} >) = 1$ feltételt. Ilyenkor $p(< 4 >) = 0$, tehát ezek

szerint, „$p(< 4 > \mid < \text{páros} >) = 0$”. Most preparáljuk a kockát úgy, hogy $p(< 4 >) = 1$. Ekkor is teljesül a $p(< \text{páros} >) = 1$ feltételt, és most „$p(< 4 > \mid < \text{páros} >) = 1$”.

Az ilyen és hasonló tévedések alapját gyakran annak az egyszerű *matematikai* ténynek a félreértése képezi, hogy tudniillik tetszőleges $(\mathcal{A}, p)$ valószínűségi modell esetében, minden $p(Y) \neq 0$ esetén, a

$$p' : X \in \mathcal{A} \mapsto p'(X) = p(X|Y)$$

egy, a Kolmogorov-axiómákat kielégítő *új* p' valószínűségi mértéket definiál az $\mathcal{A}$ eseményalgebrán, és így egy *új* $(\mathcal{A}, p')$ valószínűségi modellhez jutunk, melyben $p'(Y) = 1$.

A félreértések másik forrása, hogy figyelmen kívül hagyják, a $p(A|B) > p(A)$ korreláció csupán a szükséges, de nem elégséges feltétele annak, hogy az események között a „B oka A-nak” típusú kauzális kapcsolat álljon fenn (lásd a 9. fejezetet).

Ehhez a kérdéskörhöz kapcsolódik még a **??.** és **??.** pont, melyekben a Bayes-szabály és a szubjektív valószínűség kapcsolatát fogjuk megvizsgálni.

32. A propensity interpretációval szemben felhozott szokásos kifogások tehát nem mondhatók megalapozottaknak. Ezzel szemben nem szokták említeni a propensity fogalmával kapcsolatban felmerülő lényegesebb problémát. Nevezetesen, hogy a propensity nem egy másodlagos, származtatott tulajdonsága a vizsgált objektumoknak, vagyis a propensity interpretáció a valószínűség fogalmát nem valamilyen már ismert fogalomhoz köti, nem a világ objektumainak már értelmezett, és empirikusan is megragadott tulajdonságaiból vezeti le, hanem egy új tulajdonság létezését állítja, olyan tulajdonságét, amely egy számértékkel fejezhető ki. De hogy ez a számérték pontosan hogyan határozódik meg, hogyan kötődik más, mérhető fogalmakhoz, arra nézve semmiféle magyarázatunk nincs. Ad absurdum, semmiféle fogódzónk nincs arra nézve, hogyan tesztelhetnénk empirikusan azt a kijelentést, hogy a feldobott egyforintosnak $propensity = \frac{1}{2}$-e van <Fej>-jel felfelé landolni az asztalon.

Szubjektív interpretáció

33. A szubjektív interpretáció úgy értelmezi a valószínűséget, mint annak a mértékét, amellyel egy egyén hisz valamely esemény bekövetkezésében. Azt gondolhatnánk, hogy ennélfogva a valószínűségek értéke bármi lehet, és az események valószínűsége semmilyen törvényszerűséget nem kell, hogy mutasson. Látni fogjuk, hogy ez tévedés. Tárgyalásunkat azonban megint két részre kell bontanunk, hiszen a szubjektív valószínűség elmélete a valószínűség reális, illetve matematikai interpretációjaként is értelmezhető.

Alapjában véve a szubjektív interpretáció – meglepő módon – egy reális interpretáció, hiszen a valóságos világban bekövetkező eseményekre vonatkozóan vezeti be a szubjektív valószínűség fogalmát, egy új mennyiséget, melynek számértéke valóságos személyek hitének mértékét fejezi ki valóságos események bekövetkezésével kapcsolatban. Vagyis, amikor arról beszélünk, hogy Kovács úr a Rózsi nevű kanca győzelmében 0.9 mértékben hisz, akkor egy valóságos lóról, annak a célfotón látható valóságos győzelméről és egy valóságos személy valamely valóságos tulajdonságáról van szó. Legyen az a szubjektív interpretációt propagálók gondja, hogy valami bővebbet mondjanak arról – feltehetően Kovács úr pszichológiai analízise alapján –, hogy mi határozza meg ennek a szubjektív valószínűségnek a számértékét. Mindenesetre, nem mondhatjuk, hogy ezek a szubjektív valószínűségek tetszőleges értéket felvehetnek, mint ahogyan azt sem tudhatjuk, vajon kielégítik-e a kolmogorovi-axiómákat.

34. A szubjektív valószínűség, mint egy valóságos személy egy valóságos esemény bekövetkezésében való hitének számszerűsített mértéke, elvben, empirikusan megragadható fogalmakhoz kötődik. Hogy hogyan, arra vonatkozóan nem tudunk semmit. Szokás azonban azzal a feltételezéssel élni, hogy egy racionálisan gondolkodó ember fogadásaiban olyan arányban fogad egy esemény bekövetkezésére, mint amennyi a szóban forgó eseményre vonatkozó szubjektív valószínűsége. Vagyis, ha én 2/3 mértékben hiszek egy esemény bekövetkezésében, akkor 3 a 2-höz arányban vagyok hajlandó fogadni arra, hogy az esemény bekövetkezik. *E feltételezés mellett*[15] érdekes eredményt sikerült bizonyítani: A fogadások világában *Dutch book*nak nevezik fogadásoknak egy olyan együttesét, amely arra vezet, hogy a fogadó mindenképpen veszít, bárhogyan alakuljon is a szóban forgó játék eredménye. Megmutatható (Dutch book-tétel), hogy egy racionális fogadó fogadásai akkor és csak akkor nem alkotnak Dutch bookot, ha szubjektív valószínűségei kielégítik a Kolmogorov-axiómákat. Az elégségesség bizonyítása nem egyszerű, a szükségesség belátása azonban triviális. Vegyük például a Kolmogorov-axiómák azon egyszerű következményét, hogy $p(A) + p(\neg A) = 1$. Tegyük fel, hogy valaki figyelmen kívül hagyja ezt a szabályt, és $2/3$ valószínűséget tulajdonít annak, hogy az érme feldobásának kimenetele <Fej> lesz, és $2/3$ valószínűséget tulajdonít annak is, hogy <Írás> lesz. Ennek megfelelően az egyik ablaknál 2:1 arányban fogadást köt a <Fej>-re, és a másik ablaknál 2:1 arányban fogad az <Írás>–ra is. Ezek a fogadások egy Dutch bookot képeznek, ugyanis, ha az eredmény <Fej>, akkor a fogadó nyer 1 forintot az első fogadása alapján és veszít 2 forintot a másik fogadása miatt. Ha az eredmény <Írás>, akkor veszít 2 forintot és nyer 1 forintot. Tehát mindenképpen veszít.

35. A Dutch book argumentumban felsejlik a szubjektív interpretáció matematikai interpretációként való felfogása is. Egy matematikai interpretáció esetében, a valószínűségelméleti fogalmakat valamely más matematikai elmélet fogalmaival reprezentáljuk. A szubjektív interpretáció esetében ez az elmélet a fentiekben leírt fogadási szituációt absztrakt módon modellező játékelmélet. A Dutch book-tétel értelemszerűen ekkor is érvényben van, tehát a szubjektív valószínűségek ilyenkor is kielégítik a Kolmogorov-axiómákat.

36. Szokás a filozófiai irodalomban *objektív* és *episztemikus* valószínűségekről beszélni. Az egyik elnevezés arra utal, hogy a valószínűséggel jellemzett esemény objektíve indeterminisztikus, a másik arra, hogy csak számunkra tűnik annak, vagyis, hogy a szóban forgó jelenség számunkra megnyilvánuló valószínűségi jellege csupán tudásunk hiányából fakad. Fontos azonban, hogy ennek a felosztásnak semmi köze a

[15]És természetesen a világ működésére vonatkozó néhány triviálisnak gondolt, kimondatlan feltételezés mellett...

fenti interpretációk szerinti „felosztáshoz". Vagyis például a szubjektív valószínűség nem feltétlenül episztemikus. Éppúgy lehet beszélni arról, hogy milyen mértékben hisz egy személy egy esemény bekövetkezésében, ha a szóban forgó esemény objektíve nem determinált, mint ha determinált, csak nem tudjuk, hogyan. Másfelől pedig, a többi interpretáció nem feltétlenül objektív valószínűséget ír le.

Then what is probability?

Although all standard interpretations—the classical, the frequency, the propensity, and the subjective interpretations—can grasp something from our intuition about probability, *there is a consensus* that none of them can provide an ultimate definition of what probability is. (Earman and Salmon 1992; Hájek 2003.) According to this consensual conclusion we have the following

Stipulations

(A) Probability is *not* the ratio of cases favourable to the event in question over the total number of (equally possible) possibilities.

(B) Probability is *not* relative frequency on a finite sample.

(C) Probability is *not* limiting relative frequency.

(D) Probability is *not* propensity.

(E) Probability is *not* degree of belief.

Then what is probability? And how is it possible then that physics and other empirical sciences apply formal (mathematical) theory of probability, without noticing problem arising from this unanswered fundamental question? In this paper I shall make an attempt to develop a new interpretation of probability, which may perhaps throw light on this matter.

‘No-probability’ Interpretation of Probability

The key idea of my proposal, which I call ‘no-probability’ interpretation of probability (Szabó 2007), is that there is no such property of an event as its “probability”. If there is any reason to use this word, “probability” is merely a collective term: its meaning varies from context to context. Moreover, these context-dependent meanings reduce the concept of “probability” to ordinary physical quantities. This is why standard interpretations fail to give a sound definition of probability, and this is why empirical sciences like physics can manage without such a definition.

From philosophical point of view, my argument will be based on the following two general principles: One is a kind of verficationist theory of meaning, the second is a (non-mathematical) indispensability argument.

I shall rely on the verficationist theory of meaning in the following very weak sense: In physics, and in other empirical sciences, the meaning of a term standing for a quantity which is supposed to characterise an objective feature of (physical) reality is determined by the empirical operations with which the value of the quantity in question can be ascertained.

Indispensability argument claims that we ought to have ontological commitment to all and only the entities that are indispensable to our best scientific theories. *Mutatis mutandis*, we ought to have ontological commitment to all and only the features of reality that are indispensable to our best scientific theories.

Consider the following example. A gun is hinged in such a way that it can fire uniformly at a round target area, radius ρ, with an inflated balloon, radius r, attached to the front of the target. (Fig. 5). What is the probability that the balloon will be burst (event A)?

The physicist’s standard answer to this questions is the following:

$$p(A) = \frac{\pi r^2}{\pi \rho^2} \tag{21}$$

We will not look at how the physicist arrives at this result. What is important is that this equation does not, cannot, express contingent fact of

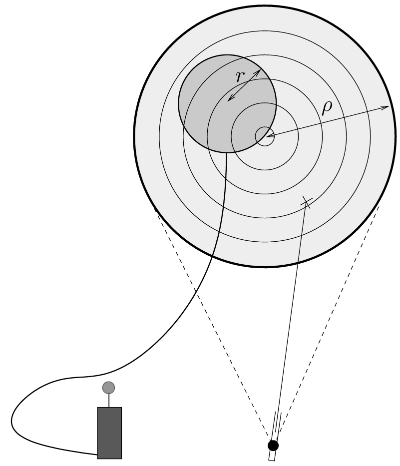


Figure 5. A gun is hinged in such a way that it can fire uniformly at a round target area, radius ρ, with an inflated balloon, radius r, attached to the front of the target

nature. The right hand side of (21) is meaningful. It is an expression consisting of known physical quantities. On the left hand side, however, $p(A)$ is not a known quantity which could be contingently equal to $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$. There is no way to test empirically whether equality (21) is correct or not. Many believe that this is possible by measuring the relative frequency of A and testing that $\frac{N(A)}{N} \approx \frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$. Beyond the problem that relative frequency $\frac{N(A)}{N}$ has, in general, nothing to do with $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$ (see below), the main objection to this argument is that probability is not relative frequency (Stipulation (B)–(C)). So the only possible interpretation of equation (21) is that it is a *definition* of $p(A)$:

$$p(A) \stackrel{def}{=} \frac{\pi r^2}{\pi \rho^2} \tag{22}$$

Note that physical quantity $\mu(...) = \frac{\text{area of ...}}{\pi \rho^2}$ happens to be a "probability like" quantity. It is a dimensionless normalised measure, satisfying the Kolmogorov axioms.

In case of a completely *different scenario*, "probability" is defined as a dimensionless normalised measure composed by completely *different physical quantities.* For example,

$$p(a) \stackrel{def}{=} \mathrm{tr}\left(\hat{P}_a \hat{W}\right) \tag{23}$$

$$p\left(\{N_i\}_{i=1,2,\ldots}\right) \quad \stackrel{def}{=} \quad \frac{\left(\sum_i N_i\right)!}{\prod_i N_i!} \tag{24}$$

Therefore, "probability", at best, can be used only as a collective term the meaning of which varies from context to context. To sum up:

Thesis 1*There is no such property of an event as its "probability." What we call probability is always a physical quantity characterising the state of affairs corresponding to the event in question. "Probability" can be used only as a collective term: it means different dimensionless* $[0,1]$*-valued physical quantities, or more precisely, different dimensionless normalised measures composed by different physical quantities in the various specific situations.*

For scientific practice, the most important question is how probability is related to relative frequency. In our balloon example, we used the term "probability" for the quantity $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$. The value of $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$ is a definite number in each individual experiment, so it is a meaningful notion for an individual event. Imagine that we change the size of the balloon during the sequential repetitions of the experiment, such that the sequence of relative frequencies cannot converge to a limiting value. In this case, $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$ has nothing to do with the relative frequency of event A. But, consider the following particular case. Let the value of $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$ be constant and let the uniform distribution of shots at the target be ensured (Fig. 6) by setting up the position of the gun with a computer applying a suitable ergodic map. In this particular case, the relative frequency of event A is approximately equal to "probability" $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$. And this fact has nothing to do with probability-theoretic considerations. It is a simple result of elementary kinematics. Generalising this observation, we formulate our next thesis:

Thesis 2*The physical quantity identified with "probability" is not the limiting value of relative frequency, and not even necessarily related to the notion of frequency. In some cases, the conditions of the sequential repetitions of a particular situation are such, however, that the physical quantity called "probability" in the given particular context is approximately equal to the relative frequency of the event in question.*

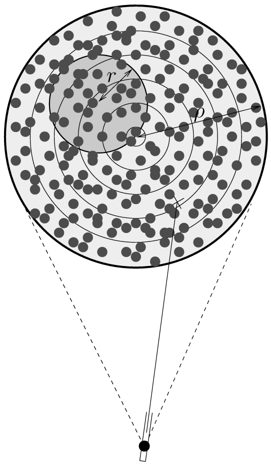


Figure 6. If the size of the balloon is constant and the uniform distribution of the shots on the target is provided then the relative frequency of event A is approximately equal to $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$

The physical quantity $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$ is meaningful and has a certain value in every single run of the experiment. Its existence and value are independent of whether the laws of nature governing the gun firing and the path of the bullets are deterministic or not. Moreover, the relationship between $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$ and the relative frequency of A (if there is such a relationship at all) is not influenced by the deterministic or indeterministic character of the physical processes in question. The relative frequency will be (approximately) equal to $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$ independently of whether the uniform distribution of the shots is ensured by means of a deterministic ergodic process, or by means of an objectively random firing following a uniform distribution.

