A nyitott jövő problémája

Véletlen, kauzalitás és determinizmus a fizikában

(Digitális kiadás)

E. SZABÓ LÁSZLÓ

TYPOTEX Kiadó
Budapest, 2004

A mű digitális megjelenítése az Oktatási Minisztérium támogatásával, a Felsőoktatási Tankönyv- és Szakkönyvtámogatási Pályázat keretében történt.

www.typotex.hu

Előszó a digitális kiadáshoz

A könyv digitális és egyben javított kiadása abból a célból készült, hogy az Interneten szabadon hozzáférhető legyen, elsősorban az érdeklődő egyetemi hallgatók számára.

Előfordulhat, hogy a különböző internetes oldalakon a könyvet HTML, XHTML/MathML, MSWord és egyéb formában adják közre. Felhívom az olvasó figyelmét, hogy az ilyenkor elkerülhetetlen konvertálási hibák miatt ezek a formátumok **nem** tükrözik a mű eredeti tartalmát. **A digitális kiadás eredeti, hiteles formátuma a PDF.** A PDF file az „Adobe Reader”-rel olvasható, amely egy szabad szoftver, és a következő címen érhető el: http://www.adobe.com/products/acrobat/readstep2.html

A szöveg megírásához az alábbi szoftvereket használtam:

MEPIS Linux	Debian alapú operációs rendszer
LyX	szövegszerkesztő
LaTeX	szövegszerkesztő
TeX2PDF	LaTeX – PDF konvertálást segítő program
pdfTeX	LaTeX – PDF konverter
Xfig/TeXfig	grafikus editor

A felsoroltak mindegyike a „GNU General Public License” hatálya alá tartozó, szabadon terjeszthető és használható szoftver.

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

1. Azzal a kérdéssel fogunk foglalkozni, hogy vajon a világban tapasztalható véletlenszerűség csupán szubjektív élményünk, vagy pedig a világ objektív tulajdonsága, hogy története bizonyos pontokon elágazik, hogy az addigi története több lehetséges folytatást enged meg. Az első esetben *szubjektív modalitásról*, a másodikban *objektív modalitásról* beszélünk. Hogy szubjektív modalitás van, azt senki nem vitatja. Feldobunk egy egyforintos érmét. <Fej> vagy <Írás>, ez a két dolog történhet. Azért gondoljuk, hogy két kimenetele lehet a pénzfeldobásnak, mert 1) *nem tudjuk*, hogy mi lesz a végeredmény, 2) az *általunk azonosnak ítélt* szituációkban hol ez, hol az a folyamat kimenetele.

Hogy a világban létezik-e objektív modalitás azt nem tudjuk, pontosabban, nem magától értetődő, hogy van vagy nincs. Ha a feldobott érmére gondolunk, lehetséges, hogy a feldobás pillanatában, amikor az érme ujjunk hegyétől elválik, minden olyan körülmény fixálódott, amely az érme mozgását meghatározza. Így, mivel mi nem tudjuk, hogy pontosan mik ezek a meghatározó körülmények, és hogyan fixálódtak, nem vagyunk képesek előre látni a végeredményt, tehát szubjektív modalitás van, de csak egy végeredmény lehetséges a valóságban, vagyis objektív modalitás nincs.

2. Hagyományos felfogás szerint a klasszikus mechanika egy determinisztikus elmélet, vagyis mindazok a jelenségek, amelyeket a klasszikus mechanikával pontosan írhatunk le, determinisztikusak. Persze tudjuk, hogy a klasszikus mechanika által egzaktul leírt dinamikai rendszerek között vannak olyanok, amelyek kaotikus viselkedést mutatnak, vagyis a kezdeti feltételekben mutatkozó kicsi különbségek a mozgás során, az idővel exponenciálisan nagy különbségekké nőnek fel. A kaotikus rendszerek viselkedésének megismerése látszólag arra a konklúzióra vezet bennünket, hogy a világ objektíve indeterminisztikus, hiszen a korábban determinisztikusnak gondolt klasszikus mechanika is kaotikus viselkedést produkálhat, és a rendszerek kaotikussága egy objektív tulajdonságuk.[1] A káoszelméletből azonban pontosan az ellenkező konklúzióra is juthatunk. Hiszen, ha a klasszikus mechanika törvényei érvényben vannak, akkor nem kétséges, hogy a valóságban minden kaotikus rendszer szigorúan determi-

[1] E gondolatmenet szisztematikus kifejtését olvashatjuk Poppernél (1982).

nisztikus módon fejlődik, és éppen a kaotikus viselkedés ad magyarázatot arra, miért produkál a determinisztikus világ olyan jelenségeket, melyeket mi véletlenszerűként élünk meg. Más szóval, a káoszelmélettel a szubjektív modalitás objektív lehetőségét értettük meg.

