A „Hole”-argumentum

Gömöri Márton

1. A metafizikai probléma: van-e téridő, és ha igen, mi az?

Az eddigi szemináriumokon a tér és elsősorban is az idő természetével foglalkoztunk, a metafizikai meggondolásainkat többnyire a hétköznapi tapasztalatainkra, az ezekből származó intuíciónkra alapoztuk. A „téridő” tudományos terminus, mibenlétéről a következőkben a fizikai elméletek, elsősorban az általános relativitáselmélet alapján szeretnénk mondani valamit. A fizika térre és időre vonatkozó empirikus fogalmainak definíciói (már ha egyáltalán vannak ilyenek), tükrözik a hétköznapi tér-idő distinkciót, és valamiképp tükrözik az intuíciónkat ezen fogalmakról, azonban a relativitáselméletben alapvető szerepe van egy téridőnek nevezett valamiféle 4-dimenziós kontinuumnak, aminek szokásos bevezetése, úgy tűnik, megelőzi vagy legalábbis megkerüli az empirikus jelentésű tér-idő terminusok bevezetését. A kérdés, hogy mi is az, amit téridőnek nevezünk.

Az irodalomban szokásos meghatározás szerint a téridő nem más, mint a fizikai események összessége. Az esemény fogalmára vonatkozóan pedig olyasféle példákat szokás felhozni, mint az öngyújtó felvillanása, csettintés, kicsiny részecskék ütközése – vagyis valamilyen pontszerű, pillanatszerű történésre kell itt gondolnunk.

Az egyik probléma ezzel az értelmezéssel, hogy cirkuláris: hivatkozik a téridő előzetes fogalmára, amennyiben az értelmezendő téridőt alkotó eseményeket mint kicsi téridőbeli kiterjedéssel rendelkező (pontszerű, pillanatszerű) dolgokat határozza meg. Van azonban egy másik, a témánk szempontjából lényegesebb kérdés ezzel kapcsolatban: ha el is fogadjuk, hogy létezik valamiféle fizikai esemény-ontológia az előbbi értelemben, nem egészen magától értetődő, hogy ez megragadja-e a téridő „intuitív” fogalmát, ahogyan erre a fogalomra a fizikában gondolunk (a passzus további részében téridőn ezt az intuitív fogalmat értjük). Elsősorban azért nem, mert - érezzük - nincs kölcsönösen egyértelmű kapcsolat a téridő pontjai és a fizikai események között. Egyrészről az esemény fogalma nem merül ki a téridőbeli pozíciójában, vannak az eseménynek olyan tulajdonságai, amelyek különböznek a téridőbeli helyétől (például az, hogy beleesik abba a kategóriába, amit szokásosan „az öngyújtó felvillan" címkével látunk el). Akkor mondanánk, hogy két esemény mint téridő-pont megegyezik (vagyis ugyanazt a téridő-pontot határozzák meg), ha egybeesnek, vagyis ha ugyanakkor, ugyanott történnek, minden más tulajdonságuk érdektelen, nem tartozik hozzá az általuk kijelölt téridő-pont fogalmához, azaz két különböző esemény is jelölhetné ugyanazt a téridő-pontot. Ebből a szempontból nem lényeges, hogy esetleg nem lehetséges koincidencia két különböző esemény között, vagy hogy a téridőbeli pozíció annyira erős tulajdonsága lenne az eseménynek, hogy – a kauzális relációkon keresztül – egyértelműen meghatározná magát az eseményt, a lényeges az, hogy a téridő-hely az eseménynek tulajdonsága (vagy fordítva) és nem fogalmi azonosság van köztük. Másrészt a fordított irányú megfelelés sem egyértelmű: minden tudásunk a világról az eseménytípusok (mint amilyen az öngyújtó felvillanása) közötti regularitások megfigyeléséből származik, a téridő számtalan pontjában történik meg ugyanaz az (vagy ugyanolyan típusú) esemény. De mi teszi ezeket különbözővé? A téridőbeli locusuk – mondanánk –, de ha egyszer a téridőt az események összességeként akarnánk értelmezni, ezzel nem lennénk kisegítve. Ha viszont a téridő nem az események összessége, akkor mi? Ha a téridő-pont fogalma nem is azonos az eseményével, próbálkozhatnánk olyasmivel, hogy azt az események közötti relációk terminusaiban értelmezzük, tehát ha nem is azonosítjuk, de valamiképp visszavezetjük a téridő-pont fogalmát az esemény fogalmára. Ezzel persze nem tennénk mást, mint hogy a problémát az eseményekről a köztük értelmezendő relációkra hárítjuk (például a kauzalitásra, amelyről a téridő előzetes fogalma nélkül szintén nehéz volna beszélni).

Nem célunk a továbbiakban ezeknek a nehézségeknek a tárgyalása, csak érzékeltetni szeretnénk azt a metafizikai kontextust, amelyben az ismertetendő „Hole"-probléma felmerül: amit érzékelünk a világból, azok a fizikailag lejátszódó események és a köztük lévő viszonyok, ugyanakkor a téridő fogalmilag ezektől bizonyos értelemben független dolognak látszik lenni.

Van-e tehát téridő mint az anyagtól független létező, van-e téridő-pont, amit a fizikai események megcímkéznek? Ez az a metafizikai kérdés amelyre a „Hole"-argumentum konklúziója választ ad, mégpedig röviden ezt: nincs. Az argumentum lényegét tekintve modern parafrázisa Leibniz érvének, melyet a newtoni abszolút tér és idő melletti elkötelezettség ellen fogalmazott meg. Leibniz szerint nincs okunk megkülönböztetni azokat a világokat, amelyekben az események különböző téridő-pontokban vannak elhelyezve, de az események maguk ugyanazok, és nincs különbség a közöttük megfigyelhető relációkban.