Similarly, nothing can influence the value of $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$, which would be related to our knowledge about the details of the process. For example, if the uniform distribution of shots condition is satisfied, this value will be approximately equal to the relative frequency of A, independently of whether we know the direction of the subsequent shot, or not.

Finally, we have to emphasise that the real process actually determine whether the distribution of the shots is uniform or not. *A priori* we must not suppose that it is uniform, merely because we have no information about how the direction of the consecutive shots is determined and, on this basis, we have no reason to prefer one direction to the other.

So, our last three Theses are the following:

Thesis 3*The value of the physical quantity identified with "probability" is not influenced by the fact whether the process in question is indeterministic or not. (And, of course, there is no reason to suppose that this value can be only* 0 *or* 1, *merely because the process is deterministic.)*

Thesis 4*The value of the physical quantity identified with "probability" is not influenced by the extent of our knowledge about the details of the process.*

Thesis 6*Neither the value of the physical quantity identified with "probability," nor the existence of the conditions under which this value and the relative frequency of the corresponding event are approximately equal can be knowable a priori.*

Although standard interpretations do not provide a tenable definition of probability, they grasp many important aspects of our intuition of probability. It is remarkable that a physical quantity like $\frac{\pi r^2}{\pi \rho^2}$ reflects many of these intuitive features: Like classical probability, in some sense, it reflects the ratio of favourable cases to the number of equally possible cases. Like propensity, 1) it is meaningful and has a certain value in each individual experiment, 2) in some sense it expresses the "measure of the tendency" of the whole system to behave in a certain way, 3) in general, it has nothing to do with relative frequencies. Under suitable circumstances, however, it is approximately equal to the relative frequency measured during the sequential repetitions of the experiment.

So far so good. It seems we can, in every context, manifest a physical quantity that corresponds to "probability" in the given context. In this way we can clarify how we should understand expressions like (21), (2), and (3). But how should we understand expressions like (4) and (5)?

Let us continue our above example. Assume we know that $r = \frac{1}{2}\rho$, therefore

$$p(A) \stackrel{def}{=} \frac{\pi r^2}{\pi \rho^2} = \frac{1}{4} \tag{25}$$

In brief,

$$p(A) = \frac{1}{4} \tag{26}$$

That is, (26) is just an incomplete formulation of (25). Statement (26) in itself is completely meaningless, for "$p(A)$" on the left hand side has no meaning.

Consider statement (5). In order to make sense of it, we must assume that there exists a *physical quantity* X corresponding to "probability" in the given context, such that

$$p(\mathrm{H}) \overset{def}{=} X = \frac{1}{2} \tag{27}$$

Although the system in question, the coin together with its environment, is a very complex physical system, we may have a good intuition about the system's phase space and the phase space regions corresponding to events Heads and Tails, etc. So we can imagine what kind of *physical quantity* X might be. On this intuitive level, without knowing any details of the system's dynamics, we have enough reason to apply some symmetry principles, and conclude (with the hypothesis) that $X = \frac{1}{2}$.

Although, the physical quantity X, in general, has nothing to do with relative frequency of getting Heads, the conditions of the sequential repetitions of the coin-flip can be such that $X \approx \frac{N(H)}{N}$. And of course, this provides a possibility to test our hypothesis that $X = \frac{1}{2}$. This is, however, not important. Again, what is important is that (5) is meaningless in itself; it must be understood in the form of (27), where X is an ordinary physical quantity.

The meaning of (4) is much less clear. If we take it as a serious probabilistic assertion, then we have to assume that the meteorologist has a (physical) theory on which assertion (4) is based. That is, again,

$$p(\text{raining}) \overset{def}{=} X = 0.8$$

for some *physical quantity* X. In practice, however, the meteorologist does not necessarily have such a theory with such an X, but (s)he simply asserts the statistical fact that the relative frequency of raining in similar situations, in the past, was 0.8. That is to say, this is not an assertion about "probability" of raining—taking into account Stipulation (B).

8. A kauzalitás valószínűségi elmélete (folytatás)

37. A valószínűségi kauzalitás alapgondolata tehát az volt, hogy *az ok bekövetkezése megnöveli az okozat bekövetkezésének valószínűségét*, és ezt azzal a formulával szokás kifejezni, hogy

$$p\left(B|A\right) > p\left(B|\neg A\right) \tag{28}$$

Mint láttuk,

38. A kauzalitás valószínűségi értelmezésével kapcsolatban számos problémát szokás felvetni, melyek közül a három legfontosabbat említjük meg:

1. (28) megtévesztő abban az értelemben, hogy azt sugallja, hogy A és B között egy aszimmetrikus viszony áll fenn. Ugyanakkor (28) a következőképpen alakítható tovább:

$$\begin{aligned} \frac{p\left(A\wedge B\right)}{p\left(A\right)} &> \frac{p\left(B\right)-p\left(A\wedge B\right)}{1-p\left(A\right)} \\ p\left(A\wedge B\right)\left(1-p\left(A\right)\right) &> \left(p\left(B\right)-p\left(A\wedge B\right)\right)p\left(A\right) \\ p\left(A\wedge B\right) &> p\left(A\right)p\left(B\right) \end{aligned}$$

   Vagyis a (28) egyszerűen azzal ekvivalens, hogy a két esemény között pozitív korreláció van, ami egy szimmetrikus viszony A és B között, és akár úgy is kifejezhető, hogy

$$p\left(A|B\right) > p\left(A|\neg B\right)$$

2. A korreláció ténye önmagában nem feltétlenül jelenti azt, hogy az egyik esemény a másiknak oka. A korreláció tudniillik származhat közös okból is. Hogy megint egy tipikus példát említsünk a téma irodalmából, korreláció van aközött, hogy valakinek elsárgultak az ujjai és hogy tüdőrákja van, mégsem a sárga ujjak okozzák

a tüdőrákot. A korrelációt a dohányzás mint közös ok magyarázza. A korrelációk közös okkal történő magyarázatával részletesen fogunk foglalkozni a 9. fejezetben.

3. Az irodalomban gyakran érvelnek úgy, hogy vannak olyan korrelációk, amelyek mögött sem direkt, sem közös ok típusú kauzális kapcsolat nincs. Tekintsük Eliot Sober ismert példáját:[16] A kenyér ára Londonban az elmúlt néhány évszázadban folyamatosan emelkedik, és a víz szintje Velencében szintén folyamatosan emelkedik az elmúlt néhány évszázadban. Létezik tehát egy (szimultán) korreláció a velencei vízszint és a londoni kenyérár között – mondja Sober. Ugyanakkor joggal feltételezhetjük, hogy sem közvetlen kauzális kapcsolat, sem közös ok nem létezik a korreláció mögött.

E problémákkal kapcsolatban a következőket érdemes megjegyeznünk. Sem a aszimmetria kérdése, sem a közös ok problémája nem a sztochasztikus kauzalitás sajátossága. Minden eddig említett értelmezés szenved ugyanezektől a nehézségektől. Mint ahogyan a valószínűségi értelmezés is szembe találja magát olyan további kérdésekkel, hogy a kauzális viszony szinguláris események között értelmezett viszonye, vagy csak eseménytípusokra vonatkozik. (Ha tudniillik szinguláris eseményekre vonatkozik, akkor természetesen felmerül az a kérdés, hogyan van értelmezve a szinguláris események valószínűsége.)

A harmadik problémát illetően meg kell jegyeznünk, hogy Sober példája – amennyiben helytálló – ellentmond a 9. fejezetben tárgyalt Reichenbach-féle közösok-elvnek. Az elv röviden azt állítja, hogy nem létezik korreláció valamilyen kauzális magyarázat nélkül. Tehát, ha két esemény között korreláció van, akkor a két esemény vagy direkt kauzális kapcsolatban áll egymással, vagy létezik a korrelációt magyarázó közös ok. Más szóval, az elv azt állítja, hogy nincsenek a valóságban „véletlen regularitások”.

39. Szokás a Sober-féle ellenpélda és a Reichenbach-féle közösok-elv közötti ellentmondást a következő érveléssel „feloldani”:[17] A kenyér

[16] Sober 1988.
[17] Arntzenius 1997.

árát Londonban bizonyos dolgok határozzák meg, például a kenyér korábbi ára. Hasonlóan, a víz szintjét Velencében meghatározza a tengervíz szintje egy korábbi időpillanatban, és esetleg más lokális dolgok. Tegyük fel, hogy az időfejlődés mindkét esetben determinisztikus, továbbá, a példa szerint, olyan, hogy mindkét mennyiség értéke folyamatosan növekszik. Tehát a kenyér árának növekedését t időpontban, X_{t^+}-t valamilyen korábbi, lokális (londoni) esemény határozza meg, X_{t^-}. Hasonlóan, a víz szintjének emelkedését, Y_{t^+}-t egy korábbi lokális Y_{t^-} esemény determinálja. Determinisztikus esetben $p\left(X_{t^+}|X_{t^-}\right) = p\left(Y_{t^+}|Y_{t^-}\right) = 1$. Nyilvánvaló, hogy, ha X_{t^+} és Y_{t^+} között maximális korreláció van, akkor maximális korreláció van X_{t^-} és Y_{t^+} között is. Ha azonban ez igaz – hangzik az érv –, akkor ez egyben megmagyarázza az X_{t^+} és Y_{t^+} közötti korrelációt.

Ezzel azonban nem tettünk mást, mint a két távoli esemény közötti, eddig magyarázatra szoruló korrelációt visszavezettük korábbi két, szintén szeparált esemény közötti korrelációra, amely azonban ugyanúgy magyarázatra szorul, hacsak nem akarjuk ezt a korrelációt egy korábbi események közötti korrelációval magyarázni, és így tovább, az Ősrobbanásig. Ez tehát nem a megfelelő út a Sober által felvetett ellenpélda kezelésére.

40. A Sober-féle példa ugyanis – mint minden más hasonló példa a filozófiai irodalomban, amelyik „véletlen együttjárásról" szól – egyszerűen nem helytálló. Ugyanis nincs korreláció! Ha elfogadjuk a példa feltételezését, hogy a kenyér árának növekedése is és a vízszint emelkedése is évről évre biztosan bekövetkezik, akkor tehát két egyvalószínűségű eseményről van szó, melyek között a korreláció zérus, azaz a két esemény statisztikailag független:

$$\Delta\left(X,Y\right) = p\left(X \wedge Y\right) - p\left(X\right)p\left(Y\right) = 1 - 1\cdot 1 = 0$$

41. Persze megpróbálhat valaki azzal érvelni, hogy talán mégsem egy valószínűségű eseményekről van szó, hanem csak, mondjuk, 0.99 mindkét esemény valószínűsége, azaz mindegyikre igaz, hogy egy évszázadban várhatóan egyszer nem következik be. Akkor már lehetséges közöttük korreláció, és ha mégoly gyenge is ez a korreláció, nincs rá kauzális magyarázat.[18] Az érv azért nem elfogadható, mert a „lehetséges, hogy van” és a „van” között igen nagy a különbség! Mert ha $p(X) = p(Y) = 1$, akkor valóban tudjuk $p(X \wedge Y)$ értékét ($= 1$). De ha $0 < p(X), p(Y) < 1$, akkor a **??.** pont (**??**) alapján a konjunkció valószínűsége a

$$\min\{p(X), p(Y)\} \geq p(X \wedge Y) \geq p(X) + p(Y) - 1$$

határok között bármi lehet, beleértve a függetlenséget jelentő $p(X \wedge Y) = p(X)\,p(Y)$ értéket is. És hogy ezen az intervallumon belül mekkora a konjunkció valószínűsége, az kizárólag empirikusan eldönthető kérdés. Ha például $p(X) = p(Y) = 0.99$, akkor a koincidencia (tehát a konjunkció) valószínűsége a $0.98 \leq p(X \wedge Y) \leq 0.99$ intervallumba esik. Ezen a szűk intervallumon belül, a $p(X)p(Y) = 0.9801$ érték felel meg a függetlenség esetének. Ahhoz tehát, hogy azt mondhassuk, hogy valóban van korreláció a londoni kenyérár növekedése és a velencei tengerszint növekedése között, a szóban forgó valószínűségeket 10^{-4} pontossággal ismernünk kellene, amihez sok-sok ezer év megfigyelésére lenne szükség. Ilyen empirikus adatokra való referencia nélkül nem lehet korrelációról beszélni.

42. A kauzalitás valószínűségi elméletének kiterjedt és fontos irodalma van.[19] Nem célunk most e téma további részleteit kifejteni. A Reichenbach-féle közösok-elv tárgyalásához visszatérünk a 9. fejezetben, és további részleteket vizsgálunk meg.

Összefoglalóan azt kell hangsúlyoznunk, hogy a valószínűségi értelmezés alapfogalma, a statisztikus korreláció, tökéletes indikátora a mögöttes kauzális mechanizmusoknak. Egész pontosan azt állítjuk, hogy ha korrelációt látunk, amögött mindig – direkt vagy közösok-típusú – kauzális kapcsolat van. Még talán arra is van mód – a valószínűség megfelelő értelmezésével –, hogy a korrelációkat és a mögöttes kauzális kapcsolatokat szinguláris eseményekre vonatkozóan is értelmezzük. *A kauzális viszony azonban nem merül ki, nem azonos a statisztikus korrelációval. A korreláció a kauzális kapcsolat következménye, de nem azonos a*

[18] Vö. Arntzenius 1997. Hasonló érveket fogalmazott meg J. Berkovitz „On the Relation Between Correlation and Causation in Deterministic Models” c. előadásában, *International Interdisciplinary Workshop on Determinism*, Ringberg, (Németország), 2001 június 4-8.