3. A determinizmus–indeterminizmus problémát elsősorban a modern fizikát megalapozó két elmélet, a relativitáselmélet és a kvantummechanika tükrében fogjuk megvizsgálni. Általános meggyőződés, hogy a fizikai elméletek közül a kvantummechanika az, amely szerint a világ alapvető fizikai folyamatai objektíve indeterminisztikusak. A kvantummechanika *no go* tételeinek standard értelmezése szerint a kvantumjelenségekben megnyilvánuló véletlenszerűség nem *episztemikus* eredetű, vagyis nem létezhet olyan determinisztikus háttérmechanizmus, amelyből kiindulva a szóban forgó véletlenszerű viselkedés – csupán ismereteink hiánya alapján – értelmezhető lenne. Ezzel együtt azt is feltételezik, hogy a világban tapasztalt nem episztemikus sztochasztikus jelenségek mögött mindig valamilyen kvantumfizikai jelenség áll. Másfelől, szemben a kvantummechanikával, a relativitáselmélet téridő értelmezése inkább ellentmondani látszik az objektív modalitás létezésének. Legalábbis sokan érvelnek így. A soron következő fejezetekben igyekszünk pontosan megérteni, milyen konzekvenciákat vonhatunk le ezekből az elméletekből.

4. Az objektív modalitás kérdése szorosan összefügg a szabad akarat problémájával. Ha akarok, csoki gombócot kérek a fagylaltárustól, ha akarok, vaníliásat: nehezen tudjuk elképzelni, hogy nem dönthettem volna másképpen, mint ahogyan döntöttem. Az akarat szabadságának ez a szubjektív élménye igen erős érv a determinizmus ellen. Sokan a szabad akaratra vonatkozó metafizikai meggyőződésük alapján a determinizmus kérdését eleve eldöntöttnek tekintik. Karl Popper az *Open Universe* legelején elismeri, hogy – bár egy egész könyvön át a determinizmus ellen és az indeterminizmus mellett *érvel* – a vitát eleve eldöntöttnek gondolja, kizárólag a szabad akarat kérdésében elfoglalt *előzetes* álláspontja alapján:

> Meggyőződésem, hogy az indeterminizmus doktrínája igaz, és hogy a determinizmus nélkülöz mindenféle alapot.
>
> A legfőbb érv, amely alátámasztja e meggyőződésemet intuitív: egy olyan mű megalkotását, mint Mozart G-moll szimfóniája, annak minden részletével együtt, lehetetlen előre megjósolni...
>
> Őszintén elismerem, hogy ez szorosan összefügg a „szabad akarat” tradicionális problémájával, amelynek taglalásába azonban nem szeretnék belebonyolódni. Engem itt inkább az a Mozartról szóló példában felmerülő kérdés foglalkoztat, vajon olyan-e a világ, hogy elvben – feltéve, hogy rendelkezünk a megfelelő ismeretekkel – képesek lennénk a tudomány racionális módszereivel akár csak egyetlen olyan esemény részleteiben történő megjósolására, mint egy új szimfónia megalkotása.[2]

[2] Popper 1988, 41. o.

Hasonló gondolatokat olvashatunk az Előszóban:

> ...világosan ki kell jelentenem valamit, ami „A Nyílt Társadalom és Ellenségei” valamint a „Historizmus Nyomorúsága” című munkáimból is kiviláglik: mély elkötelezettséget érzek, hogy filozófusként védelmezzem az emberi szabadságot, az emberi kreativitást, és azt a valamit, melyet tradicionálisan szabad akaratnak nevezünk – jóllehet meggyőződésem, hogy az olyan kérdések, mint „Mi a szabadság?”, vagy „Mit jelent az, hogy »Szabad«?”, vagy „Mi az az akarat?” és más hasonlók, továbbá az a törekvés, hogy e fogalmakat tisztázzuk, a nyelvfilozófia mocsarába vezethetnek bennünket.[3]

De jelentheti-e ez azt, hogy lemondjunk az olyan fogalmak, mint tudat, szabad akarat, megértés, determinizmus, véletlen, valószínűség, kauzalitás, bekövetkezés, egyidejűség, stb. tudományos/filozófiai analíziséről, hiszen még a végén kiderül, hogy az ember a „majomtól” származik, s be kell ismernünk – Dawkins szavaival kifejezve[4] –, hogy a „dolgok se nem jók, se nem gonoszak, se nem kegyetlenek, se nem nyájasak, egyszerűen csak érzéketlenek – közömbösek minden szenvedésre, híján vannak minden célszerűségnek”?