Az a modern kontextus, amelyben a leibnizi érv a „Hole"-argumentumban újrafogalmazódik a téridő-fizika, és elsősorban az általános relativitáselmélet. A téridő-elméletek matematikai szerkezete (amit a következő fejezetben áttekintünk) erősen sugalmazza a téridő és az anyagi történések közötti distinkciót, azt a képet, amelyre metaforikusan úgy szoktak utalni, hogy létezne valamiféle vászon (mint téridő), amely a rajta lévő festékpacáktól (mint eseményektől) függetlenül van. Ezen téridő-elméletek realista olvasatát – amely tehát határozott ontológiai tartalmat tulajdonít annak a valaminek, amit az elméletben a vászonként aposztrofált objektum reprezentál – szokás *téridő-szubsztantivalizmusnak* nevezni. A „Hole”-argumentum – mint majd látjuk – a leibnizi érv szellemében azt állítja, hogy a téridő melletti szubsztantivalista elkötelezettség olyan fizikai szituációk megkülönböztetése melletti elkötelezettséghez vezet, amely megkülönböztetést sem a megfigyelések, sem az elmélet determinisztikus ereje nem képes megragadni, azaz amely szituációk józan fizikai belátásunk szerint nem különbözőek. Ez – az argumentum konklúziója szerint – elegendő a szubsztantivalista álláspont tagadásához.

Megjegyezzük, hogy metafizikai szempontból nem tartjuk túl erősnek az argumentumot, mindenekelőtt azért nem, mert nem nyilvánvaló, hogy hogyan is kell (ha egyáltalán lehet) az „A téridő a fizikai eseményektől független létező” metafizikai állítást az általános relativitáselmélet formalizmusában, vagy bármely más téridő-elméletben reprezentálni, és ahogyan ezt az argumentumban tesszük az nem problémamentes. Ezzel szoros összefüggésben felmerül egy másik probléma, ami a gondolatmenetet mégis érdekessé és fontossá teszi, ez pedig a tudományos elméletek szemantikájának kérdése, vagyis jelen esetben az, hogy hogyan is kell az általános relativitáselmélet állításait a valóságra vonatkoztatni, mint formális matematikai rendszert interpretálni. Ugyanis a fenti reprezentáció elsősorban azért problémás, mert nem világos, hogy azok a terminusok, amikkel az általános relativitáselméletben az előbbi metafizikai tézist kifejezésre akarjuk juttatni mit jelentenek, a valóság mely elemeire és hogyan referálnak (a jelentést itt elsősorban operacionalista vagy verifikacionista értelemben értjük, ami ahhoz szükséges hogy a relativitáselméletet egyáltalán fizikai elméletnek tekintsük). Amivel kapcsolatban tehát a „Hole”-argumentum megismerése tanulsággal szolgálhat az pontosan ez a kérdéskör: a matematikai modell és a valóság viszonya, a fizikai elméletek szemantikájának problémája.

2. A formalizmus: mi egy téridő-elmélet?

Ebben a pontban röviden áttekintjük a modern téridő-elméletek, mindenekelőtt a mai legjobb téridő-elméletünk, az általános relativitáselmélet szerkezetét, abból a célból, hogy lássuk, milyen is az a nyelv, amellyel a vázolt metafizikai problémát ki kívánjuk fejezni. Elkerülhetetlen, hogy a formalizmus kifejtésekor az elmélet fizikai tartalmáról is beszéljünk (és persze kell is), ami viszont szorosan összefügg a fent említett szemantikai problémákkal. Nem célunk ezen a ponton e problémák tárgyalása, még kevésbé megoldása (nem is tudjuk, hogy hogyan is lehetne megoldani). Abban a formában fogjuk a relativitáselméletet tárgyalni, ahogyan ezt a tankönyvekben szokás, csupán hangsúlyozni szeretnénk, hogy ezek a problémák az elmélettel kapcsolatban fennállnak.

A mai fizikai képünk szerint a fizikai jelenségekben előforduló entitások alapvetően háromfélék, pontosabban az elméletek nyelve olyan, hogy három különböző típusú objektum tételezése mellett írja le a jelenségeket. Ezek pedig: a téridő, az anyag és a kölcsönhatás.[1] Ezen objektumok ontológiai státusza és egymáshoz való viszonyuk kérdéses.[2] Annyi azonban bizonyos, hogy a fizikáról szóló beszédeinkben ilyen típusú objektumok és közöttük fennálló relációk terminusai fordulnak elő. Az alapvető séma, ahogyan a háromféle dologról beszélünk és ahogyan összekapcsoljuk ezeket igen egyszerű: az anyagi objektumok a köztük levő kölcsönhatás hatására mozognak a térben, a kölcsönhatást (azt ahogyan a kölcsönhatást reprezentáló kölcsönhatási mező változik a téridőben) pedig az anyagi objektumok téridőbeli eloszlása (térbeli mozgása) határozza meg. Hogy hogyan, milyen elvek szerint határozza meg egymást az anyag és a kölcsönhatási mező eloszlása, ez a fizikai elméletek tárgya. Jó példa erre az elektrodinamika klasszikus leírása: a Newton-egyenlet (vagy relativisztikusan a Lorentz-egyenlet) megmondja, hogy adott kölcsönhatás (pontosabban hatás, ha egyszer adott), például külső elektromágneses mező esetén, hogyan mozog egy anyagi részecske, a Maxwell-egyenletek pedig megmondják, milyen elektromágneses mező jön létre a töltéssel rendelkező anyagi részek adott mozgása esetén. Teljesen hasonló a nem relativisztikus newtoni gravitációelmélet is; ez esetben az anyag tömegeloszlása alakítja ki a kölcsönhatási (gravitációs) mezőt.

A relativisztikus gravitációelméletben a kép egy kicsit módosul. Az előbbi elméletekben a téridő, az anyag és a kölcsönhatás különböző, egymástól bizonyos értelemben független struktúraként jelenik meg. Az általános relativitáselméletben a gravitációs kölcsönhatást elimináljuk a nyelvből és a téridő geometriai szerkezetébe (görbület) ágyazzuk be. Ezt a te-

[1] Szokták az utóbbit kölcsönhatási mezőnek nevezni. A fizikában általában a kölcsönhatást nem valamiféle absztrakt távolhatásként írjuk le, hanem úgy képzeljük, hogy az anyagi részek kölcsönhatási mezőt, erőteret gerjesztenek maguk körül, és ha ezen erőtérbe egy másik anyagi testet teszünk, akkor arra erő hat: ez a kölcsönhatásuk mechanizmusa, amely egy közvetítő mező segítségével megy végbe.