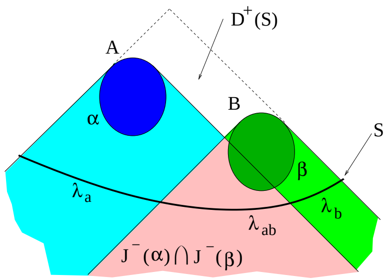
[19] Suppes 1970; Salmon 1980, 1984; Menzies 1987; Mellor 1995.

két fogalom. Mindenekelőtt azért nem, mert a valószínűségi leírás nem tükrözi a **téridőbeli** viszonyokat.

9. Nincs korreláció kauzalitás nélkül

43. Az előzőekben azt hangsúlyoztuk, hogy a világ kauzális struktúrája nem keverendő össze az eseménytípusok közötti regularitásokkal. Nem állítjuk azonban, hogy a két dolog között nincs semmilyen összefüggés. A kauzalitás, mint alapvetőbb ontológiai struktúra *produkálja* a regularitásokat – ha vannak. Nem létezik regularitás, eseménytípusok közötti korreláció kauzalitás nélkül! Pontosabban, ha két eseményosztály között korrelációt látunk, akkor van a két eseményosztály összetartozó partikuláris eseményeinek kauzális múltjában valami közös (közös ok), amely megmagyarázza a korreláció tényét.

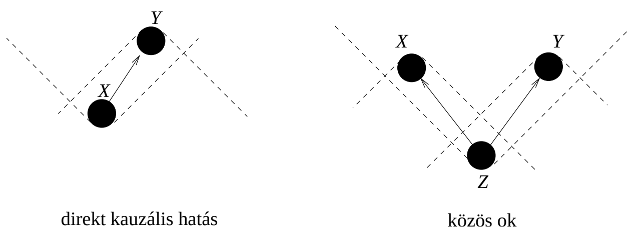
Egy irodaházban a főnöki telefon fejhallgatójában folyamatosan ugyanaz hallatszik, mint a másik szobában hallgatózó titkár telefonkagylójában (7. ábra). Ha ezeket a hangjeleket összehoznánk egy oszcilloszkóp ernyőjére, nagyon szép koincidenciát látnánk, azaz a két jel között erős korreláció van: Valahányszor a főnöknő férjének hangján elhangzó „drágám"-nak megfelelő mintázat jelenik meg a főnöki membrán rezgéseiben (A esemény), a „drágám"-nak megfelelő mintázat észlelhető a titkár fülére tapasztott membrán rezgéseiben is (B esemény).



7. ábra. *A főnöki telefon fejhallgatójában folyamatosan ugyanaz hallatszik, mint a másik szobában hallgatózó titkár telefonkagylójában: Valahányszor a főnöknő férjének hangján elhangzó „drágám"-nak megfelelő mintázat jelenik meg a főnöki membrán rezgéseiben (A esemény), a „drágám"-nak megfelelő mintázat észlelhető a titkár fülére tapasztott membrán rezgéseiben is (B esemény). Ha a világ LDM tulajdonságú, akkor a $D^+(S)$ tartományban történteket egyértelműen meghatározza a dolgok állása az S Cauchy-felületen*

44. Szándékosan olyan példát választunk, amelyben a két esemény nem kauzálisan szeparált, de nem is olyan, hogy az egyik esemény a másiknak kauzális faktorát képezné. A telefondrótot először a titkár íróasztalához megy, onnan tovább a főnökhöz. Tehát a bejövő jel, a drótban terjedő elektromágneses hullám először a titkár telefonjára van hatással, de a titkár telefonjának rezgésbe jövő membránja, a telefon áramkörein keresztül nyilván vissza is hat a drótban terjedő elektromágneses hullámra, és ennek a visszahatásnak még van módja módosítani a főnöki telefon membránjának rezgéseit.

Szokás az irodalomban a közös ok fogalmát arra az esetre szűkíteni, amikor a két esemény „nincs direkt kauzális kapcsolatban”. E megfogalmazás mögött az a dichotómia áll, mely szerint két esemény közötti korrelációt látva két lehetőséget tudunk elképzelni (8. ábra). Vagy az



8. ábra. *Ha két esemény között korrelációt látunk, két lehetőséget tudunk elképzelni. Vagy az egyik esemény direkt kauzális hatással van a másik eseményre, vagy létezik egy közös ok, amelyik mindkettőre hatással van, és ez eredményezi a korrelációt. Mint a 7. ábrán bemutatott példán láthatjuk, a direkt és közösok-típusú kauzális séma esetei nem mindig válnak szét ilyen tiszta formában*

egyik esemény direkt kauzális hatással van a másik eseményre, vagy létezik egy közös ok, amelyik mindkettőre hatással van, és ez eredményezi a korrelációt.[20] Mint példánk mutatja, ez nem mindig van így. A direkt és közösok-típusú kauzális séma esetei nem mindig válnak

[20]Reichenbach (1956) és Salmon (1984) a direkt és közösok-típusú kauzális séma, más szóval a valóságos és pszeudo-folyamatok megkülönböztetésére az ún. „jel átvivési kritériumot” (mark criterion) alkalmazza. Egy elforduló reflektor által a falon létrehozott mozgó fényfolt egy pszeudo-folyamat, mert ha egy ponton megváltoztatjuk, például megszínezzük egy színes üveggel, akkor ez az elszíneződés nem halad tovább, a fényfolt a fal másik végénél ugyanolyan lesz, mintha semmit sem csináltunk volna. A fény terjedése a reflektortól a falig viszont valóságos folyamat, mert ha a reflektor előtt a fényt „megfestjük”, akkor a falon keletkező fényfolt is „megfestődik”. A jel átvivés kritériuma nem minden esetben alkalmazható. Nem alkalmazható például az EPR-kísérlet random eseményeivel kapcsolatban. Mint a **??.** pontban bemutatott távíró példáján láthatjuk, lehetséges olyan kauzális folyamat, amelyik nem alkalmas jelek továbbítására. Fontos azt is tudatosítanunk, hogy a kritérium a szabad akaratra vonatkozó előzetes metafizikai feltevésekre épül.

szét ilyen tiszta formában. Mondandónk lényegét tekintve azonban az a fontos, hogy ennek nincs is jelentősége. A lényeg ugyanis az, hogy mindkét esetben van a két esemény kauzális múltjában valami közös, amely megmagyarázza a korrelációt.

45. De mit jelent pontosan az, hogy valami „megmagyarázza" a korrelációt? Vegyük észre, hogy ennek a kifejezésnek nincs eleve adott jelentése. Ellenkezőleg, most adunk ennek értelmet. Induljunk ki abból, hogy ha feltesszük, hogy a világ LDM tulajdonságú, akkor a $D^+(S)$ tartományban történteket egyértelműen meghatározza a dolgok állása az S Cauchy-felületen. A statisztikai sokaság 7. ábrán látható mintázat egymást követő ismétlődéseiből áll, a Cauchy-adatok valamilyen statisztika szerint szóródó értékével. Az A és B eseménytípusok közötti korrelációt mindenképpen megértettük az adott statisztikai sokaságban, ha 1) értjük, hogy az egymást követő esetekben a $(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b)$, $(\lambda'_a, \lambda'_{ab}, \lambda'_b)$, $(\lambda''_a, \lambda''_{ab}, \lambda''_b)$, ... Cauchy-adatok értéke miért pont annyi, amennyi, továbbá 2) hogy hogyan determinálják ezek az értékek a megfelelő eseménytípusok bekövetkezését. Ez azonban a korreláció létrejöttének túl ambiciózus magyarázata. Annak megértéséhez, hogy a példánkban miért hallatszik ugyanaz a szöveg a két telefonkagylóban, elégséges azt látnunk, hogy a közös bejövő telefonkábelre van csatlakoztatva mindkét telefon, és értenünk a telefonok működését. Nem kell azonban tudnunk/értenünk azt is, hogy a betelefonáló férj miért mondja pont azt, amit mond. Vagyis a korreláció megértéséből elhagyhatjuk az 1) pontot.

46. Foglalkozzunk tehát a 2) ponttal. A klasszikus fizikai képnek megfelelően tehát az S hiperfelület mentén a Cauchy-adatok értéke egyértelműen meghatározza, hogy mi történik $D^+(S)$-ben, így az, hogy az A és B események bekövetkeznek-e vagy sem, a $(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b)$ adatoktól függ. λ_a a Cauchy-adatoknak az a része, melyek az S hiperfelület azon részére esnek, amelyik beleesik az α partikuláris esemény hátrafénykúpjába, de kívül van β hátrafénykúpján, λ_b jelentése hasonló a fordított esetre vonatkozóan, míg λ_{ab} az adatoknak az a része, amelyik a Cauchy-felületnek a két fénykúp metszetébe eső részére esik.

Egy X eseménytípus bekövetkezése azt jelenti, hogy a megfelelő $D^+(S)$ tartományban a dolgok állása beleesik az X kategóriába. Hogy mely eseménytípusok következnek be és melyek nem, elvben kifejezhető a következő függvényekkel:

$$u^X(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b) = \begin{cases} 1 & \text{ha a } D^+(S) \text{ beleesik az } X\text{-típusba} \\ 0 & \text{ha nem} \end{cases} \tag{29}$$

Figyelembe véve, hogy egy eseményre nem lehet hatással olyan esemény, amely a fénykúpján kívül esik,

$$\begin{aligned} u^A(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b) &= u^A(\lambda_a, \lambda_{ab}) \\ u^B(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b) &= u^B(\lambda_{ab}, \lambda_b) \end{aligned} \tag{30}$$

A statisztikus sokaságot alkotó ismétlődő szituációkban a $\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b$ paraméterek mindenkori értékei – a (29) függvényeknek megfelelően – egyértelműen determinálják, hogy mi történik az adott esetben. Az egymást követő téridő mintázatokon – képzeletben – leszámolhatjuk a különböző $(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b)$-kombinációk relatív gyakoriságát. Így adottnak vesszük a $p(\lambda_a), p(\lambda_{ab}), p(\lambda_b), p(\lambda_a \wedge \lambda_{ab}), \ldots p(\lambda_a \wedge \lambda_{ab} \wedge \lambda_b)$ valószínűségeket. Ezek segítségével, felhasználva a (30) függvényeket, az események valószínűsége a következőképpen reprodukálható:

$$p(A) = \sum_{\lambda_a, \lambda_{ab}} u^A(\lambda_a, \lambda_{ab})\, p(\lambda_a \wedge \lambda_{ab}) \tag{31}$$

$$p(B) = \sum_{\lambda_{ab}, \lambda_b} u^B(\lambda_{ab}, \lambda_b)\, p(\lambda_{ab} \wedge \lambda_b) \tag{32}$$

$$p(A \wedge B) = \sum_{\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b} u^A(\lambda_a, \lambda_{ab})\, u^B(\lambda_{ab}, \lambda_b)\, p(\lambda_a \wedge \lambda_{ab} \wedge \lambda_b) \tag{33}$$

És természetesen a valószínűségek reprodukálásával együtt reprodukáltuk az A és B eseménytípus közötti korrelációt is. Ha tehát elfogadjuk Wesley Salmon meghatározását, hogy egy jelenség megértése annyit tesz, hogy képesek vagyunk azt elhelyezni a világ jelenségeinek kauzális rendjében, akkor azt mondhatjuk, hogy megértettük, megmagyaráztuk az A és B közötti korrelációt.

47. λ_a, λ_{ab} és λ_b általában nem függetlenek statisztikailag. Tehát az A és B eseménytípusok közötti korreláció (31)–(33) egyenletekben megnyilvánuló „magyarázata” annyit jelent, hogy alkalmas u^A és u^B függvények mellett, ha van korreláció a térszerűen szeparált λ_a, λ_{ab} és λ_b

értékek között, akkor van korreláció A és B között is. Más szóval, az A és B közötti korrelációt más, korábbi korrelációkra vezettük vissza.

Fontosabb azonban, hogy a (31)–(33) összefüggések akkor is eredményezhetnek korrelációt, amikor λ_a, λ_{ab} és λ_b értékek között nincs statisztikus korreláció, vagyis az A és B közötti korreláció mintegy a semmiből keletkezik. Tulajdonképpen ezt az esetet kell a korreláció igazi magyarázatának tekintenünk! Most megmutatjuk, hogy ennek szükséges feltétele, hogy a két fénykúp metszetébe eső λ_{ab} paraméter minden lehetséges értéke kielégítse az ún. *árnyékolási (screening off) feltételt*:

$$p\left(A \wedge B|\lambda_{ab}\right) = p\left(A|\lambda_{ab}\right) p\left(B|\lambda_{ab}\right) \tag{34}$$

vagyis a λ_{ab} rögzített értéke mellett az A és B közötti korrelációnak el kell tűnnie. Ha ugyanis feltételezésünk szerint

$$p\left(\lambda_a \wedge \lambda_{ab} \wedge \lambda_b\right) = p\left(\lambda_a\right) p\left(\lambda_{ab}\right) p\left(\lambda_b\right) \tag{35}$$

akkor ezt behelyettesítve a (31)–(33) egyenletekbe, a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}
p\left(A \wedge B|\lambda_{ab}\right) &= \sum_{\lambda_a,\lambda_b} u^A\left(\lambda_a,\lambda_{ab}\right) u^B\left(\lambda_{ab},\lambda_b\right) p\left(\lambda_a\right) p\left(\lambda_b\right) \\
&= \sum_{\lambda_a} u^A\left(\lambda_a,\lambda_{ab}\right) p\left(\lambda_a\right) \sum_{\lambda_b} u^B\left(\lambda_{ab},\lambda_b\right) p\left(\lambda_b\right) \\
&= p\left(A|\lambda_{ab}\right) p\left(B|\lambda_{ab}\right)
\end{aligned}$$

Ez tehát azt jelenti, hogy – eltekintve attól a triviális esettől, amikor más, korábbi események közötti korrelációra vezetjük vissza – *az A és B eseménytípusok közötti korrelációt akkor lehet a kauzális ontológia szintjén maradéktalanul megértenünk, ha a két eseménytípus eseteit megvalósító partikuláris események hátrafénykúpjainak metszetében, pontosabban annak egy Cauchy-felülettel való szelésén, a dolgok állása klasszifikálható úgy, hogy minden egyes osztályra teljesüljön az árnyékolási feltétel*, vagyis ha az osztályokat egy λ_{ab},$\lambda'_{ab}, \ldots$ paraméterezéssel adjuk meg, akkor minden λ_{ab} paraméterérték teljesítse a (34) feltételt.