Ellenkezőleg, e könyv célkitűzése az, hogy a determinizmus–indeterminizmus probléma tudományos/filozófiai analízisét anélkül végezzük el, hogy a fent említett kérdésekben előzetesen állást foglalnánk.

[3] Uo. xxi. o.

[4] Dawkins 1995, 90. o.

2. fejezet

A nyitott jövőhöz mindenekelőtt jövő kell

Az egyetlen „újítás”, melyet Einstein javaslatára 1905-ben a fizikusok elfogadtak, annyi volt, hogy a fizika és a fizikai téridő geometriájának addig is ismert törvényeit új változókban fejezték ki, és ezeket az új változókat onnantól kezdve tér- és időkoordinátáknak kezdték nevezni.

2.1. Klasszikus elképzelések az idő folyásáról

5. Témánk, a „Nyitott Jövő”, már elnevezésében is összekapcsol két problémát: az *idő* és a *determinizmus* kérdését. Ebben a fejezetben megkíséreljük összefoglalni, hogy hogyan kapcsolódik össze e két probléma a hétköznapi gondolkodásunkban.

Függetlenül attól, hogy hogyan vagyunk képesek mérni az időt, hogy hogyan állapítjuk meg távoli eseményekről, hogy mikor következnek be, hétköznapi szemléletünket áthatja egy, az egész univerzumot átívelő „most”-nak az intuitív fogalma. Ha nem vagyok a kollégám szobájában, akkor is értelmesnek gondolom azt a mondatot, hogy <Kollégám az íróasztala előtt ül, e-mailt ír, és *éppen ebben a pillanatban* lenyomja a @ gombot>. Lehet, hogy sohasem tudom meg, vajon így van-e. Lehet, hogy ha egy távcsővel nézném, akkor is csak 10^{-8} másodperccel később látnám meg, hogy ezt tette. De nem kérdőjelezem meg, hogy van értelme arra gondolnom, mit csinál éppen ebben a pillanatban. Vagyis, hogy van értelme ennek az „éppen ebben a pillanatban”-nak. Tudjuk, hogy az égen most látott csillag egy ezer évvel ezelőtti csillag képe, mégis értelmesnek gondoljuk azt a kérdést, milyen ez a csillag éppen most – ha egyáltalán még létezik –, ebben a pillanatban. És úgy gondoljuk, hogy erre az értelmes kérdésre ezer év múlva leszármazottjaink majd pontos választ fognak kapni. A mindennapos gondolkodásunk tehát rendelkezik egy Univerzális Most fogalommal.

Bizonyára nincs különösebb tétje annak, hogy távoli események közül éppen melyeket tekintünk – vagy kell tekintetünk – egyidejűeknek, ha csak annyiról van szó, hogy időkoordinátákat rendelünk eseményekhez. Intuíciónk szerint azonban sokkal többről van szó: Ha valaki a lottósorsolás pillanatában, távol a sorsolás helyszínétől, arra gondol, hogy „*most* eldőlt, nyertem-e 100 milliót, vagy sem”, akkor valóban úgy hiszi, hogy ott, abban a pillanatban a világ állapotában bekövetkezett valami visszafordíthatatlan és megmásíthatatlan változás. Még nem tudja, hogy nyert-e, vagy sem, de hiszi, hogy a dolog visszafordíthatatlanul eldőlt.

6. A hétköznapi gondolkodás szerint a létezés szoros összefüggésben áll az idővel. Gondoljuk csak el, mennyire természetesnek találjuk a következő két gondolatot:

> Minden, ami létezik, a jelenben létezik. A múltbeli dolgok már nem léteznek, a jövőbeli dolgok még nem léteznek.
>
> Minden, ami létezik, időben létezik. Az idő múlásával egyszer csak nem létező dolgok létezővé válnak, majd, az idő múlásával, nem létezővé lesznek.

A hétköznapi szemlélet számára tehát, a múltbeli illetve jövőbeli események *ontológiai státusza* különbözik a jelenbeli események ontológiai státuszától.