[2] Például a kvantumelmélet szerint az anyagi részecskék és a közöttük lévő kölcsönhatás természete talán nem is különböző. Mindenesetre az itteni tárgyalás során nem lépünk ki a klasszikus elméletek köréből, amelyekben pedig bizonyos értelemben érvényesülni látszik az anyag-kölcsönhatás distinkció. Habár, a klasszikus leírásban sem egészen világos, hogy miben is áll ez a különbség: ha az anyagit úgy definiálnánk, mint ami mechanikai tulajdonságokkal rendelkezik, energiája, impulzusa van, akkor ezzel nem fognánk meg a különbséget; ilyeneket a kölcsönhatási mezőnek is szokás tulajdonítani.

A téridő ontológiájának kérdésességét pedig éppen az itt ismertetett metafizikai probléma demonstrálja.

hetetlen és súlyos tömeg egyenlősége teszi lehetővé, vagyis az az empirikus tény, hogy a testek azon dinamikai tulajdonsága, amely olyasmit reprezentál, hogy a testek mennyire állnak ellen a gyorsításnak (tehetetlen tömeg) számszerűen megegyezik (vagy arányos) a gravitációs töltésükkel, amely pedig azt írja le, hogy mennyire hajlamosak részt venni a gravitációs kölcsönhatásban (súlyos tömeg). Ennek következménye, hogy gravitációs mezőben az ugyanolyan kezdeti feltételekkel indított különböző testek ugyanolyan pályán mozognak, azaz a mozgás, a leírt trajektória független a mozgó részecske individuális tulajdonságaitól, a tehetetlen és súlyos tömegének arányától (mivel az minden testre 1). Ez pl. az elektromágneses kölcsönhatás esetén nincs így, a tehetetlen tömeg és az elektromos töltés egymástól független tulajdonság, arányuk minden testre különböző, ezért általában a különböző testek különböző pályán mozognak elektromágneses térben. Míg az elektromágneses kölcsönhatást egy kölcsönhatási mező reprezentálja, az általános relativitáselméletben a gravitációs kölcsönhatást a téridő geometriájaként írjuk le: a szabad (inerciális) mozgást végző test a görbült téridő „egyenesein", geodetikus görbéin mozog. Az anyag tömegeloszlása (pontosabban energia-impulzus-eloszlása) alakítja ki a téridő geometriáját (görbületét), ezt írják le az Einstein-egyenletek; hasonlóan ahhoz, ahogyan a töltéseloszlás meghatározza az elektromágneses mezőt a Maxwell-egyenleteken keresztül.

A téridő szerepe ezen elméletek bármelyikében unikális (az általános relativitáselméletben különösen, hiszen itt dinamikai szerepet is kap): minden a téridőben zajlik. Az elméletek szerkezetét illetően, matematikai szempontból ez a következőt jelenti: a modell[3] alapvető eleme a téridőt reprezentáló geometriai jellegű struktúra, az anyag és a kölcsönhatási mező téridőbeli eloszlása pedig az előbbi struktúra alaphalmazán értelmezett leképezésekkel adható meg; a geometria és a mezők között kirótt relációval pedig az a törvény, amely leírja, hogy hogyan határozza meg egyik a másikat. Lássuk ezt kicsit részletesebben!

A fenti elméletek matematikai szerkezete a következő típusú: $(M, g, O_1, O_2, ..., O_n)$. Itt M a téridőt reprezentáló geometriai struktúra, M a téridő-pontok („események") halmaza (amelyen esetleg van már valamilyen topologikus struktúra),[4] g az M-en értelmezett metrikus tenzor, röviden metrika: g írja le a téridő-pontok (térbeli és időbeli) távolságát, (időbeli vagy kauzális) rendezését, stb. $O_1, O_2, ..., O_n$ szintén M-en adott mezők (függvények), amelyek a különböző anyagi mezők téridőbeli eloszlását reprezentálják.[5] $g, O_1, O_2, ..., O_n$-eket mezőknek vagy tereknek szokták ne-

[3] A „modell" szót itt nem a logikai-modellelméleti értelemben értjük, egyszerűen csak az „elmélet" szinonimájaként használjuk.

[4] Azt a matematikai struktúrát, amely a téridőt leírja, sokaságnak nevezik, ez a görbült felületek egy modellje, például egy alma felületére lehet gondolni. Eszerint M egy 4 dimenziós sokaság.

[5] Megjegyezzük, hogy ezen mezők definíciója nem problémamentes, hiszen O_k -k pl.

vezni, ezeknek ki kell elégíteniük a fent említett törvényeket, a téregyenleteket, azaz valamilyen R relációban állnak egymással: $R(g, O_1, O_2, ..., O_n)$. Ilyen típusú elmélet pl. a relativisztikus elektrodinamika, matematikai szerkezete a következő: (M, g, j, F), itt j a négyes-áramsűrűség, F a térerősségtenzor. A Maxwell-egyenletek az utóbbi kettő közötti relációt posztulálják, azaz leírják, hogy adott árameloszlás milyen térerősségeloszlást hoz létre. Vagy ilyen típusú a relativisztikus gravitációelmélet is, amelynek szerkezete: (M, g, T), ahol T az energia-impulzus tenzor, amely az anyag (vagy bármi, aminek energiája van, pl. elektromágneses mező) téridőbeli eloszlását reprezentálja. Az Einstein-egyenletek a g és T közötti relációt rögzítik, vagyis azt írják le, hogy az anyag hogyan alakítja a téridő geometriáját (amely tehát a gravitációs kölcsönhatást is szolgáltatja), hogyan görbíti a téridőt.[6]

A fenti metaforánk alapján M lenne a vászon, amelynek alakját, ha tetszik, g rögzíti (akár alma formájúra), $O_1, O_2, ..., O_n$-nek pedig a festékpacák, amik megtöltik a vászon adta „üres keretet".