48. Érdemes megvizsgálni, hogy mi annak a feltétele, hogy több esemény között fellépő korreláció-rendszert elhelyezzünk egy LDM világ kauzális rendjében? Tekintsük azt az egyszerű esetet, amikor három különböző eseménytípus közötti három különböző korrelációról van szó.

A fentiekhez hasonlóan,

$$\begin{aligned}
p\left(A\right) &= \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_{ab}\\ \lambda_{ac},\lambda_{abc}}} u^A\left(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc}\right) p\left(\lambda_a\right) p\left(\lambda_{ab}\right) p\left(\lambda_{ac}\right) p\left(\lambda_{abc}\right)\\
p\left(B\right) &= \sum_{\substack{\lambda_b,\lambda_{ab}\\ \lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^B\left(\lambda_b,\lambda_{ab},\lambda_{bc},\lambda_{abc}\right) p\left(\lambda_b\right) p\left(\lambda_{ab}\right) p\left(\lambda_{bc}\right) p\left(\lambda_{abc}\right)\\
p\left(C\right) &= \sum_{\substack{\lambda_c,\lambda_{ac}\\ \lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^C\left(\lambda_c,\lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}\right) p\left(\lambda_c\right) p\left(\lambda_{ac}\right) p\left(\lambda_{bc}\right) p\left(\lambda_{abc}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p\left(A\wedge B\right) &= \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_{ab}\\ \lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^A\left(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc}\right) u^B\left(\lambda_b,\lambda_{ab},\lambda_{bc},\lambda_{abc}\right)\\
&\times\ p\left(\lambda_a\right) p\left(\lambda_b\right) p\left(\lambda_{ab}\right) p\left(\lambda_{ac}\right) p\left(\lambda_{bc}\right) p\left(\lambda_{abc}\right)\\
p\left(A\wedge C\right) &= \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_{ab}\\ \lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^A\left(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc}\right) u^C\left(\lambda_c,\lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}\right)\\
&\times\ p\left(\lambda_a\right) p\left(\lambda_c\right) p\left(\lambda_{ab}\right) p\left(\lambda_{ac}\right) p\left(\lambda_{bc}\right) p\left(\lambda_{abc}\right)\\
p\left(B\wedge C\right) &= \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_{ab}\\ \lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^B\left(\lambda_b,\lambda_{ab},\lambda_{bc},\lambda_{abc}\right) u^C\left(\lambda_c,\lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}\right)\\
&\times\ p\left(\lambda_b\right) p\left(\lambda_c\right) p\left(\lambda_{ab}\right) p\left(\lambda_{ac}\right) p\left(\lambda_{bc}\right) p\left(\lambda_{abc}\right)
\end{aligned}$$

Vegyük észre, hogy most a három fénykúp metszetére vonatkozó λ_{abc} paraméter általában nem elégíti ki a három korrelációra vonatkozó árnyékolási feltétel mindegyikét (sőt, általában egyiket sem). Ezzel szemben a

$$\begin{aligned}
&\lambda_{ab}\wedge\lambda_{abc}\\
&\lambda_{ac}\wedge\lambda_{abc}\\
&\lambda_{bc}\wedge\lambda_{abc}
\end{aligned}$$

paraméterek külön-külön igen, például

$$
\begin{aligned}
p\left(A \wedge B|\lambda_{ab} \wedge \lambda_{abc}\right) &= \sum_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_{ac},\lambda_{bc}} u^A\left(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc}\right) \\
&\times u^B\left(\lambda_b,\lambda_{ab},\lambda_{bc},\lambda_{abc}\right) p\left(\lambda_a\right) p\left(\lambda_b\right) p\left(\lambda_{ac}\right) p\left(\lambda_{bc}\right) \\
&= \sum_{\lambda_a,\lambda_{ac}} u^A\left(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc}\right) p\left(\lambda_a\right) p\left(\lambda_{ac}\right) \\
&\times \sum_{\lambda_b,\lambda_{bc}} u^B\left(\lambda_b,\lambda_{ab},\lambda_{bc},\lambda_{abc}\right) p\left(\lambda_b\right) p\left(\lambda_{bc}\right) \\
&= p\left(A|\lambda_{ab} \wedge \lambda_{abc}\right) p\left(B|\lambda_{ab} \wedge \lambda_{abc}\right)
\end{aligned}
$$

49. Az a gondolat, hogy két esemény közötti korreláció magyarázata mindig a két esemény közös kauzális múltjában, mint „közös okban” keresendő, Reichenbachtól származik.[21] Reichenbach a $\Delta(A,B) \neq 0$ korrelációt magyarázó közös okot egy olyan C eseményként definiálta, amely kielégíti az alábbi feltételeket:

$$
\begin{aligned}
p\left(A \wedge B|C\right) &= p\left(A|C\right) p\left(B|C\right) && (36) \\
p\left(A \wedge B|\neg C\right) &= p\left(A|\neg C\right) p\left(B|\neg C\right) && (37)
\end{aligned}
$$

Vegyük észre, hogy a (36)–(37) egyenletek ugyanazok, mint a (34) árnyékolási feltétel, arra a speciális esetre vonatkozóan, amikor a λ_{ab} paraméter két lehetséges értéket vehet fel, vagyis, amikor a „dolgok állását” egyszerűen két lehetséges osztályba soroljuk, történetesen a „C” és „nem C” osztályokba.[22]

Reichenbach a közös ok fogalmának fenti definícióját intuitív példákra alapozta. Egyik ilyen példa – kis módosítással – a következő: Képzeljünk el egy dobozt, amelybe be van szerelve két hagyományos izzólámpa. A lámpák időnként kiégnek, és megfigyeljük, hogy ez gyakrabban történik meg egyszerre, mint az a statisztikus függetlenség esetén várható lenne, vagyis $p(A \wedge B) > p(A)\,p(B)$, ahol A és B a két lámpa kiégését jelöli, mondjuk egy adott órában. A korrelációt az magyarázza meg, hogy időnként az elektromos hálózatban valami zavar támad, és a feszültség hirtelen megnő, s ez a zavar egyszerre megnöveli mindkét lámpa kiégésének valószínűségét. A korreláció magyarázatának valami olyasmit kell megmagyaráznia, hogy „honnan tudja

[21] Reichenbach 1956, 19. fejezet.

[22] Természetesen, szemben a λ_{ab} paraméterrel a Reichenbach-féle közös ok „nem tud” a téridőbeli viszonyokról, a közös ok fogalmát csak valószínűségi szempontból ragadja meg.

az egyik lámpa, hogy most a másik lámpa nagy valószínűséggel kiég, ezért lehetőleg ő is kiég", ha feltevésünk szerint az egyik lámpa nincs közvetlen hatással a másikra. Ha el akarjuk dönteni, hogy valóban a feszültségingadozás az a C esemény, ami a korrelációt okozza, akkor azt tehetjük, hogy a statisztikus sokaságot azokra az esetekre szűkítjük le, amikor például soha sincs áramingadozás. Ilyenkor már – egymástól függetlenül – csak a vak véletlenen múlik, hogy kiég-e az egyik vagy a másik égő. Ez tehát azt jelenti, hogy ezen a részsokaságon a korrelációnak el kell tűnnie. Teljesen hasonló eredményre jutunk, ha azt a részsokaságot vizsgáljuk, amikor mindig van áramingadozás. A korrelációnak ilyenkor is el kell tűnnie. Vagyis a C és $\neg C$ eseményekre vett kondicionális valószínűségekre nézve az A és B eseményeknek függetleneknek kell lenniük, azaz pontosan a (36)–(37) árnyékolási feltételeknek kell teljesülniük.

Reichenbach szerint, a definíció helyességét az intuitív példákon túl a következő (triviális) tétel is alátámasztja:

Legyen A, B és C három tetszőleges olyan esemény, melyekre teljesülnek a (36)–(37) feltételek. Ekkor

$$\begin{array}{l} p\left(A \wedge C\right) > p\left(A\right) p\left(C\right) \;\;\&\;\; p\left(B \wedge C\right) > p\left(A\right) p\left(C\right) \\ p\left(A \wedge C\right) < p\left(A\right) p\left(C\right) \;\;\&\;\; p\left(B \wedge C\right) < p\left(A\right) p\left(C\right) \end{array} \Rightarrow \Delta\left(A, B\right) > 0$$

$$\begin{array}{l} p\left(A \wedge C\right) > p\left(A\right) p\left(C\right) \;\;\&\;\; p\left(B \wedge C\right) < p\left(A\right) p\left(C\right) \\ p\left(A \wedge C\right) < p\left(A\right) p\left(C\right) \;\;\&\;\; p\left(B \wedge C\right) > p\left(A\right) p\left(C\right) \end{array} \Rightarrow \Delta\left(A, B\right) < 0$$

50. A közös ok fenti fogalmát felhasználva Reichenbach „közösok-elv" néven a következő metafizikai tézist fogalmazta meg: *Bármely két korreláló eseményhez létezik a világban olyan esemény, amelyik a korrelációt megmagyarázó közös ok, a fenti értelemben.*

51. Hogy bizonyos korrelációk megmagyarázhatók-e közös okkal, vagy sem, az EPR–Bell, illetve a GHZ-kísérletek kapcsán kruciális kérdéssé vált a kvantummechanikában (lásd a **??**. és a **??**. fejezetet). Első pillantásra úgy tűnhet, hogy a közös ok fogalmának Reichenbach-féle valószínűségi leírása alkalmas arra, hogy a világban tapasztalt korrelációk közül kiragadjuk azokat, amelyek közös okkal megmagyarázhatók. Így a reichenbachi közös ok fogalom elemzése – explicite vagy implicite – a nyolcvanas és kilencvenes évek EPR–Bell-irodalmának középpontjába került.[23] Nem célunk itt ezeknek az eredményeknek az áttekintése. Elsősorban azért nem, mert a számos, sokszor messze nem triviális részletkérdés tisztázása után az derült ki, hogy a reichenbachi közös ok általános filozófiai szempontból éppúgy, mint a spin-korrelációs kísérletek leírása szempontjából alkalmatlan fogalom. Mindezt megvilágítandó, a következő rövid megjegyzéseket tesszük.

1. Nancy Cartwright helyesen mutat rá[24], hogy a közös ok definíciójában megkövetelt tulajdonságokat, jelesül a (36)–(37) árnyékolási feltételeket kizárólag a determinisztikus világból vett példákból olvastuk ki, vagyis olyan példákból, amelyekben a valószínűségek episztemikusan értelmezhetők. Semmiféle megalapozott ismeretünk nincs azt illetően, hogy mit kell tudnia a közös ok fogalmának egy objektíve indeterminisztikus világban.

2. A közös ok definíciója természetesen csak olyan szükséges feltételeket tartalmaz, melyeket a valóságos közös oknak ki kell elégítenie. Több, akár kontinuum sok olyan esemény létezhet, amelyek kielégítik ezeket a feltételeket (lásd a 4. megjegyzésben adott példát).

3. Egy közös okot valószínűségi szempontból öt adattal jellemezhetünk (a **49.** pont jelöléseit használva): $p(A|C)$, $p(A|\neg C)$, $p(B|C)$, $p(B|\neg C)$ és $p(C)$, melyek közül kettő független. Előfordulhat, hogy a vizsgált jelenségkört leíró valószínűségi modell nem tartalmaz olyan eseményt, amely egy adott korreláció közös oka lenne, vagyis nem tartalmaz a modell olyan eseményt, amelyik eleget tesz a Reichenbach-féle kritériumoknak és amelyre nézve a megfelelő valószínűségek a valamilyen más megfontolás alapján előírt $p(A|C)$, $p(A|\neg C)$, $p(B|C)$, $p(B|\neg C)$ és $p(C)$ értékekkel egyeznek meg. Bebizonyítható, hogy ilyen esetben a valószínűségi modell mindig kibővíthető úgy, hogy a bővebb modell már tartalmazza a megfelelő tulajdonságú közös okot. Sőt, a kibővítés korreláló

[23] Van Fraassen 1977, 1982, 1989; Salmon 1978, 1980, 1984; Skyrms 1984; Cartwright 1987; Butterfield 1989; Suppes 1990; E. Szabó 1993, 2000a; Hofer-Szabó, Rédei és E. Szabó 1999, 2000a, 2002.; Placek 2000; Rédei és Summers 2002; Rédei 2002; Gyenis és Rédei 2002.

[24] Uo.

eseménypárok tetszőleges véges

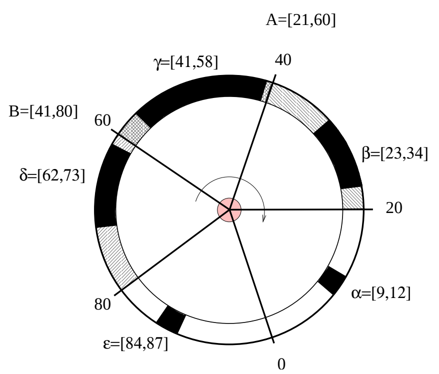
$$\{(A_i, B_i)\}_{i=1,2,\ldots N}$$

halmazára és tetszőleges

$$\{(p(A_i|C_i), p(A_i|\neg C_i), p(B_i|C_i), p(B_i|\neg C_i), p(C_i))\}_{i=1,2,\ldots N}$$

típusokra elvégezhető úgy, hogy a kibővítés mindegyik korrelációra nézve tartalmazzon egy megfelelő típusú közös okot.[25] Ez azt jelenti tehát, hogy nincs valószínűségelméleti akadálya annak, hogy tetszőleges korrelációkat közös okkal magyarázzunk meg.[26]

4. Sokkal problematikusabb azonban a Reichenbach-féle közös ok jelentése. Vizsgáljuk meg a következő egyszerű példát. Mari és Kati szeretnek rulettezni és gyakran játszanak. Mindkettőjüknek



$$C = \alpha \cup \beta \cup \gamma \cup \delta \cup \varepsilon$$

$$p(C) = \frac{4+4+12+12+18}{100} = 0.5$$

$$\begin{aligned}
p(A \wedge B|C) &= \frac{18/100}{0.5} = 0.36 \\
&= \left(\frac{(18+12)/100}{0.5}\right)^2 \\
&= p(A|C)\, p(B|C) \\
p(A \wedge B|\neg C) &= \frac{2/100}{0.5} = 0.04 \\
&= \left(\frac{(2+8)/100}{0.5}\right)^2 \\
&= p(A|\neg C)\, p(B|\neg C)
\end{aligned}$$

9. ábra. *Mari és Kati ruletteznek. Mari minden alkalommal az* $A = [21, 60]$, *Kati pedig a* $B = [41, 80]$ *intervallumra fogad. Nyereséik korrelálnak. Mint a fenti számolás mutatja, a feketével jelölt tartomány teljesíti a Reichenbach-féle feltételeket*

nagyon egyszerű stratégiája van: Mari minden alkalommal az

[25] Hofer-Szabó, Rédei és E. Szabó 1999.