A tudományos/filozófiai gondolkodás számára azonban felmerül a kérdés: valóban így van-e. Önmagában az a tény, hogy a fizikai események az időre vonatkozó szubjektív élményünk szerint *bekövetkeznek*, még nem garantálja, hogy ennek a „bekövetkezésnek” bármiféle, tudatunktól független státusza legyen. Igaz-e tehát, hogy a jövőbeli dolgok, események bekövetkezése, „létrejövetele” a dolgok egy, a fizika szintjén is megnyilvánuló, és tudatunktól független tulajdonsága, mint ahogyan azt a köznapi gondolkodás feltételezi? És képesek-e a fizikai elméletek alapot szolgáltatni e kérdés megválaszolásához? – mint ahogyan azt Reichenbach feltételezi:

> Más lehetőség nincs, mint hogy a fizika révén oldjuk meg az idő problémáját. A fizika minden más tudománynál többet törődik az idő természetével. Ha az idő objektív, a fizikusnak e tényt fel kell fedeznie, ha van Bekövetkezés (Becoming), a fizikusnak tudnia kell erről; ám, ha az idő csupán szubjektív és a Létezés időtlen (timeless), akkor a fizikusnak képesnek kell lennie arra, hogy az időt ignorálja mindabból, ahogyan a valóságot megkonstruálja, hogy a világot az idő segítsége nélkül írja le.[1]

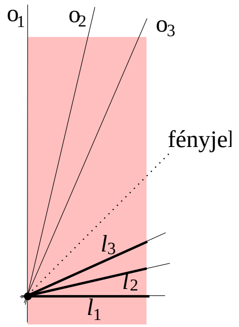
2.2. A relativitáselmélet konzekvenciái

7. Úgy tűnik, hogy a relativitáselmélet téridő fogalma összeegyeztethetetlen az indeterminizmus gondolatával. A „nyitott jövőhöz” mindenek előtt „jövő” kell, de mint Einstein írja egyik levelében: „*Számunkra, akik hiszünk a fizikában, a múlt, a jelen és a jövő közötti szeparáció csupán illúzió, nagyon makacs illúzió.*”[2] Ha a világ

[1] Reichenbach 1956, 16. o.

[2] Wang 1995.

négydimenziós entitásokból áll, mint ahogyan azt a relativitáselmélet[3] ma elfogadott, Minkowski-féle felfogása állítja, akkor az idődimenziónak nincs különösebben kitüntetett szerepe a többi (térszerű) dimenziókkal szemben.



2.1. ábra. *A „rúd" más és más események összességét jelenti a három megfigyelő számára találkozásuk pillanatában. Ezek a „pillanatnyi rudak" azonos ontológiai státusszal rendelkeznek*

8. Érdemes felidéznünk például a Lorentz-kontrakciót szemléltető téridő diagramot (2.1. ábra). A relativitáselmélet tanítása szerint, ontológiai státuszukat illetően, a rúdnak különböző vonatkoztatási rendszerben értelmezett „hosszúságai" egyenértékűek. A különböző megfigyelők rendszerében, találkozásuk pillanatában, maga a „rúd" különböző események összességét jelenti. A tanulság, amit ebből a téridő diagramból levonhatunk, hogy – a relativitáselmélet szerint – a „rúd" valójában egy négydimenziós objektum; a különböző megfigyelők egyetlen négydimenziós entitás más és más térszerű metszeteinek a kiterjedését tekintik a rúd hosszának. Nincs tehát különbség a különböző térszerű metszetekhez tartozó események ontológiai státuszában.

9. Egyes szerzők[4] arra a konklúzióra jutottak, hogy a relativitáselmélet 4-dimenziós megközelítésmódja[5] nem összeegyeztethető az objektív indeterminizmussal. E szerzők eltérő formában fogalmazták meg érveiket, melyeket nem kívánok itt mind felidézni. Helyette a problémának egy olyan absztrakt megfogalmazását adjuk meg, amelyhez nem szükséges, hogy előzetesen tisztázzunk olyan fogalmakat, mint *létező*, *valóságos*, *determinált*, stb. Az argumentum ilyen absztrakt megfogalmazása, remélhetően, sűrítve tartalmazza a fent említett szerzők megfigyeléseinek lényegét.

Jelölje $(\mathcal{M},\eta)$ a Minkowski-téridőt. Egy inerciális megfigyelő világvonala egy jövőbe mutató, időszerű γ egyenes. Jelölje $p \sim_\gamma q$ azt a relációt, amely abban áll, hogy két esemény, p és q, egyidejű a γ megfigyelő rendszerében. Használni fogjuk továbbá a szokásos $J^+(p)$, $J^-(p)$, $I^+(p)$ és $I^-(p)$ jelöléseket a $p \in \mathcal{M}$ téridőpont kauzális jövőjére, múltjára, illetve kronológiai jövőjére és múltjára.[6] Vezessük be a $C(p) = \mathcal{M} \setminus (J^+(p) \cup J^-(p))$ jelölést. E jelöléseket kiterjeszthetjük a téridő tetszőleges $X \subseteq \mathcal{M}$ részhalmazára:

[3] „Relativitáselmélet" alatt mindig a speciális relativitáselméletet fogjuk érteni.