A fejezet végén bevezetünk egy a továbbiak szempontjából lényeges fogalmat, ez pedig az általános kovariancia. Ez a fogalom szorosan kapcsolódik az említett szemantikai problémákhoz, amennyiben az általános kovariancia az itt tárgyalt elméleteknek egy olyan tulajdonsága, amely arról ad számot, hogy hogyan is ír le egy $(M, g, O_1, O_2, ..., O_n)$ típusú téridő-modell egy fizikai szituációt. A szokásos kérdés ugyanis itt a következő: mi a kapcsolat az $(M, g, O_1, O_2, ..., O_n)$ és az $(M, g, O_1, O_2, ..., O_n)$-val matematikailag ekvivalens (izomorf)[7] $(M', g', O'_1, O'_2, ..., O'_n)$ struktúra által reprezentált fizikai szituációk között, vagyis mi a modellező matematikai hasonlóság vagy azonosság és a modellezett fizikai hasonlóság vagy azonosság viszonya?

Egy fizikai elmélet megadásának helyes lépései ezek: 1. definiáljuk azt a matematikai elméletet (egy nyelvet és a nyelv formuláinak egy halmazát), amely az elmélet nyelvéül szolgál, 2. megadjuk, hogy a nyelv szimbólumai

---

ilyesmik lehetnek: O_k jellemezheti az anyag tömegsűrűségének eloszlását, azaz megadhatjuk, hogy tetszőleges t időpillanatban, x helyen az x hely körüli kis térfogatban mennyi a tömege az ott lévő anyagnak: $O_k(t, x)$. Ugyanígy beszélhetünk töltéssűrűségről, vagy megmondhatjuk, hogy adott (t, x) téridő-pont kis térbeli környezetében adott irányban mennyi töltés folyik át egy kis idő alatt (áramsűrűség). Hasonlóképp, a kölcsönhatási mezők esetén: minden téridő pillanatban megadhatjuk a térerősség értékéket. Ezen definíciók valamely vonatkoztatási rendszerben értelmesek, mivel hivatkoznak a tér és az idő fogalmára, de legalábbis tudnunk kellene M pontjainak a jelentését, ha ezekre hivatkozva akarnánk definiálni a fenti mezőket.

[6] A téridő-elméletek ilyen megfogalmazását koordináta-mentesnek nevezik, mert koordinátarendszerre (bármi is legyen az) való hivatkozás nélkül tárgyalják a jelenségeket.

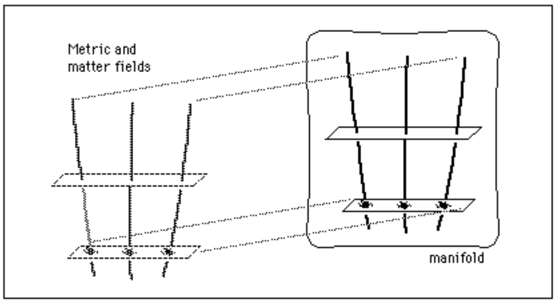
[7] Két matematikai struktúra izomorf, ha a struktúra szempontjából „ugyanolyanok", habár mint halmazok különböznek. Ilyenkor van egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés (izomorfizmus) a két alaphalmaz elemei között és a két alaphalmazon értelmezett relációk között , úgy, hogy minden állítás átvihető ezen leképezés segítségével egyik struktúráról a másikra. (Diffeomorfizmus olyan izomorfizmus, amely differenciálható is.)

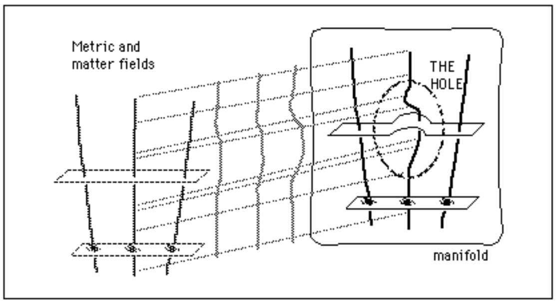
a valóság mely elemeire referálnak (operacionalista értelemben), azaz kiépítjük a szemantikát. Ez az eljárás persze automatikusan szolgáltatja a megoldást már a kérdés megfogalmazásával kapcsolatban felmerülő problémákra (ti., hogy attól mert egy struktúra reprezentál valamit miért is fog egy másik, akár az előzővel izomorf struktúra bármit is reprezentálni, illetve, hogy mikor is mondunk két fizikai szituációt azonosnak) és persze a választ is a kérdésre: különböző struktúrák különböző elméleteket definiálnak, abban az értelemben, hogy a halmazelméletnek különböző objektumairól van szó, tehát egy fizikai elmélet $(M, g, O_1, O_2, ..., O_n)$ struktúrájával izomorf $(M', g', O'_1, O'_2, ..., O'_n)$ struktúra önmagában nem fizikai elmélet, egyáltalán nem reprezentál semmit (illetve sok mindent reprezentálhat), mert nem adtunk meg rajta - az eredeti fizikai elmélettel ellentétben - a fizikai valóságra referáló szemantikát. Persze az $(M', g', O'_1, O'_2, ..., O'_n)$ struktúrán természetes módon adódik az izomorfizmus által indukált szemantika,[8] és ha ezzel együtt tekintjük fizikai elméletnek, akkor ez az elmélet ugyanazokat az állításokat fogja tenni a fizikai valóságról mint az eredeti. Ha az, hogy két fizikai szituációt operacionalista értelemben azonos jelentésű mondatokkal írunk le elégséges ahhoz, hogy a két szituációt fizikailag azonosnak nevezzük, akkor a két izomorf struktúra a fenti értelemben azonos szituációkat modellez; ha nem elégséges, vagy $(M', g', O'_1, O'_2, ..., O'_n)$-n nem az örökölt szemantikát adjuk meg, akkor nem. Lássuk, hogyan ültethetjük át ezt a kissé formális fejtegetést a téridő-fizika nyelvébe, mit is jelent ez az egész tartalmilag, és mi köze van ennek az általános kovariancia fogalmához.