[26] Ezzel nem állítjuk azt, hogy a releváns kauzális modelljeink közösok-zárttá tehetők, abban az értelemben, hogy minden korrelációnak lenne benne közös oka. (A részletekről lásd Gyenis és Rédei 2002.)

$A = [21, 60]$, Kati pedig a $B = [41, 80]$ intervallumra tesz (9. ábra). Sokáig játszva, észreveszik, hogy nyeréseik között pozitív korreláció van:

$$p(A \wedge B) - p(A)\, p(B) = 0.2 - 0.4 \times 0.4 = 0.04$$

Izgatja őket, hogy mi ennek a magyarázata, és megkérdezik Reichenbach legjobb tanítványát, aki a következő választ adja: Azért van korreláció a nyereséitek között, mert a rulett golyó időnként (0.5 valószínűséggel) az ábrán feketével jelölt

$$C = [9, 12] \cup [23, 34] \cup [41, 58] \cup [62, 73] \cup [84, 87]$$

tartományban áll meg.
El lehet képzelni a két lány arckifejezését, amikor ezt a választ hallják! Nem csak, és elsősorban nem az fogja okozni megrökönyödésüket, hogy a Reichenbach-tanítvány kontinuum sok különböző ilyen halmazt jelölhetett volna meg (az öt fekete tartományt tetszés szerint eltolhatjuk az egyes szektoron belül), hanem hogy egy ilyen C egy „Cambridge event”, aminek nyilvánvalóan semmi szerepe nincs a világ kauzális rendjében, s aligha lehet őt értelmesen felhasználni a korreláció létrejöttének kauzális magyarázatában.
A korreláció létrejöttének kauzális magyarázata sokkal inkább abban áll, hogy a golyó bizonyos valószínűséggel ezen vagy azon a számon áll meg (történetesen minden szám valószínűsége $\frac{1}{100}$), és ha egy számon megállt, az egyértelműen meghatározza, hogy melyik lány nyer és melyik nem. Vegyük észre azonban, hogy ezeknek a <0>, <1>,... <99> eseményeknek egyike sem elégíti ki a Reichenbach által előírt feltételeket, hiszen csak (36) teljesül, (37) nem. A <0>, <1>,... <99> események az egységelemnek olyan diszjunkt partícióját alkotják viszont, melynek minden eleme teljesíti a (36) árnyékolási feltételt.

5. Gondolatmenetünket folytatva, vegyünk egy másik esetet. A **49.** pontban használt példát módosítsuk úgy, hogy a lámpák kiégése közötti korrelációt nem a feszültségingadozás (C) okozza – mert garantáltan állandó a feszültség –, hanem mondjuk az,

hogy a lámpákat tartalmazó dobozt időnként kalapácsütés éri (D). D tökéletes reichenbachi közös ok, s kielégíti a (36)–(37) feltételeket. Mi a helyzet azonban akkor, ha mindkét esemény, C is és D is megtörténhet? Világos, hogy mindkét esemény egy-egy kauzális faktor a korreláció létrejöttében. Ugyanakkor, jól értett okokból egyik sem fogja kielégíteni az árnyékolási feltételeket: ha például a statisztikai sokaságot leszűkítjük azokra az esetekre, amikor C nem következik be, akkor most nem kell a korrelációnak eltűnnie, hiszen D bekövetkezése vagy be nem következése még eredményezhet korrelációt A és B között. El kell tűnnie azonban a korrelációnak a $C \wedge D$, $C \wedge \neg D$, $\neg C \wedge D$ és $\neg C \wedge \neg D$ kondíciókra nézve. Vagyis megint, $C \wedge D$, $C \wedge \neg D$, $\neg C \wedge D$, $\neg C \wedge \neg D$ egy olyan egységpartíciót képez, melynek minden eleme teljesíti a (36) árnyékolási feltételt.

6. Azt látjuk tehát, hogy az eredeti Reichenbach-féle koncepció – noha bizonyos esetekben jól alkalmazható – általában alkalmatlan a korrelációk eredetének kauzális magyarázatára, s hogy helyette a reichenbachi közös ok fogalom egy általánosítására van szükség. Nevezzük ezt az általánosított fogalmat *közösok-rendszernek*, amely tehát eseményeknek egy olyan $\{C_i\}_{i=1,2,\ldots}$ rendszere, amely eleget tesz a következő feltételeknek:

$$\begin{aligned} & \bigcup_i C_i = \mathbf{1} \\ (\forall i \neq j) \quad & \left[C_i \wedge C_j = \emptyset\right] \\ (\forall i) \quad & \left[p\left(A \wedge B|C_i\right) = p\left(A|C_i\right) p\left(B|C_i\right)\right] \end{aligned}$$

7. A Reichenbach-féle közösok-elvet úgy illő tehát módosítanunk, hogy *bármely két korreláló eseményhez létezik a világban olyan eseményrendszer, amelyik a korrelációt, a fenti értelemben megmagyarázó közösok-rendszert alkot.*

8. Csakhogy az elv ebben a formájában metafizikai értelemben üres. Könnyen belátható ugyanis, hogy Tetszőleges $(\mathcal{A}, p)$ valószínűségi modellben, korreláló párok tetszőleges véges halmazához létezik közös közösok-rendszer. Tekintsük ugyanis a korreláló pá-

rokban előforduló események halmazát, s vegyük az ezeket tartalmazó részhálót $\mathcal{A}$-ban. A végesség miatt ez a részháló garantáltan atomos, s az atomok halmaza olyan közösok-rendszert alkot, amely egyszerre közösok-rendszere az összes korrelációnak. Azt mondani tehát, hogy a $p(A \wedge B) \neq p(A)\,p(B)$ korrelációnak létezik közös oka (értsd: közösok-rendszere) a reichenbachi értelemben, az nem egy szintetikus ítélet, hanem analitikus. Egyszerű logikai következménye annak a ténynek, hogy $p(A), p(B)$ és $p(A \wedge B)$ valószínűségeket jelölnek.

52. Nem meglepő, hogy a közös ok fogalmának Reichenbach-féle értelmezése semmitmondónak bizonyul, hiszen semmit sem ragad meg a partikuláris események közötti, ontológiai értelemben vett kauzális viszonyokból. Nem lenne azonban helyes, ha a közös ok Reichenbach-féle statisztikus értelmezésének elvetésével együtt elvetnénk a Reichenbach által megfogalmazott közösok-elvet is, abban az általános metafizikai értelemben, ahogyan azt a **43.** pontban megfogalmaztuk, hogy tehát nincs korreláció kauzalitás nélkül, vagyis bármely két esemény között tapasztalt korreláció a két esemény kauzális múltjának közös részéből vezethető le, annak alapján érthető meg.

10. A kauzalitás ontológiai elmélete felé: Kauzalitás és téridő

53. A kauzalitás most kifejteni kívánt felfogását elsősorban Russell, Reichenbach és Salmon kauzális folyamatokra vonatkozó nézetei, valamint Salmon *„at-at" theory of causal propagation* néven ismert felfogása motiválta, és bizonyos vonásaiban megegyezik ezekkel az elképzelésekkel. A kauzalitás ontológiai elméletének alapvető nézőpontja ugyanaz a fizikalista szemléletmód, amely a valószínűség **??.** pontban kifejtett fizikalista interpretációját jellemzi.

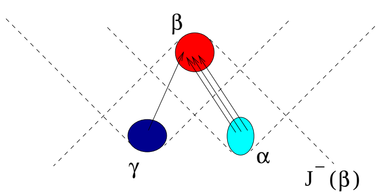
Fizikalista szemmel áttekintve a kauzalitásról eddig elmondottakat, a következő megjegyzéseket kell tennünk:

- Feltűnő, hogy a téma irodalmában használt példákban olyan események közötti kauzális kapcsolatokat analizálnak, mint <a vi-

rág locsolása>, <a virág elhervadása>, <a repülőgép lezuhanása>, <Brunó leesése a lépcsőn>, <a fegyver helyszínen felejtése>, <a rabló lebukása>, <árvíz>, <a ház összeomlása>, <dohányzás>, <a tüdőrák kialakulása>, stb. Ezek olyan „események”, amelyek elemi(bb) fizikai események milliárdjainak összessége, komplex eseménysorozatok, kiterjedt folyamatok. Amikor a kauzalitás végső mibenlétét kutatjuk, akkor feltételezhetően az elemi történések közötti kauzális kapcsolatot kell analizálnunk. *Az említett komplex folyamatok „kauzális magyarázatának” azt kell tekintenünk, ha értelmezni tudjuk azokat a megfelelő kauzális rendbe illesztett elemi történések összességeként.*

- Mármost, hogy milyen beszámolót adunk ezekről az elemi fizikai eseményekről és azok kauzális viszonyairól, erősen függ attól az ontológiai képtől, amelyet a világról előzetesen kialakítottunk. Tény, hogy ennek az ontológiai képnek a megalkotása során a fent említett komplex jelenségek közötti korrelációk megfigyeléséből indulunk ki. Ez nem jelent azonban semmiféle cirkularitást.

- Az elemi fizikai történések mindig partikulárisak. Kauzális viszonyt csak partikuláris események között tételezhetünk fel, vagyis az univerzum életének olyan elemi történései között, amelyeknek definit téridőbeli locusa van. Amikor eseménytípusok között regularitást tapasztalunk, akkor mindig arról van szó, hogy az egyik típusba tartozó partikuláris esemény áll kauzális kapcsolatban egy másik típusba tartozó partikuláris eseménnyel. A partikuláris események közötti kauzális kapcsolat szüli a típusok között észlelt regularitást, nem fordítva.



10. ábra. *A téridő két tartományában történő esemény közötti kauzális kapcsolat*

54. A kauzális kapcsolatot tehát a téridő adott tartományához tartozó, partikuláris események között értelmezzük (10. ábra). Mint tudjuk, egyetlen kölcsönhatást közvetítő mező terjedési sebessége sem nagyobb a fényterjedés sebességénél, tehát ahhoz, hogy az α esemény hatással lehessen a β eseményre, α-nak benne kell lennie a β múlt-fénykúpjában, $\alpha \subseteq J^-(\beta)$. Természetesen, nem csak az α esemény, vagyis nem csak a téridő α tartományában történtek lehetnek hatással a téridő β tartományában történtekre, hanem minden olyan γ tartományban végbement történés is, amelyre $\gamma \subseteq J^-(\beta)$.

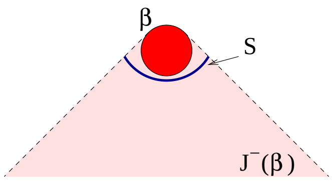
55. Mivel nem csupán egy kauzális faktort kívánunk értelmezni, hanem a partikuláris β esemény okát, abban a hume-i értelemben, hogy az ok legyen szükséges és elégséges feltétele a β esemény bekövetkezésének, nem mondhatjuk azt, hogy β oka az α esemény. Hogy miért nem, ahhoz a következőket kell előzetesen belátnunk:

- A β eseményt a maga totális partikularitásában fogjuk fel, tehát az univerzum történetének azt a darabját értjük alatta, amelyik a β téridőtartományban megy végbe. Lehet, hogy *számunkra* ennek a tartománynak a tartalma lényeges és lényegtelen elemekre bontható, most azonban nincsenek lényegtelen elemek. Ha a β történés beleesik a <lámpa felgyullad> eseménytípusba, az lehet számunkra praktikus megfontolásból lényeges, de a β eseménynek, mint partikuláris eseménynek a kauzális viszonyait illetően semmi jelentősége.

- A téridő minden tartományában történik valami.

- Bármi is történik a téridő egy X tartományában, annak valamilyen hatása van a tartomány $J^+(X)$-szel jelölt jövő-fénykúpjának *egészére*. Ha más nem, a legkisebb átrendeződése a tömegenergia-eloszlásnak megváltoztatja a gravitációs tér tulajdonságait $J^+(X)$-ben. Hasonlóképpen, tetszőleges X téridőtartományra igaz, hogy bármi is történt $J^-(X)$-ben, annak valamilyen hatása van az X tartományban történtekre.

Ha tehát azt kérdezzük, mi az oka a β eseménynek, és β alatt a β téridőtartományban történt partikuláris eseményt értjük, akkor azt kell válaszolnunk, hogy β oka minden, ami a $J^-(\beta)$ téridőtartományban történik (11. ábra).

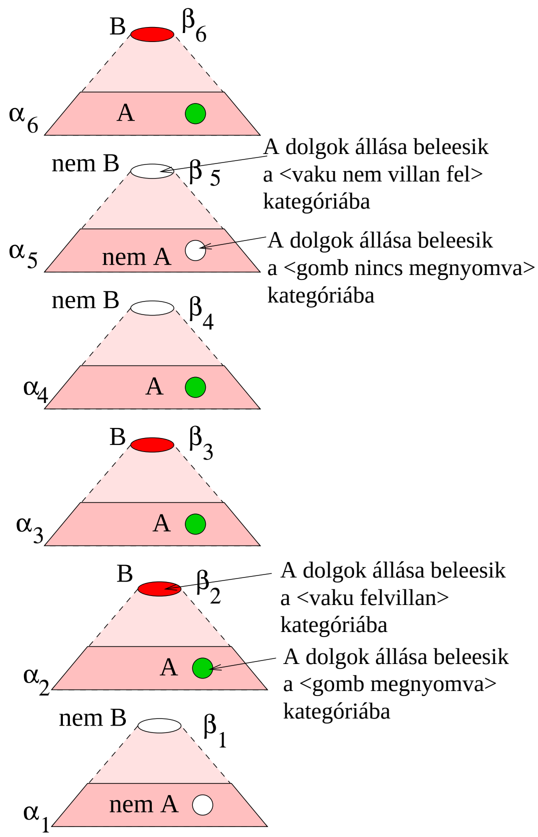


11. ábra. *A β esemény oka az egész $J^-(\beta)$ téridőtartomány. A markovitást is figyelembe véve, β oka az S hiperfelülethez tartozó események összessége*

Feltételezve a fizikai folyamatok markovitását – nem látunk példát ugyanis az ellenkezőjére –, $J^-(\beta)$-nak a β tartományban történtekre való hatása ugyanaz, mint az S Cauchy-felület mentén történtek hatása a β tartományban történtekre. Azt is mondhatjuk tehát, hogy a β partikuláris esemény oka az S hiperfelület mentén történt események összessége.