[4] Rietdijk 1966; 1976; Maxwell 1985; Putnam 1967.

[5] Vö. Bennett 1988, 114. o.

[6] Wald 1984, 188. o.

$$
\begin{aligned}
J^{\pm}(X) &= \bigcup_{p\in X} J^{\pm}(p) \\
I^{\pm}(X) &= \bigcup_{p\in X} I^{\pm}(p) \\
C(X) &= \bigcup_{p\in X} C(p)
\end{aligned}
$$

1. Tétel (Putnam). *Legyen A egy nem üres részhalmaza $\mathcal{M}$-nek, melyre fennáll, hogy*

$$(\forall p,q)\left[\left(p\in A\ \&\ (\exists\gamma)\left[q\sim_\gamma p\right]\right)\Rightarrow q\in A\right] \tag{2.1}$$

Ekkor $A=\mathcal{M}$.

> **Bizonyítás.** Ha $p\in A$, akkor $C(p)\subseteq A$. Valóban, ha $r\in C(p)$, akkor p és r térszerűen szeparáltak. Következésképpen létezik egy olyan γ inerciális megfigyelő, hogy $r\sim_\gamma p$, amely maga után vonja, hogy $r\in A$. Hasonló megfontolásból, $C(C(p))\subseteq A$. Másfelől azonban, a Minkowski-téridőben, $(\forall p)\left[C(C(p))=\mathcal{M}\right]$, tehát $A=\mathcal{M}$.

10. A tétel következménye nyilvánvaló: Mindegy, hogy mit értünk pontosan „ontológiai státusz” alatt. Ha ez a „státusz” úgy van hozzárendelve a téridő eseményeihez, hogy eleget tesz a (2.1) követelménynek, akkor, a tétel állítása szerint, a téridő minden eseménye azonos „ontológiai státuszú”.

11. Ha az objektív modalitás ideáját összhangba akarjuk hozni a relativisztikus téridő modellünkkel, akkor a következők valamelyikét fel kell adnunk:

(A) a determináltság-indetermináltság eredeti, vonatkoztatási rendszertől független koncepcióját,

(B) hogy bármely vonatkoztatási rendszerben kapcsolat legyen az események determináltsága–indetermináltsága és a múlt–jelen–jövő alapú temporális klasszifikációja[7] között,

(C) a Minkowski-téridőt, hogy elkerüljük a $C(C(p))=\mathcal{M}$ egyenlőséget, melyet a tétel bizonyításában kihasználtunk.

Hangsúlyoznunk kell, hogy az 1. Tétel nem zárja ki az „episztemikus” jellegű indeterminizmust, vagyis, hogy egy bizonyos megfigyelő rendszerében egy jövőbeli esemény bekövetkezése ismeretlen legyen e megfigyelő számára. Az „episztemikus” jelző használata természetesen megtévesztő: episztemológiai (ismeretelméleti) szempontból ugyanis a vonatkoztatási rendszertől függő indetermináltság ugyanolyan mértékű

[7] Melyet – a McTaggarttól származó elnevezést használva – A-determinációnak neveznek az irodalomban. (Shimony 1993b, 272. o.)

objektivitással (tudatunktól való függetlenséggel) bírhat, mint az „objektív” (vagyis megfigyelőtől független) indetermináltság. A valóság egy tényét fejezheti ki az, hogy egy esemény „nem következett be egy adott megfigyelő számára”, tudniillik, hogy a világ olyan, hogy a szóban forgó megfigyelőnek nincs (pl. nem lehet) információja az esemény bekövetkeztéről. Ha a bekövetkezés fogalmát nem ebben a „tud-e róla” értelemben használjuk, vonatkoztatási rendszertől való függetlensége olyan nyilvánvaló, a relativitáselmélet kovariancia elvével összhangban álló követelmény, melyet nem szokás megkérdőjelezni. Az objektív indeterminizmusnak a relativitáselmélettel való összeegyeztetésére tett kísérletek, rendszerint az objektív indeterminizmusról az episztemikus indeterminizmusra történő implicit áttérést jelentik.