Az általános relativitáselmélet olyan tulajdonságú – mondják –, hogy az izomorf struktúrák azonos megfigyelhető mennyiségekről adnak számot. Ezt a tulajdonságot (aktív) általános kovarianciának nevezik. Mit is jelent ez? Gondoljunk el egy (M, g, T) típusú struktúrát, azaz egy általános relativisztikus téridő-modellt, és tekintsünk egy ezzel diffeomorf struktúrát ugyanazon az alaphalmazon: (M, g', T'). Az általános kovariancia azt jelenti, hogy a mezők az eredetitől különböző, de azzal diffeomorf g', T' „elterjesztése" ugyanazokhoz a megfigyelhető relációkhoz vezet. Ha pl. (M, g', T')-t úgy kapjuk (M, g, T)-ből (ahogy az ábrákon látszik), hogy egy összefüggő véges tartományon („hole") kívül a mezők ugyanazok maradnak (az anyagmező az egyszerűség kedvéért legyen világvonalak összessége), belül különböznek az eredetiektől és kellően „simán" kapcsolódnak össze a tartomány határán, akkor a két struktúra diffeomemorf és a megfigyelhető mennyiségek valóban megegyeznek: ha a téridő modellek leírják pl. egy űrhajó utazását egyik galaxisról a másikra, akkor meg fognak egyezni olyasmikben, mint az utazás ideje az utazó számára, hogy

[8] Legyen (L, S) egy fizikai elmélet, ahol L egy matematikai elmélet, S pedig a szemantika és L' egy L-lel izomorf struktúrát leíró elmélet, legyen i az izomorfizmus a két struktúra között. Ekkor az i által L'-n indukált vagy örökölt szemantikán szimbolikusan az $S' = S \circ i^{-1}$-et értjük.

gyorsult-e az űrhajó, hogy mennyi idős induláskor az ottani galaxis és mindenféle más mennyiségben is, amit pl. fényjelekkel definiálni lehet. Ez azért van így, mert megmutatható, hogy minden megfigyelhető mennyiség redukálható ún. invariánsokra, olyan mennyiségekre, amelyek invariánsak (nem változnak) a diffeomorfizmusokra nézve.[9]





Még egyszer összefoglalva, a „Hole"-argumentum szempontjából fontos lesz a fenti állítás és a példa is: az általános relativitáselmélet általánosan kovariáns, ami a következőt jelenti:

(ÁK) A diffeomorf modellek empirikusan ekvivalensek, ugyanazokról a megfigyelhető relációkról adnak számot.

[9]A későbbiekből kiderül, hogy itt (M, g', T')-t a mi terminológiánk szerint nem az örökölt szemantikával kell ellátni (természetesen – mint láttuk – szemantikával el kell látni, ahhoz, hogy fizikai elmélet lehessen). Mert a „Hole"-argumentum és a szubsztantivalista álláspont szempontjából lényeges lesz, hogy – szimbolikusan írva – $S'(p) \neq S(i^{-1}(p))$, ahol $p \in M$, hanem $S'(p) = S(p)$, bármit is jelentsen itt $S(p)$ (éppen ez az amiről nem tudjuk, hogy mi). Ugyanakkor pl. $S'(T'(p)) = S(T(i^{-1}(p)))$, azaz T' az örökölt szemantikának megfelelő jelentéssel bír. Felmerül továbbá a kérdés, hogy mi a helyzet a szemantikával akkor, ha $M' \neq M$. Ekkor ugyanis $S'(p) = S(p)$-nek nincs értelme, ugyanis az i izomorfizmuson (diffeomorfizmuson) kívül nincs semmi, ami által azonosítani lehetne M és M' pontjait.

3. A metafizikai probléma reprezentálása az általános relativitáselméletben

Az előzőekben megbeszéltük a téridő-elméletek alapvető szerkezetét, megismerkedtünk ezek nyelvezetével. Ebben a pontban azt tárgyaljuk meg, hogy hogyan is lehet az első fejezetben ismertetett metafizikai problémát beágyazni a fizikai elméletek formalizmusába, hogyan is lehet a szubsztantivalista tézist, vagyis a következő állítást, a relativitáselméletekben (az egyszerűség kedvéért a következőkben általános relativitáselméletre koncentrálunk, de ennek nincs különösebb jelentősége) reprezentálni:

(Sz) A téridő a fizikai eseményektől független létező

Ezzel kapcsolatban három kérdés merül fel: 1. mi reprezentálja a téridő-elméletekben a téridőt, 2. mi reprezentálja a téridő-elméletekben az eseményeket, 3. mit jelent az, hogyan lehet azt kifejezni az elméletek terminusaival, hogy az előbbi az utóbbitól függetlenül létezik.[10]

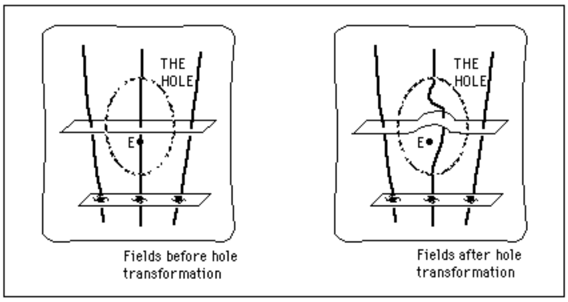
A 2. tűnik a legegyszerűbb kérdésnek. Gondoljunk a vászon-festékpaca metaforára: az események a fizikailag lezajló történések, az anyag (pontosabban a megfigyelhető dolgok, esetleg ezek lehetnek nem anyagiak is) állapotának változásai. Kézenfekvőnek látszik ezeket az anyagmezővel (az általános relativitáselméletben az energia-impulzus tenzorral), az anyag téridőbeli eloszlásával azonosítani, hiszen pontosan ez írja le az anyagi dolgok változását.