56. Érdemes még egyszer hangsúlyosan átgondolnunk a partikuláris események közötti kauzális kapcsolatok viszonyát az eseménytípusok közötti regularitáshoz, illetve a regularitáselmélet szerinti értelemben vett „kauzális" kapcsolatokhoz.

Vizsgáljuk meg egy vaku „flash" gombjának megnyomása és a vaku felvillanása közötti kapcsolatot. A regularitáselmélet, valamint a kauzalitás valószínűségi elmélete abból a megfigyelésből indul ki, hogy valahányszor megnyomom a gombot, a vaku felvillan, vagy legalábbis $p(B|A) > p(B|\neg A)$, ahol A a gomb megnyomását, B a vaku felvillanását jelöli. A és B itt azonban eseménytípusokat jelöl, eseménytípusok közötti reguláris kapcsolatról van szó. Ez a reguláris kapcsolat azonban nem kauzális kapcsolat ontológiai értelemben. Ontológiai értelemben kauzális kapcsolat csak partikuláris események között van. Viszont a megfigyelt eseménytípusok, és a közöttük megfigyelt reguláris kapcsolat jól értelmezhető, és beilleszthető a világ – ontológiai értelemben vett – kauzális szerkezetébe. A 12. ábrán a vaku gombjának megnyomása és a vaku felvillanása közötti kapcsolatra vonatkozó kísérletsorozat téridő diagramját látjuk. A gomb megnyomása egy eseménytípust jelent, vagyis azt, hogy a dolgok állása az adott téridőtartományban (például az α_2 tartományban) beleesik <a gomb megnyomva> kategóriába. Hasonlóan, a B esemény annak felel meg, hogy a dolgok állása a későbbi (például a β_2) téridőtartományban beleesik <a vaku felvillan> kategóriába. Kauzális kapcsolat a partikuláris események, a téridő α_i és β_i tartományaiban történtek között van, függetlenül attól, hogy az



12. ábra. *A „flash" gomb megnyomása és a vaku felvillanása közötti reguláris kapcsolat a megfelelő téridőtartományok közötti ontológiai kauzális kapcsolaton nyugszik. Az A eseménytípus akkor történik meg, ha az adott téridőtartományban a dolgok állása beleesik <a gomb megnyomva> kategóriába. Hasonlóan, a B esemény annak felel meg, hogy a dolgok állása a későbbi téridőtartományban beleesik <a vaku felvillan> kategóriába. Az eseménytípusok közötti regularitás az ontológiai kauzális kapcsolatok következménye:* $p(B|A) > p(B|\neg A)$

univerzum történetének milyen epizódjai történnek ezekben a tartományokban. Ezeknek a történéseknek és a köztük lévő kauzális kapcsolatoknak a *tulajdonsága*, hogy éppen olyanok, hogy az $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ és α_7 tartományban történtek beleesnek <a gomb megnyomva> kategóriába, valamint, hogy a $\beta_1, \beta_2, \beta_4$ és β_7 tartományban történtek beleesnek <a vaku felvillan> osztályba, míg történetesen β_3 az univerzum történetének egy olyan darabkája, amelyik <a vaku nem villan fel> kategóriába tartozik, stb., s hogy mindezekből következően az eseményosztályokra történetesen fennáll, hogy $p(B|A) > p(B|\neg A)$. *A korreláció tehát következménye a partikuláris események közötti kauzális kapcsolatoknak, pontosabban a partikuláris események és azok kauzális kapcsolatainak egy tulajdonsága.* Lehetnének ezek a kauzális kapcsolatok olyanok is, hogy a szóban forgó eseményosztályok között nincs korreláció. Ez nem jelentené azt, hogy nincs kauzális kapcsolat a megfelelő (α_i, β_i) partikuláris eseménypárok között. Más szóval, *a partikuláris események szintjén létezik egy mélyebb kauzális ontológia, és ehhez képest esetleges, hogy ez milyen regularitásokat produkál a különböző eseménykategóriák között*. Ezt illusztrálandó, gondoljuk el a következő példát.

57. Legyen a vaku, amellyel kísérletezünk, olyan, hogy változtatja a színét, minden felvillanáskor mondjuk pirosan vagy zölden villan fel. (Könnyű lenne ilyet készíteni.) A vaku nyomógombja legyen hibás, és hol valóban kapcsol, hol nem. A kapcsolásnak legyen valamilyen jellemzője, mondjuk, néha erősen kattan, néha halkan. Induljunk ki abból, hogy a gombot mindig megnyomjuk. E kondíció utáni valószínűségek legyenek a következők:

$$
\begin{aligned}
p(<\text{erős}>) &= 0.5\\
p(<\text{halk}>) &= 0.2\\
p(<\text{zöld}>\,|\,<\text{erős}>) &= 0.2\\
p(<\text{zöld}>\,|\,<\text{halk}>) &= 0.5\\
p(<\text{piros}>\,|\,<\text{erős}>) &= 0.8\\
p(<\text{piros}>\,|\,<\text{halk}>) &= 0.5
\end{aligned}
$$

Minden további valószínűség ezekből könnyen kiszámítható. Ugyanazok a partikuláris események és ugyanazok a kauzális kapcsolatok <a

kapcsoló kattan> és <a vaku felvillan> eseményosztályok között szoros korrelációt jelent:

$$\begin{aligned} & p(<\text{villan}>\,|<\text{kattan}> \\ = p(<\text{zöld}>\vee<\text{piros}>\,|<\text{erős}>\vee<\text{halk}>) &= 1 \\ p(<\text{villan}>\,|<\text{nem kattan}> &= 0 \end{aligned}$$

Ezzel szemben <a gomb erősen kattan> és <a vaku zölden felvillan> eseményosztályok függetlenek:

$$p(<\text{zöld}>\wedge<\text{erős}>)=0.1=p(<\text{zöld}>)p(<\text{erős}>)=0.2\times 0.5$$

Ugyanakkor, tehát még mindig ugyanazon kauzális ontológia jegyében, a <zölden villan> és a <halkan kattan> eseménytípusok között van korreláció.

E példa is azt a konklúziónkat erősíti meg, hogy a világ kauzális struktúrája nem keverendő össze az eseménytípusok közötti regularitásokkal.

11. Simpson-paradoxon

Lásd: http://plato.stanford.edu/entries/paradox-simpson/

12. Kauzalitás-sértés a kvantummechanikában?

Lásd: http://www.iep.utm.edu/e/epr.htm

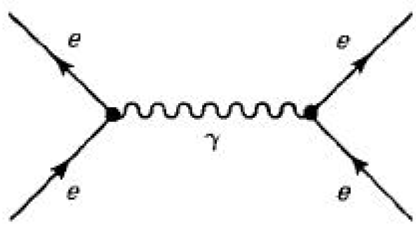
13. A kauzalitás ontológiája

- partikuláris eseményekre koncentrálunk
- redukcionalizmus: a kauzalitás lényegét az elemi fizikai folyamatoknál kell megérteni
- részecskefizikai (világ)kép

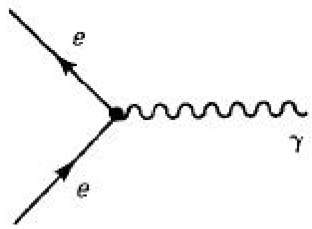
  Négy kölcsönhatás:

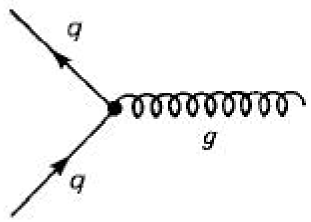
– erős (gluon)
– elektromágneses (foton)
– gyenge (W és Z bozon)
– gravitációs (graviton)

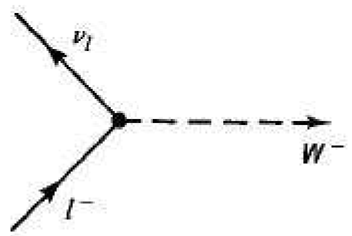
Még csak nem is ilyenek az elemi kauzális folyamatok:



hanem ilyenek:







Vagyis:

- Nem csak, hogy léteznek az „események közötti” „kauzális kapcsolatot” alkotó („megtestesítő”) ún. kölcsönhatási részecskék,

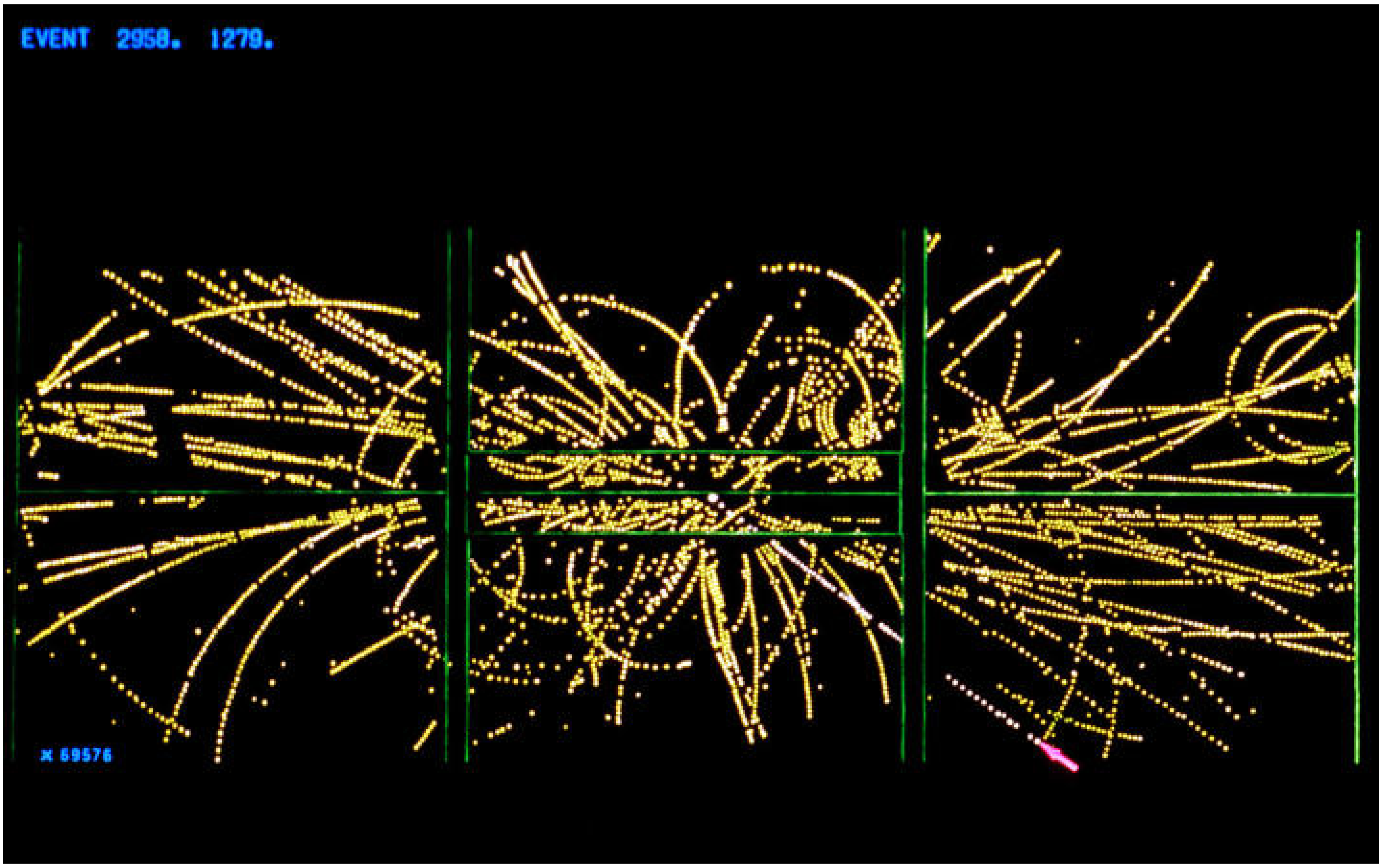
- hanem az „esemény” maga nem más, mit egy valamelyik fajta kölcsönhatási részecske emisszióját vagy abszorpcióját magában foglaló vertex. Minden, amit „eseménynek” hívunk, ilyen elemi események sokasága.

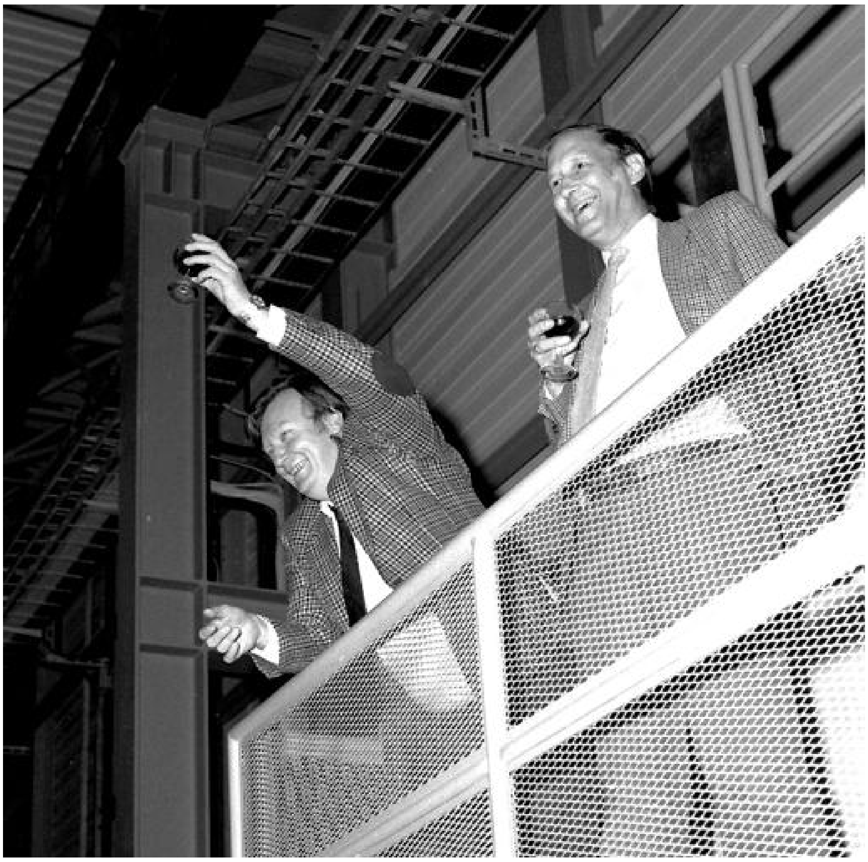
Amit Hume hiányolt, megtaláltuk!