12. Annak a meggyőződésnek, mely szerint a relativitáselmélet összeegyeztethető az objektív indeterminizmussal, fő reprezentánsa Howard Stein. Javaslata szerint a determináltság eredeti fogalmát abban az értelemben kell megváltoztatni, ahogyan azt a **11.** (B) pontban leírtuk. Stein szerint a determináltság nem egy eseményhez rendelt tulajdonság, hanem egy reláció két téridőpont között.[8] Feltesszük tehát, hogy létezik egy qRp reláció („q determinált a p pontra nézve”), amely a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

(i) $(\forall p,q,r)\,[qRp \;\&\; rRq \Rightarrow rRp]$

(ii) $(\forall p)\,[pRp]$

(iii) $(\forall p)\,(\exists q)\,[\neg(qRp)]$

A következő két tulajdonság az R relációt összekapcsolja a téridő kauzális szerkezetével:

(iv) $(\forall p,q)\,[q \in J^-(p) \Rightarrow qRp]$

(v) $(\forall p,q,\varphi)\,[\varphi \in Causal\,(\mathcal{M})\,\&qRp \Rightarrow \varphi\,(q)\,R\varphi\,(p)]$

ahol $Causal\,(\mathcal{M})$ a téridő kauzális szerkezetét megőrző diffeomorfizmusait jelöli. A (iv) tulajdonság megkövetelését az indokolja, hogy ha $q \in J^-(p)$, akkor a q esemény hatással lehet p-re, tehát q szükségképpen meghatározott kell legyen p-re nézve. Az (v) követelményt az indokolja, hogy az így definiált objektív determináltság fogalma kizárólag a téridő fundamentumát jelentő kauzális struktúra nyelvén legyen meghatározva.

2. Tétel. *Legyen R egy, az (i)–(v) kondíciókat kielégítő reláció a Minkowski-téridőn. Ekkor*

$$(\forall p,q)\,\left[qRp \Leftrightarrow q \in J^-(p)\right]$$

[8]Ez az un. B-determináció a McTaggart-féle terminológiában.

Bizonyítás. Tegyük fel, hogy qRp fennáll egy $q \notin J^{-}(p)$ pontra is. Két esetet kell megvizsgálnunk: (I) Legyen $q \in C(p)$. Ha igaz lenne, hogy

$$(\forall q, p)\,[q \in C(p) \Rightarrow qRp] \tag{2.2}$$

az ellentmondana a (iii) feltételnek. Vegyünk ugyanis egy $q' \in C(q)$ pontot. a (2.2) feltételből az következne, hogy $q'Rq$ és a tranzitivitás miatt $q'Rp$. Mivel azonban $C(C(p)) = \mathcal{M}$, azt kapnánk, hogy $(\forall q)\,[qRp]$. Most megmutatjuk, hogy

$$(\exists q)\,[q \in C(p)\ \&\ qRp] \Rightarrow (\forall q)\,[q \in C(p) \Rightarrow qRp] \tag{2.3}$$

Ezt bizonyítandó, vegyük észre, hogy

$$(\forall p, q, q')\,\left[q, q' \in C(p) \Rightarrow (\exists \varphi)\,[\varphi \in Causal(\mathcal{M})\ \&\ \varphi(p) = p\ \&\ \varphi(q) = q']\right]$$

ahol a szóban forgó φ leképezés lehet, például egy p pont körüli térbeli forgatás és egy megfelelő Lorentz-boost kompozíciója. A (2.3) formulából következően

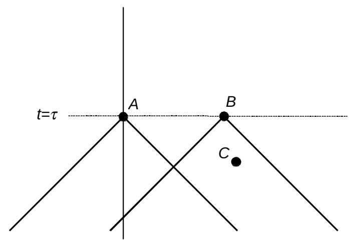
$$(\forall p, q, q')\,\left[q, q' \in C(p)\ \&\ qRp \Rightarrow q'Rp\right]$$

(II) Most tegyük fel, hogy $q \in J^{+}(p)$. Mivel $q \notin J^{-}(p)$, ezért $q \neq p$. Így

$$(\exists q')\,\left[q' \in J^{-}(q) \& q' \in C(p)\right] \Rightarrow (\exists q')\,\left[q' \in C(p) \& q'Rp\right]$$

mellyel a (II) esetet visszavezettük az (I) esetre.

Hangsúlyoznunk kell, hogy a bizonyítás csupán a Minkowski-téridő néhány elemi tulajdonságára valamint a (i)–(v) feltevésekre épült. Továbbá, a (iii) feltétel elhagyásával azt kapjuk, hogy vagy $(\forall p, q)\,[qRp \Leftrightarrow q \in J^{-}(p)]$, vagy $(\forall p, q)\,[qRp]$.