Az 1. kérdés már nem ilyen magától értetődő. Adódna a választás, hogy a vászon-festékpaca metafora alapján a téridőt az M sokasággal azonosítsuk. Azonban nem egészen nyilvánvaló, hogy ez jó választás lenne, hiszen ekkor a téridő fogalmától elválasztjuk a g metrikát, amely lényegesnek tűnő információt tartalmaz a téridőről, nevezetesen például a tér- és időbeli távolságokat. Ha az (M, g) párt neveznénk téridőnek azzal viszont túl sokat markolnánk, mert g hordozza az információt a gravitációs mezőről is, aminek viszont energiája, impulzusa van, ennyiben az előbb megbeszéltek alapján inkább a fizikai eseményekhez tartozik. Mindenesetre az argumentum kedvéért – ahogy ezt a szokásos tárgyalásban teszik – elfogadjuk, hogy a téridőt, a relativitáselmélet szó szerinti, realista olvasatához hűen az M sokaság reprezentálja. A téridő melletti ontológiai elkötelezettség ezen formáját *sokaság-szubsztantivalizmusnak* szokás nevezni, a „Hole"-argumentum konklúziója tehát ezt illeti kritikával.

A 3. talán a legproblematikusabb. Itt most elsősorban magának a metafizikai kérdésnek a nehézségeire utalunk, mindenféle relativitáselmélettől

[10] Természetesen, a szemantika kérdése itt is felmerül. Ha az elmélet operacionalista szemantikája nem is oldaná meg azt az ontológiai problémát, hogy van-e téridő vagy nincs, de mindenesetre segítene a problémát reprezentálni a fizikai világgal operacionalista értelemben vett jelentéssel összekapcsolt elméletben.

és reprezentációtól függetlenül. Mert nagyon nem nyilvánvaló, hogy mit is jelent az, hogy valami létezik, pláne, hogy valamitől függetlenül létezik, és miután nem tudjuk, hogyan is kell ezt érteni, nincs könnyű dolgunk az állítást átvinni a relativitáselméletbe. A leibnizi érv szellemében, ezzel kapcsolatban a következőt szokás mondani: ugyan nem tudjuk, hogy a téridő melletti szubsztantivalista elkötelezettség miben is áll pontosan, de akárhogyan is van, ez implikálja azon fizikai szituációk különbözősége melletti elkötelezettséget, amelyeket egymással nem azonos, diffeomorf struktúrák reprezentálnak, vagyis amelyekben a mezők különbözőképpen vannak elterjesztve, különböző téridő-pontok vannak ugyanazzal a fizikai eseménnyel „megfestve". Gondoljuk a fenti „hole"-os példára: (M, g, T) és (M, g', T') különböző, egymással diffeomorf modellek, azaz a szubsztantivalista álláspont szerint különböző fizikai szituációkat modelleznek. A lenti ábra mutatja a különbséget, amely léte mellett a szubsztantivalista elkötelezné magát: vagy az a helyzet, hogy a galaxis a „hole"-on belül áthalad az E téridő-ponton, vagy az, hogy nem halad át; a két modellben ezek a tényállások különböznek, következésképp nem reprezentálhatják ugyanazt a fizikai szituációt.



Szokták Leibniz-ekvivalenciának nevezni a következő állítást:

(LE) A diffeomorf modellek ugyanazt a fizikai szituációt reprezentálják.

A szubsztantivalista álláspont az előzőek értelmében tehát (LE) tagadását implikálja. Így (Sz)-t a következőképpen reprezentáljuk a relativitáselméletben:

(SZ′) Különböző diffeomorf modellek különböző fizikai szituációt reprezentálnak.

4. Az argumentum

A „Hole"-argumentum azt állítja, hogy (Sz′) nem tartható. Ezt a gondolatmenetet ismertetjük most. A kérdés, ami (Sz′) értelmezése és értékelése kapcsán rögtön felmerül az az, hogy mikor mondunk két fizikai szituációt azonosnak illetve különbözőnek. Bármit is jelentsen a szubsztantivalista terminológiában ez a különbözőség – szól az argumentum –, ezt sem a megfigyelések sem az elmélet determinisztikus ereje nem képes megragadni (és nem tűnik plauzibilisnek ilyen különbözőségek léte mellett elkötelezni magunkat). Mivel az elmélet és a modellezett valóság (LE) illetve (Sz') által deklarált viszonya valamint a fenti két érv – az empirikus verifikálhatóság hiánya és az indeterminizmus – szorosan összefügg azzal a problémakörrel, amit a fizikában mérték-szabadságnak, mérték-invarianciának neveznek, először is ismerkedjünk meg ezzel!

A kérdés nagy általánosságban a következő: hogyan reprezentálja egy fizikai rendszer empirikusan megragadható állapotát és annak időbeli (vagy más paraméterrel jellemzett) változását a rendszert leíró elmélet, igaz-e, hogy kölcsönösen egyértelmű kapcsolat van az empirikus állapot és az elmélet terminusaiban megfogalmazott „állapot" között . Gondoljunk pl. az elektrosztatikai problémára: adott időben állandó töltéseloszlás mellett meg akarjuk mondani, hogy milyen térerősség alakul ki a tér egy (korlátos) tartományában. Az elektrosztatika receptje a következő: oldjuk meg a Poisson-egyenletet [11] a ϕ skalár potenciálra, ennek megoldása adott határfeltétel mellett (ha a tartományt határoló zárt felületen rögzítjük a térerősséget, azaz a potenciál normális irányú deriváltját; Neumann-féle peremérték-feladat) egy additív konstans erejéig egyértelmű. Majd a térerősséget az $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ alapján kapjuk, amiből a meg nem határozott additív konstans kiesik, azaz $\mathbf{E}$-re egyértelmű megoldást kapunk. Két dolgot kell itt hangsúlyozni: egyrészt a ϕ-beli additív konstans az elméletnek egy olyan paramétere, amit megfigyelés alapján nem lehet meghatározni, mivel ϕ nem megfigyelhető mennyiség (csak a térerősség az), hanem a Maxwell-egyenletek megoldásánál bevezetett segéd-függvény. Másrészt az elmélet sem határozza meg a skalár potenciált egyértelműen (a térerősséget igen), értelmes fizikai határfeltételek mellett a Poisson-egyenletnek nincs egyértelmű megoldása. Mindezek miatt a ϕ-beli határozatlan konstanst szabad mértéknek nevezzük, mérték-transzformációnak hívjuk az azonos peremérték-feladathoz tartozó különböző additív konstanst tartalmazó skalár potenciálok közötti leképezést, és mérték-invarianciának azt, hogy az empirikusan értelmezett mennyiségek nem változnak a mérték-transzformáció során, vagyis, hogy a szabad konstans megválasztásától semmilyen fizikailag releváns mennyiség nem függ. Az elektrosztatikában mindig a potenciállal dolgozunk, ha akarjuk, mondhatjuk, hogy a potenciállal írjuk le egy rendszer elektrosztatikai állapotát, az empirikusan