> Valójában az anyagnak nincs olyan eleme, amelynek érzékelhető tulajdonságai bármilyen erőről vagy energiáról tanúskodnának, s amely indokolná azt a feltételezést, hogy az bármit is létrehozhatna, vagy hogy azt olyasmi fogja követni, amit hatásának nevezhetünk. Szilárdság, kiterjedés, mozgás — ezek mind önmagukban teljes tulajdonságok, nem jeleznek soha semmiféle, belőlük eredő folyamatot. A világegyetem színpadán minden állandó változásban van, a jelenségek szakadatlan láncolatban követik egymást, de az az erő vagy energia, amely az egész gépezetet mozgatja, rejtve van előlünk: a testeknek semmiféle érzékelhető tulajdonsága útján soha nem tárulkozik fel. Tudjuk, hogy a hő valóban állandó kísérőjelensége a lángnak, de hogy a kettő közt milyen kapcsolat van, erre nézve még feltevésekbe vagy vélekedésekbe sem bocsátkozhatunk. Az erő eszméjét tehát nem vezethetjük le a testek egyes esetekben tapasztalt működésének vizsgálatából, mert a testekben sohasem bukkanhatunk oly erő nyomára, amely ennek az eszmének forrása lehetne. (*Hume*)

Teljesn új módon kell a kauzalitás kérdését megközelítenünk:

A kauzális kapcsolat tehát nem létezők közötti viszony, ahogyan tradicionálisan eddig gondoltunk rá, hanem a létezők egyik fajtája. Ontológiai státuszukat tekintve semmiben nem különböznek azoktól a létezőktől, amelyek között a kauzális viszonyt/kapcsolatot „létrehozzák”. Ugyanúgy le lehet őket fényképezni:





A W bozon első detektálása (1983)

Bibliográfia

Accardi, L. (1984): The probabilistic roots of the quantum mechanical paradoxes, in: *The Wave-Particle Dualism*, S. Diner et al. (eds.), D. Reidel, Dordrecht.

Accardi, L. (1988): Foundations of quantum mechanics: a quantum probabilistic approach, in: *The Nature of Quantum Paradoxes*, G. Tarrozzi and A. Van Der Merwe (eds.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Andréka, H., Németi, I. és Madarász, J. X. (1999): Logical analysis of special relativity theory, in: *Essays Dedicated to Johan van Benthem on the Occasion of his 50th Birthday*, Gerbrandy, J., Marx, M., de Rijke, M. and Venema, Y. (eds.), Amsterdam University Press, Vossiuspers.

Arntzenius, F. (1997): Transition chances and causation, *Pacific Philosophical Quarterly* **78**, 149.

Aspect, A., Grangier, P. és Roger, G. (1981): Experimental Test of Realistic Local Theories via Bell's Theorem, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460.

Balázs László Kristóf és E. Szabó László (2004): „Semmiben nem nyújt új vagy más leírást a térről és az időről" – beszélgetés a relativitáselméletről, *Beszélő*, január, 75.–88. o.

Ballentine, Leslie E. (1970): The statistical interpretation of quantum mechanics, *Rev. Mod. Phys.* **42**, 358.

Ballentine, Leslie E. (1990): *Quantum Mechanics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Bana, G. és Durt, T. (1997): Proof of Kolmogorovian Censorship, *Found. Phys.* **27**, 1355.

Bell, J. S. (1967): On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox, *Physics* **1**, 195. (Újraközölve: Bell 1987, 15. o.)

Bell, J. S. (1982): On the impossible pilot wave, *Foundations of Physics* **12**, 989. (Újraközölve: Bell 1987, 166. o.)

Bell, J. S. (1987): *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Belnap, N. (1992): Branching space-time, *Synthese* **92**, 385.

Belnap, N. és Green, M., (1994): Indeterminism and The Thin Red Line, in: *Philosophical Perspectives 8: Philosophy of Language & Logic*, James E. Tomberlin (ed.), Ridgeview Press, Ascadero CA.

Belnap, N. és Szabó, L. E. (1996): Branching Space-time analysis of the GHZ theorem, *Foundations of Physics* **26**, 989.

Beltrametti, E. G. and Maczynski, M. J. (1991): On a characterization of classical and nonclassical probabilities, *J. Math. Phys.*, **32**. 1280.

Bene, Gy. (1997): Quantum reference systems: a new framework for quantum mechanics, *Physica* **A 242**, 529.

Bennett, J. (1988): *Events and their Names*, Hackett Publishing Company, Indianapolis–Cambridge.

Birkhoff, G. és von Neumann, J. (1936): The logic of quanttum mechanics, *Ann. Math.* **37**, 823.

Bohm. D. (1952a): A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of 'Hidden' Variables, I. II., *Phys. Rev.* **85**, 166-179, 180-193.

Bohm. D. (1952b): Reply to Criticism of a Causal Re-interpretation of the Quantum theory, *Phys. Rev.* **87**, 389.

Bohm, D. és Aharonov, Y. (1957): Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky, *Phys. Rev.* **108**, 1070.

Bohm, D. és Hiley, B. J. (1993): *The Undivided Universe*, Routledge, London.

Bouwmeester, D., Pan, J., Daniell, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A. (1999) Observation of Three-Photon Greenberger–Horne–Zeilinger Entanglement, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1345.

Brans, C. H. (1988): Bell's theorem does not eliminate fully causal hidden variables, *International J. of Theoretical Physics* **27**, 219.

Bridgman, P. (1927): *The Logic of Modern Physics*, MacMillan, New York.

Butterfield, J. (1989): A space-time approach to the Bell inequality, in: *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, J. Cushing and E. McMullin (eds.), University of Notre Dame Press, Notre Dame.

Campbell, K. (1976): *Metaphysics: an introduction*, Encino, Dickenson.

Cartwright, N. (1987): How to tell a common cause: Generalization of the conjunctive fork criterion, in: *Probability and Causality*, J. H. Fetzer (ed.), D. Reidel, Dordrecht.

Chalmers, D. J. (1996): *The Conscious Mind*, Oxford University Press, Oxford.

Churchland, Patricia Smith (1998): Brainshy: Non-neural theories of conscious experience, in: *Toward a Science of Consciousness II: The 1996 Tucson Discussions and Debates*, S. Hameroff, A. Kaszniak, A. Scott (eds.) MIT Press, Cambridge MA.

Clauser, J. F. és Shimony, A. (1978): Bell's Theorem: Experimental Test and Implications, *Reports on Progress in Physics* **41**, 1881.

Craig, W. L. (1988): Barrow and Tipler on the Anthropic Principle vs. Divine Design, *The British Journal for the Philosophy of Science* **38**, 389.

Cushing, J. T. (1994): *Quantum Mechanics – Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony*, The University of Chicago Press, Chicago–London.

Dawkins, R. (1995): *Folyam az Édenkertből*, Kulturtrade Kiadó, Budapest.

Dummett, M. (2000): *A metafizika logikai alapjai*, Osiris, Budapest.

Earman, J. (1986): *A Primer on Determinism*, D. Reidel, Dordrecht.

Earman, J. és Salmon, W. (1992): The Confirmation of Scientific Hypotheses, in: *Introduction to Philosophy of Science*, M. H. Salmon, *et al*. (eds.), Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Eddington, A. (1935): *A természettudomány új útjai*, Franklin, Budapest.

Einstein, A. (1949): Remarks concenrning the essays brought together in this co-operative volume, *Albert Einstein philosopher-scientist*, P. A. Schilpp (ed.), The library of the living philosophers, Vol. 7. Evanston, Illionis, 665-688. o. (Oroszul: A. Einstein, Szobranije naucsnih trudov, Nauka, Moszkva 1967, 4. k., 294-315. o.)

Einstein, A., Podolsky, B. és Rosen, N. (1935): Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?, *Phys. Rev.* **47**, 777. (Magyarul: A. Einstein, *Válogatott tanulmányok*, Gondolat, Budapest 1971, 167. o.)

Fáy Gy. és Tőrös R. (1978): *Kvantumlogika*, Gondolat, Budapest

Feyerabend, P. (1994): Milyen lesz a tudományfilozófia 2001-ben?, in: *A későújkor józansága I. – Olvasókönyv a tudományos-technikai világfelszámolás tudatosítása köréből,* Tillmann J. A. (szerk.), Göncöl Kiadó, Budapest.

Feynman, R. P., Leighton, R. B. és Sands, M. (1970): *Mai fizika*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Fine, A. (1982): Some local models for correlation experiments, *Synthese* **50**, 279.

Fine, A. (1986): *The Shaky Game – Einstein, realism and the Quantum Theory*, The University of Chicago Press, Chicago.

Fine, A. (1991): Inequalities for Nonideal Correlation Experiments, *Foundations of Physics* **21**, 365.

Fine, A. (1993): Indeterminism and the Freedom of the Will, in: *Philosophical Problems of the Internal and External World – Essays on the Philosophy of Adolf Grünbaum*, J. Earman, A. I. Janis, G. J. Massey, N. Rescher (eds.), University of Pittsburgh Press / Universitätsverlag Konstanz, Pittsburgh.

Friedman, M. (1983): *Foundations of Space-Time Theories – Relativistic Physics and Philosophy of Science*, Princeton University Press, Princeton.

Fröhlich, H. (1968): Long range coherence and energy storage in biological systems, *Int. J. Quantum Chem.* **2**, 6419.

Garg, A. és Mermin, N. D. (1987): Detector inefficiencies in the Einstein-Podolsky-Rosen experiment, *Phys. Rev.* **D 35**, 3831.

Gleason, A. M. (1957): Measures on the closed subspaces of a Hilbert space, *J. of Math. and Mech.* **6**, 885.

Gorelik, G. J. (1987): *Miért háromdimenziós a tér*, Gondolat, Budapest.

Greenberger, D. M., Horne, M. A., Shimony, A. és Zeilinger, A. (1990): Bell's theorem without inequalities, *Am. J. Phys.* **58**, 1131.

Grünbaum, A. (1972): Free Will and Laws of Human Behaviour, in: *New Readings in Philosophical Analysis*, H. Feigl, W. Sellars, K. Lehrer (eds.), Appleton-Century-Crofts.

Grünbaum, A. (1974): *Philosophical Problems of Space and Time*, Boston Studies in the Philosophy of Science, Vol. XII. (R. S. Cohen and M. W. Wartofsky, eds.) D. Reidel, Dordrecht.

Grünbaum, A. (1976a): Is falsifiability the touchstone of scientific rationality? Karl Popper versus inductivism, in: *Essays in Memory of Imre Lakatos*, R. S. Cohen *et al.* (eds.), D. Reidel, Dordrecht.

Grünbaum, A. (1976b): Is the Method of Bold Conjectures and Attempted Refutations *Justifiably* the Method of Science?, *The British Journal for the Philosohy of Science* **27**, 105.

Gudder, S. (1988): *Quantum probability*, Academic Press, Boston.

Gyenis, B. és Rédei, M. (2002): When can statistical theories be causally closed?, előkészületben.

Hameroff, S. (1998): More Neural Than Thou, in: *Toward a Science of Consciousness II: The 1996 Tucson Discussions and Debates*, S. Hameroff, A. Kaszniak, A. Scott (eds.) MIT Press, Cambridge MA.

Hawking, S. W. és Ellis, G. F. R. (1973): *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge Univrsity Press, Cambridge.

Hellman, G. (1980): Quantum Logic and Meaning, *Philosophy of Science Association (of America)* **2**, 493.

Hempel, C. G. (1965): Studies in the Logic of Confirmation, in: *Aspects of Scientific Explanation*, The Free Press, New York. (Magyarul: Tanulmányok a konfirmáció logikájáról, ford. Kampis Gy., in: *Tudományfilozófia szöveggyűjtemény*, Forrai G. és Szegedi P. (eds.), Áron Kiadó, Budapest 1999).

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L. E. (1999): On Reichenbach's common cause principle and Reichenbach's notion of common cause, *The British Journal for the Philosophy of Science* **50**, 377.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L. E. (2000): Reichenbach's Common Cause Principle: Recent Results and Open Questions, *Reports on Philosophy* **20**, 85.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L. E. (2002): Common-causes are not common common-causes, *Philosophy of Science*, megjelenés alatt.

Holland, P. R. (1993): *The Quantum Theory of Motion – An Account of the de Broglie-Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics*, Cambridge University Press.

Hooker, C. A. (ed.) (1975): *Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics* Vol. I, D. Reidel, Dordrecht.

Hooker, C. A. (ed.) (1979): *Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics* Vol. II, D. Reidel, Dordrecht.

Honderich, T. (1993): *How Free Are You? The Determinism Problem*, Oxford University Press, Oxford.

Honderich, T. (2001): Determinism's Consequences – The Mistakes of Compatibilism and Incompatibilism, and What Is To Be Done Now, előadás, *International Interdisciplinary Workshop on Determinism*, Ringberg Castle, Rottach-Egern, Germany, June 4 - 8, 2001.

Hraskó P. (1984): A Bell-egyenlőtlenség, *Fizikai Szemle* 1984. évf. 7. szám. Újraközölve, in: Hraskó P., *A könyvtár foglya*, Typotex, Budapest 2001, 195. o.

Hume, D. (1748): *An Enquiry Concerning Human Understanding*

Huoranszki F. (2001): *Modern metafizika*, Osiris Kiadó, Budapest.

Jauch, I. M. és Piron, C. (1963): Can Hidden Variables be Excluded in Quantum Mechanics?, *Helv. Phys. Acta.* **36**, 827.

Jánossy, L. (1969): *Relativitáselmélet és fizikai valóság*, Gondolat, Budapest.

Jánossy, L. (1973): *Relativitáselmélet a fizikai valóság alapján*, Akadémiai Kiadó, Budapest.

Kochen, P. és Specker, E. (1967): The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, *Journal of Mathematics and Mechanics* **17**, 59. Újraközölve, in: Hooker (1975).