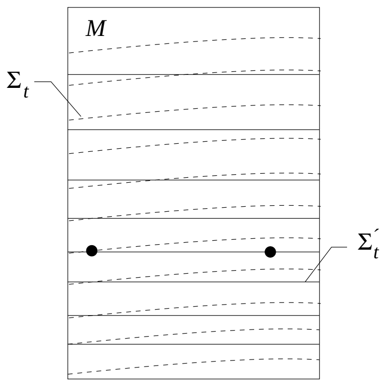
2.2. ábra. *Stein definíciójának értelmében a C esemény determinált a B eseményre nézve, de nem determinált a B-vel egyidejű A eseményre nézve*

13. Mint már említettük, a determináltság fogalmának Stein-féle relativizálása a **11.** (B) pontnak felel meg, vagyis a determináltság és az egyidejűség közötti kapcsolat feladását jelenti. A determináltság fogalmának ilyen relativizálása azonban nem problémamentes. Számot kell adnia a 2.2. ábrán vázolt szituációval: egy adott inerciarendszeren belül, Stein definíciójának értelmében a C esemény determinált a B eseményre nézve, de nem determinált a B-vel egyidejű A eseményre nézve. Mint Gödel[9] írja:

[9]Wang 1995, 221. o.

> Az időnek ez a relatív múlása,[10] ... ha egyáltalán lehetséges e kifejezésnek értelmet tulajdonítanunk, nyilvánvalóan valami egészen mást jelent, mint amit az idő múlásán a hétköznapi életben értünk. Ez utóbbi ugyanis a létezésben bekövetkezett változást jelent. A létezés fogalmát azonban csak úgy lehet relativizálni, ha eredeti jelentését teljesen leromboljuk.

Valóban, a puszta tény, hogy képesek vagyunk a determináltság relatív fogalmát a téridő (abszolút) geometriai (vagy csupán kauzális) szerkezetének fogalmaival definiálni, még nem akadályoz meg minket abban, hogy e relativizálással leromboljuk a determináltság eredeti intuitív jelentését. Mit jelent az valójában, hogy „egy A esemény determinált a B eseményre nézve"? Az én olvasatomban a Stein-tétel éppen azt bizonyítja, hogy egy ilyen, formálisan definiált reláció szükségszerűen azonos az „A kauzálisan megelőzi B-t" relációval, melynek jól definiált, de a determináltságtól eltérő jelentése van. E viták megnyugtató lezárásának legfőbb akadálya, hogy nincs világosan megfogalmazott képünk arról, mit is értsünk determináltság alatt, és hogyan viszonyul ez a fogalom az idővel kapcsolatos egyéb fogalmainkhoz.



2.3. ábra. *Egy globálisan hiperbolikus téridő általában több különböző Cauchy-felületekkel történő fóliációt enged meg. Két pont lehet egyidejű az egyik fóliáció szerint és nem egyidejű a másik szerint*

14. Meg kell említenünk egy másik lehetőséget, melyet az általános relativitáselmélet keretei között szokás megfogalmazni. Tegyük fel, hogy a téridő globálisan hiperbolikus, minek következtében legalább egy Σ_t Cauchy-fóliáció megadható rajta (2.3. ábra). Ha a téridő szerkezete megengedné egy kitüntetett fóliáció létezését, akkor ez az egész problémát megoldaná: a fóliáció t paramétere a „globális idő" szerepét tölthetné be, biztosítva ezzel az egész univerzumra kiterjedő „most"-nak a fogalmát. A „most"-felület pedig egyértelműen szétválasztaná a még „nyitott" jövőt a már „megváltoztathatatlan" múlttól. Álláspontom szerint a determináltság fogalmának egy ilyen „relativizálása" ésszerűbbnek tűnik, mint a Stein-féle reláció. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy ennek a megoldásnak is súlyos akadályai vannak. 1) A téridő ugyanis nem feltétlenül globálisan hiperbolikus. 2) Ha az, akkor általában több, egyformán jó fóliációt enged meg. 3) Nincs semmilyen fizikai érvünk ezek valamelyikét kitüntet-

[10] Ami a determináltság fogalmának relativizálását jelenti a mi kontextusunkban.

nünk.[11] Végül, 4) egy kitüntetett fóliáció létezése ellentmondana a lokális megfigyelők ekvivalenciájának, miközben semmiféle indikáció nincs a speciális relativitáselmélet ilyen értelmű sérülésére.