[11] Az elektrosztatikai problémát leíró két Maxwell-egyenlet a következő: $\mathit{div}\,\mathbf{E} = \frac{\varrho}{\epsilon_0}$ és $\mathit{rot}\,\mathbf{E} = 0$, ahol $\mathbf{E}$ az elektromos térerősség, ϱ a töltéssűrűség. A második egyenlettel ekvivalens, hogy létezik egy olyan ϕ skalár függvény, amelyre $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ (látszik, hogy ϕ egy additív konstans erejéig határozza meg $\mathbf{E}$-t), erre az első egyenlet miatt az ún. Poisson-egyenlet teljesül: $\triangle\phi = -\frac{\varrho}{\epsilon_0}$.

megragadható jellemzője a rendszernek viszont az elektromos térerősség, és a kapcsolat közöttük csak ez egyik irányban egyértelmű. Ha most valaki elkötelezné magát amellett, hogy a konstans erejéig különböző (azaz mérték-transzformációval összekapcsolt) skalár potenciálok különböző fizikai szituációkat írnak le, akkor annak számolnia kell azzal, hogy erről a különbségről sem az empíria sem az elmélet determinisztikus ereje nem képes számot adni.

Az előbbi a példából nem egészen világos, hogy a szubsztantivalista jellegű ontológiai elkötelezettség ellen felhozott két érv – az empirikus verifikáció hiánya és az indeterminizmus – logikailag független-e. A fenti példában az elsőből következni látszik a második: a nem empirikus jelentésű potenciált nem határozza meg egyértelműen az empirikus jelentésű térerősség és miután az elektrodinamika törvényei, a Maxwell-egyenletek a térerősségre vonatkoznak ezért az elektrodinamika törvényei nem határozzák meg egyértelműen a potenciált, vagyis a potenciál nincs benne az elmélet determinisztikus hatókörében.

Általában is felmerül, hogy ha egyszer a fizikai törvények az empirikus jelentésű mennyiségek közötti megfigyelhető relációkat hivatottak reprodukálni (és azokból is olvassuk ki őket), valamint a mérték-transzformációval összekapcsolt megoldások, modellek empirikusan ekvivalensek, akkor nem következik-e mindezekből, hogy a szabad mértékek kibújnak az elmélet törvényeinek determinisztikus hatóköréből. Persze semmilyen módszertani kritérium nem garantálja, hogy a fizikai törvényeknek empirikus terminusokban kell testet ölteniük (csak azt, hogy dedukálhatóak legyenek belőlük empirikusan verifikálható állítások), mint ahogyan ez nincs is feltétlenül így (a Maxwell-egyenletek esetében történetesen így van). Pl. a kvantummechanika dinamikai alapegyenlete, a Schrödinger-egyenlet[12] egy nem empirikus tartalmú mennyiség, nevezetesen a hullámfüggvény időfejlődését írja le (amit a rendszer állapotának is szoktak nevezni): a hullámfüggvény egy komplex Hilbert-tér eleme, az empirikus jelentésű kifejezésekben (amelyek bizonyos valószínűségekről adnak számot) mindig hullámfüggvények skalárszorzatainak abszolútértéke szerepel, ezért egy egységnyi abszolútértékű komplex szám (aminek megválasztása tehát a mérték-szabadság) erejéig empirikusan meghatározatlanok. Ugyanakkor világos, hogy a determinisztikus törvény, a Schrödinger-egyenlet ennek a nem empirikus jelentésű objektumnak a determinisztikus időfejlődését szolgáltatja. Persze, hogy valóban szolgáltatja-e, abban a kezdő- és határfeltételeknek lényeges szerepe van. A hullámfüggvény időfejlődése (vagy térbeli viselkedése, ha hely-reprezentációban dolgozunk) csak akkor egyértelműen meghatározott, ha olyan kezdő- és határfeltételeket írunk elő a Schrödinger-egyenlet mellé, amelyek a meg-

[12] A Schrödinger-egyenlet: $i\hbar\dot{\psi} = \hat{H}\psi$, ahol ψ a rendszer állapotát leíró hullámfüggvény, $\hat{H}$ a rendszer dinamikáját vezérlő Hamilton-operátor.

oldást egyértelművé teszik. Ezek a peremfeltételek azonban empirikusan nem rögzíthetők, és nem világos, hogy mi más rögzíthetné ezeket, mint az önkényes választás, amiről viszont nem gondolnánk, hogy az elmélet determinisztikus erejének a része. Ugyanez a helyzet az elektrosztatikai probléma esetében is: ha a Neumann-feladatot oldjuk meg, azaz a térerősséget rögzítjük határfeltételként, akkor a megoldás a potenciálra nem egyértelmű, ha viszont az ún. Dirichlet-félét, tehát ha a potenciál értékét adjuk meg a határfelületen, akkor egyértelművé válik. Ez utóbbi esetben azonban nincs semmi, ami a határfeltétel rögzítését megkövetelné vagy ellenőrizhetővé tenné.