Landau, L. D. és Lifsic, E. M. (1974): *Elméleti fizika*, Tankönyvkiadó, Budapest.

Larsson, J-Å. (1998): Necessary and sufficient detector-efficiency conditions for the Greenberger–Horne–Zeilinger paradox, *Phys. Rev.* **A57**, R3145.

Larsson, J-Å. (1999a): Detector efficiency in the Greenberger–Horne–Zeilinger paradox: Independent errors, *Phys. Rev.* **A59**, 4801.

Larsson, J-Å. (1999b): Modeling the singlet state with local variables, *Phys. Lett.* **A256**, 245.

Larsson, J-Å. (1999c): Modeling the Singlet State with Local Variables, *Physics Letters* **A256**, 245.

Lánczos, K. (1976): *A geometriai térfogalom fejlődése*, Gondolat, Budapest.

Lewis, D. (1973): *Counterfactuals*, Basil Blackwell, Oxford.

Lewis, D. (1986): Causality, in: *Philosophical Papers II.*, Oxford University Press, Oxford.

Libet, B., Wright, E. W. Jr, Feinstein, B. and Pearl, D. K. (1979): Subjective referral of the timing for a conscious sensory experience, *Brain* **102**, 193.

Lockwood, M. (1989): *Mind, Brain & the Quantum – The Compound 'I'*, Basil Blackwell, Oxford.

MacKay, D. (1967): *Freedom of action in a mechanical* universe, Cambridge University Press, Cambridge.

Mackie, J. L. (1974): *The Cement of the Universe*, Clarendon Press, Oxford.

Madarász, J. X. (2002): *Logic and relativity (in the light on definability theory)*. PhD Dissertation, Eötvös University, Budapest.

Maudlin, T. (1994): *Quantum Non-Locality and Relativity – Metaphysical Intimations of Modern Physics*, Aristotelian Society Series, Vol. 13, Blackwell, Oxford.

Maxwell, N. (1985): Are probabilism and special relativity incompatible?, *Philosophy of Science* **52**, 23.

McTaggart, J. M. E. (1908): The Unreality of Time, *Mind* **17**, 457.

McTaggart, J. M. E. (1993): The Unreality of Time, in: *The Philosophy of Time* (Oxford Readings in Philosophy), R. Le Poidevin, M. MacBeath (eds.), Oxford University Press, Oxford. (Eredeti mű: *The Nature of Existence*, 33. fejezet, Cambridge University Press, Cambridge 1927.)

Mellor, D. H. (1981): *Real Time*, Cambridge University Press, Cambridge & New York.

Mellor, D. H. (1995): *The Facts of causation*, Routledge, London

Mellor, D. H. (1998): *Real Time II.*, Routledge, London.

Menzies, P. (1987): Probabilistic Causation and Causal Processes: A Critique of Lewis, *Philosophy of Science* **56**, 642.

Misner, C. W. és Wheeler, J. A. (1957): *Ann. Phys. (USA)* **2**, 525.

Misner, C. W., Thorne, K. S. and Wheeler, J. A. (1973): *Gravitation*, W. H. Freeman & Co., San Francisco.

Neumann J. (1980): *A kvantummechanika matematikai alapjai*, Akadémiai Kiadó, Budapest. (Az eredeti német kiadás 1932-ben jelent meg.)

Novobátzky, K. (1964): *A relativitás elmélete*, 3. kiadás, Tankönyvkiadó, Budapest.

Novobátzky, K. (1967): Bevezetés, in: A. Einstein, *A speciális és általános relativitás elmélete*, 3. kiadás, Gondolat, Budapest.

Nozick, R. (1969): Newcomb's Problem and Two Principles of Choice, in: *Essays on Honor of Carl G. Hempel*, N. Rescher et al. (edt.), D. Reidel, Dordrecht.

Parfit, D. (1987): *Reasons and Persons*, Oxford University Press, Oxford.

Park, J. L. és Margenau, H. (1968): Simultaneous Measurability in Quantum Theory, *Int. J. Theoretical Physics* **1**, 211.

Park, J. L. és Margenau, H. (1971): The Logic of Noncommutability of Quantum-Mechanical Operators–and Its Empirical Consequences, in: *Perspectives in Quantum Theory – Essays in Honor of Alfred Landé*, W. Yourgrau és A. van der Merwe (eds.), The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Penrose, R. (1993): *A császár új elméje – Számítógépek, gondolkodás és a fizika törvényei*, Akadémia Kiadó, Budapest.

Penrose, R. (1994): *Shadows of the Mind – A Search for the Missing Science of Consciousness*, Oxford University Press, Oxford.

Penrose, R. (1997): *The Large, the Small and the Human Mind*, Cambridge University Press, Cambridge.

Pitowsky, I. (1989): *Quantum Probability – Quantum Logic*, Lecture Notes in Physics **321**, Springer, Berlin.

Placek, T. (2000): *Is Nature Deterministic?*, Jagellonian University Press, Krakow.

Poicaré, H. (1952): *Science and Hypothesis*, Dover, Ney York. (Az eredeti francia kiadás 1902-ben jelent meg.)

Popper, K. (1960): The Propensity Interpretation of Probability, *The British J. of Phil. of Science* **10**, 25.

Popper, K. R. (1963): *Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge*, Routledge & Kegan Paul, London.

Popper, K. R. (1988): *The Open Universe - An Argument for Indeterminism*, Hutchinson, London.

Prior, A. N. (1993): Change in Events and Change in Things, in: *The Philosophy of Time* (Oxford Readings in Philosophy), R. Le Poidevin, M. MacBeath (eds.), Oxford University Press, Oxford. (Eredeti mű, in: *Papers on Time and Tense*, Clarendon Press, Oxford.)

Putnam, H. (1967): Time and physical geometry, *The Journal of Philosophy* **64**, 240.

Putnam, H. (1979): Is logic empirical?, in: Hooker 1979.

Pták, P. és Pulmannová, S. (1991): *Othomodular Structures as Quantum Logic*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Redhead, M. (1987): *Incompleteness, Nonlocality and Realism – A Prolegomenon to the Philosophy of Quantum Mechanics*, Clarendon Press, Oxford.

Redhead, M. (1995): *From Physics to Metaphysics*, Cambridge University Press.

Rédei, M. (1995): *Introduction to quantum logic*, Eötvös University Press, Budapest

Rédei, M. (1996): Why John von Neumann did not like the Hilbert space formalism of quantum mechanics (and what he liked instead), *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* **27**, 493.

Rédei, M. (1998): *Quantum Logic in Algebraic Approach* (Fundamental Theories of Physics Vol. 91), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Rédei, M. (1999): 'Unsolved Problems of Mathematics' J. von Neumann's address to the International Congress of Mathematicians, Amsterdam, September 2-9, 1954, *The Mathematical Intelligencer* **21**, 7.

Rédei, M. (2001): John von Neumann's concept of quantum logic and quantum probability, in: *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*, M. Rédei, M. Stoeltzner (szerk.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Rédei, M. (2002): Reichenbach's Common Cause Principle and quantum correlations, in: *Modality, Probability and Bell's Theorems*, J. Butterfield and T. Placek (eds.) Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Rédei, M. and Summers, S. J. (2002): Local Primitive Causality and the Common Cause Principle in quantum field theory, *Foundations of Physics* **32**, 335.

Reichenbach, H. (1944): *Philosophical foundations of quantum mechanics*, University of California Press, Los Angeles.

Reichenbach, H. (1951): *The Rise of Scientific Philosophy*, University of California Press, Los Angeles.

Reichenbach, H. (1956): *The Direction of Time*, University of California Press, Berkeley.

Rietdijk, C. W. (1966): A rigorous proof of determinism derived from the special theory of relativity, *Philosophy of Science* **33**, 341.

Rietdijk, C. W. (1976): Special relativity and determinism, *Philosophy of Science* **43**, 598.

Russell, B. (1976): *Miszticizmus és logika és egyéb tanulmányok*, Magyar Helikon, Budapest.

Salmon, W. C. (1977): The Philosophical Significance of the One-Way Speed of Light, *Noûs* **11**, 253.

Salmon, W.C. (1978): Why ask „Why?"?, *Proceedings and Addresses of the American Philosophical Association* **51**, 683.

Salmon, W. C. (1980): Probabilistic Causality, *Pacific Philosophical Quarterly* **61**, 50.

Salmon, W. C. (1984): *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton University Press, Princeton.

Searle, J. R. (2000): Consciousness, Free Action and the Brain, *Journal of Consciousness Studies* **7**, 3.

Sharp, W. D. és Shank, N. (1985): Fine's prism models for quantum correlation statistics, *Philosophy of Science* **52**, 538.

Shimony, A. (1984): Contextual hidden variable theories and Bell's inequalities, *The British Journal for the Philosophy of Science* **35**, 25. (Újraközölve, in: Shimony 1993b).

Shimony, A. (1993a): *Search for a Naturalistic World View, Volume I: Scientific method and epistemology*, Cambridge University Press, Cambridge.

Shimony, A. (1993b): *Search for a Naturalistic World View, Volume II: Natural science and metaphysics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Skyrms, B. (1984): EPR: Lessons for metaphysics, *Midwest Studies in Philosophy* **9**, 245.

Sober, E. (1988): The Principle of the Common Cause, in: *Probability and Causality*, J. Fetzer (ed.), Reidel, Dordrecht.

Spohn, W. (1991): On Reichenbach's Principle of the Common Cause, in: *Logic, Language and the Structure of Scientific Theories*, W. Salmon and G. Wolters (eds.), University of Pittsburgh Press, Pittsburh.

Stapp, H. (1993): *Mind, Matter, and Quantum Mechanics*, Springer-Verlag Telos, Berlin.

Stein, H. (1991): On relativity theory and openness of future, *Philosophy of Science* **58**, 147.

Strauss, M. (1937): Mathematics as logical syntax — A method to formalize the language of a physical theory, *Erkenntnis* **7**, 147.

Suppes, P. 1970]: *A Probabilistic Theory of Causality*, North-Holland, Amsterdam.

Suppes, P. (1990): Probabilistic causality in quantum mechanics, *Journal of Statistical Planning and Inference* **25**, 293.

Suppes, P. és Zanotti, M. (1981): When are probabilistic explanations possible?, *Synthese* **48**, 191.

Swinburne, R. (1968): *Space and Time*, Macmillan, London.

Swinburne, R. (1990): Argument from the fine-tuning of the universe, in: *Physical cosmology and philosophy*, J. Leslie (Ed.), Collier Macmillan, New York.

Swinburne, R. (1998): *Van Isten?*, Kossuth Kiadó, Budapest.

Szabó, L. E. (1982): Geometrodynamics in Multidimensional Unified Theory, *Gen. Rel. Grav.* **14**, 77.

Szabó, L. E. (1982): Geometrodynamics of Wormholes, *Circolo Matematico di Palermo* II. No. 2., 267.

Szabó, L. E. (1993): On the real meaning of Bell's theorem, *Foundations of Physics Letters* **6**, 191.

Szabó, L. E. (1995): Is quantum mechanics compatible with a deterministic universe? Two interpretations of quantum probabilities, *Foundations of Physics Letters* **8**, 421.

Szabó, L. E. (1998): Quantum structures do not exist in reality, *International J. of Theoretical Physics* **37**, 449.

Szabó, L. E. (2000a): On an attempt to resolve the EPR–Bell paradox via Reichenbachian concept of common cause, *International J. of Theoretical Physics* **39**, 911.

Szabó, L. E. (2000b): On Fine's resolution of the EPR–Bell problem, *Foundations of Physics* **30**, 1891.

Szabó, L. E. (2001): Critical reflections on quantum probability theory, in: *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*, M. Rédei, M. Stoeltzner (eds.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Szabó, L. E. (2002): A matematika-filozófiai formalizmus találkozása az elme-filozófiai fizikalizmussal, előadás, *X. MAKOG, Észlelés, szimbólum, tudat: A magyar kognitív tudomány tíz éve*, 2002. január 28-30., Visegrád.

Szabó, L. E. és Fine, A. (2002): A local hidden variable theory for the GHZ experiment, *Physics Letters* **A295**, 229.

Szabó, L. E. (2003): Formal System as Physical Objects: A Physicalist Account of Mathematical Truth, *International Studies in the Philosophy of Science*, **17**, pp. 117–125.

Szabó, L. E. (2004a): On the meaning of Lorentz covariance, *Foundations of Physics Letters* (forthcoming).

Szabó, L. E. (2004b): Does special relativity theory tell us anything new about space and time? (http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00001321)

Szabó, L. E. (2007): Objective probability-like things with and without objective indeterminism, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* **38**, p. 626

Uffink, J. (1990): *Measures of Uncertainty and the Uncertainty Principle*, PhD dissertation, University of Utrecht, Utrecht.

Uffink, J. (1994): The Joint Measurement Problem, *International J. of Theoretical Physics* **33**, 199.

Van Fraassen, B.C. (1977): The pragmatics of explanation, *American Philosophical Quarterly* **14**, 143.

Van Frassen, B.C. (1982): Rational belief and the common cause principle, in: *What? Where? When? Why?*, R. McLaughlin (ed.), D. Reidel, Dordrecht.

Van Fraassen, B.C. (1989): The Charybdis of Realism: Epistemological Implications of Bell's Inequality, in: *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, J. Cushing and E. McMullin (eds.), University of Notre Dame Press, Notre Dame.

Van Fraassen, B.C. (1991): *Quantum Mechanics – An Empiricist View*, Clarendon Press, Oxford.

Wald, R. M. (1984): *General Relativity*, University of Chicago Press, Chicago and London.

Wang, H. (1995): Time in philosophy and physics: from Kant and Einstein to Gödel, *Synthese* **102**, 215.

Wheeler, J. A. (1962): *Geometrodynamics*, Academic Press, New York.

Wigner, J. (1972): *Szimmetriák és reflexiók – Válogatott tanulmányok*, Gondolat, Budapest.

Winnie, J. A. (1970): Special relativity without one-way velocity assumptions, Part I and II, *Philos. Sci.* **37**, 81 and 223.

Yang, C. N. és Mills, R. L. (1954): Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance, *Phys. Rev.* **96**, 191.

Weihs, G., Jennewin, T. Simon, C, Weinfurter, H. és Zeilinger, A. (1998): Violation of Bell's Inequality under Strict Einstein Locality Conditions, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039.

Zeilinger, A., Horne, M. A., Weinfurter, H. és Żukowski, M. (1997): Three-Particle Entanglements from Two Entangled Pairs, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3031.