Mindenesetre, a két példa talán érthetővé teszi, hogy mi köze is van a „Hole"-argumentumnak a mérték-invarianciához. Láttuk, (ÁK) pontosan azt állítja, hogy a diffeomorf modellek által reprezentált fizikai szituációkat megfigyelésekkel nem lehet megkülönböztetni. Vagyis a diffeomorfizmus – az előbbi terminológiával élve – maga a mérték-transzformáció. Az előző fejezet példájára hivatkozva, igaz, hogy az egyik esetben a galaxis áthalad az E téridő-ponton, a másik esetben pedig nem, de ez nem megfigyelhető különbség. A megfigyelhető mennyiségek olyanok, mint hogy a galaxis gyorsul-e, vagy hogy a két szélső galaxistól mért távolsága egyenlő-e, ezekben pedig (a rajz által sugallt különbségekkel ellentétben) a két modell megegyezik, mert ezek a mennyiségek invariánsok. Az empirikus verifikálhatóság hiánya mellett ugyanúgy működik az indeterminizmus-érv is (bár ebben az esetben sem tűnik a kettő függetlennek): a diffeomorf modellek között a relativitáselmélet törvényei nem tudnak különbséget tenni, (g, T) és (g', T') is megoldásai lesznek ez Einstein-egyenleteknek. Gondoljuk el, hogy a téridő egy kicsiny tartományán (a „hole"-on) kívül megadjuk a mezőket (pl. a g metrikát). A g metrika meghatározza az inerciális világvonalakat a téridőben. Az elmélet tehát nem fogja tudni megjósolni, hogy a „hole"-on belül melyik modellnek megfelelő világvonalon halad a szabadon mozgó galaxis, a két modell közötti különbséget az elmélet determinisztikus ereje nem képes megragadni. Lényeges itt is, hogy (Sz') tagadásával ez az indeterminimus eltűnne az elméletből, hiszen ekkor a kétféle elterjesztése a metrikának azonos fizikai szituációknak felelne meg.

Ez tehát a „Hole"-argumentum, amelynek konklúziója szerint a fenti két érv elegendő (Sz') és így a szubsztantivalista álláspont, a téridő melletti ontológiai elkötelezettség tagadásához.

5. Konklúzió

Mint azt már a bevezetőben említettünk, a „Hole"-argumentumot mint metafizikai argumentumot nem tartjuk túl erősnek, mindenekelőtt a már sokat emlegetett szemantikai problémák miatt. Azért, mert nem magától értetődő, hogy (Sz') hű reprezentációja-e (Sz)-nek, bármit is jelentsen ez, valamint hogy az (Sz′) elleni argumentációban kihasznált fogalmak (pl. (ÁK)) mit is jelentenek pontosan. Az a gyanúnk, hogy ezeknek a tisztázása a „Hole”-argumentum kiüresedéséhez vezetne. Ez egy következő dolgozatnak lehetne a tárgya, itt csak jelezzük, hogy milyen típusú dolgokra is gondolunk. Tekintsük pl. (ÁK)-t! Ahhoz, hogy elméletek empirikus ekvivalenciájáról egyáltalán beszélni lehessen, kell, hogy ezek az elméletek empirikusan értelmesek legyenek, azaz szemantikával legyenek ellátva. Ahhoz, hogy a két szemantikát, az empirikus állításokat össze lehessen vetni, fordításnak kell léteznie e két nyelv között, továbbá nyilvánvaló, hogy ezt a fordítást a diffeomorfizmus generálja. Valójában ez a fordítás nem más mint magának a szemantikának a kiépítése a vesszős modellben, a kiépített szemantika, pedig a fent definiált örökölt szemantika. Ezzel az általános kovariancia definíció szerint teljesül, azaz semmitmondó.

Az alapvető ontológiai típusú kérdés kapcsán (hogy van-e téridő) felmerül egy általánosabb szemantikai probléma az ontológiai kérdések tudományos reprezentációjával összefüggésben. A quine-i jelentés-holizmus jegyében ugyanis nem nyilvánvaló, hogy az elméletek terminusait fel lehet-e osztani empirikus jelentésű és nem empirikus jelentésűekre, létezőket jelölőkre és nem létezőket jelölőkre (vagy bármit is jelölőkre). És a határvonalak meghúzásában egy operacionalista szemantika kiépítése sem segít (vagy talán éppenhogy nem is lehet kiépíteni). Az elmélet mint egész konfirmálódik, vagy diszkonfirmálódik, és ebből a szempontból nem tűnik lényegesnek, hogy mi van a diffeomorf sokaságok empirikus ekvivalenciájával és hasonlókkal. A lényeges, hogy ha az elmélet működik, akkor ebben „ugyanolyan szerepet játszik” a sokaság mint az anyagmezők vagy bármelyik terminusa vagy axiómája az elméletnek, ez a működés adja az elmélet szemantikáját, és pusztán a realista vagy anti-realista olvasat nem segít a terminusok elgondolt jelöleteinek ontológiai státuszát meghatározni.

Hivatkozások

[1] Brown, H. R.: *Physical Relativity. Space-time structure from a dynamical perspective*, Clarendon Press, Oxford, 2005.

[2] Geszti Tamás: *Kvantummechanika*, Typotex, Budapest, 2007.

[3] Hraskó Péter: *Relativitáselmélet*, Typotex, Budapest, 2002.

[4] Jackson, J. D. : *Klasszikus elektrodinamika*, Typotex, Budapest, 2004.

[5] Norton, J.: The Hole Argument, Stanford Encyclopedia of Philosophy, http://plato.stanford.edu/entries/spacetime-holearg/

[6] Norton, J.: Coordinates and Covariance - Einstein’s View of Space-Time and the Modern View, *Foundations of Physics*, **19** (1989) 1215-1263.

[7] Salmon, M. H. *et al.*: *Introduction to the Philosophy of Science*, Prentice Hall, New Jersey, 1992.