15. Úgy tűnik tehát, hogy nem lehetséges az 1. Tétel által felvetett problémát a determináltság fogalmának relativizálása révén megoldani. Annál is inkább, mivel az objektív indeterminizmus hívei komolyan veszik a determináltság eredeti koncepcióját, amely, ha nem is teljesen világos, de semmiképpen sem egy relatív fogalom.[12] Szimptomatikusnak tekinthető, hogy Reichenbach a bekövetkezés tradicionális értelmezéséhez ragaszkodva jutott el az indeterminizmus melletti érveléshez, majd 1953-ban, röviddel halála előtt, úgy gondolta, hogy a kvantummechanikában fellépő indeterminizmus alapján lehetőség nyílik a „múlt” és „jövő” jelentésének (objektív) megragadására. A következőket írja:

> Tegyük fel, hogy sorozatban két nem kommutatív mennyiség mérését végezzük el, egymás után váltakozva. Makroszkopikus események egy olyan sorozatát kapjuk így meg, amelyeket nem lehet előre megjósolni, de regisztrálhatjuk őket. E sorozat lehetőséget nyújt a múlt és a jövő világos megkülönböztetésére: a múlt determinált, míg a jövő nem. ... ismerhetjük a múltat, de nem jósolhatjuk meg a jövőt.
>
> ... A modern tudomány ... lehetővé teszi számunkra a múlt és a jövő pontos megkülönböztetését, amelyről a laplace-i fizika nem tudott számot adni.
>
> ... A boltzmanni fizikában ... meg tudtuk különböztetni a múltat és a jövőt, e különbség azonban nem volt kapcsolatos a determinációval: jóllehet nem lehet regisztrálni a jövőt, de az okok teljessége alapján megjósolható. Így nem nevezhetnénk a jövőt indetermináltnak. ...
>
> A kvantummechanikában azonban mindez már másképp van. A különbség a következő: vannak jövőbeli tények, amelyeket előfordulhat, hogy nem lehet előre megjósolni, ugyanakkor nincsenek olyan múltbeli tények, amelyekről ne tudhatnánk. ... A jövő indetermináltsága és a múlt determináltsága közötti különbség a fizika törvényeiben végül is kifejezésre jutott. ... A „bekövetkezés” fogalma beépült a fizikába: a jelen, amely szétválasztja a múltat és a jövőt, nem más, mint az a pillanat, amikor a nem determinált determinálttá válik, és a „bekövetkezés” nem egyéb, mint a „determináció bekövetkezése”.[13]

Reichenbach, mint sokan az objektív indeterministák közül, a kvantummechanikai indeterminizmusra hivatkoznak. Úgy tűnik, mindazt az erőfeszítést, amely az indetermináltság relativisztikus értelmezésére irányul, az az előzetes meggyőződés motiválja,

[11] Igaz ugyan, hogy az általános kovariancia elve gyakran megkérdőjeleződik az utóbbi évek kanonikus és kvantumgravitációról szóló cikkeiben. Gyakran feltételezik, hogy van a téridőnek egy kitüntetett térszerű hiperfelületekkel történő fóliázása. Vö. Gell-Mann (1994).

[12] Relatív, legfeljebb egy abszolút időpillanatra vonatkoztatva.

[13] Grünbaum 1974, 320. o.

mely szerint a kvantummechanikából következne, hogy a világ nem determinisztikus. A későbbi fejezetekben még visszatérünk erre a problémára. Itt most csak arra kell rámutatnunk, hogy a determináltság eredetileg megcélzott fogalma valami más, mint a „kauzálisan megelőzi" reláció. Hogy ez a „valami más" pontosan mit jelent, az nem egészen világos, és további tisztázásra szorul.

2.3. Megtudhatunk-e a relativitáselméletből bármit is a térről és az időről?

16. Mint láthattuk, Putnam tétele komoly nehézséget vet fel az indeterminizmus számára. A „nyitott jövő"-höz tudniillik előbb „jövő" kell, és az események múlt–jelen–jövő-típusú meghatározottságának nehéz objektív értelmet tulajdonítanunk a relativitáselmélet téridőszemlélete szerint. Úgy tűnik, a sors könyve egyetlen lapból áll. Ez a lap négydimenziós. És erre az egyetlen négydimenziós lapra fel van írva az univerzum egész története. Felmerül a kérdés, mennyire kell komolyan vennünk mindazt, amit a relativitáselmélet a térről és időről állít? Természetesen, elvben minden fizikai elmélet empirikusan aluldeterminált, ami azt jelenti, hogy azok az empirikus tények, melyeket az elmélet kísérleti tesztjének tekinthetünk, elvben sok más elmélettel is reprodukálhatók lennének, legalábbis ennek lehetősége sohasem zárható ki. A relativitáselmélet esetében azonban egy egészen konkrét alternatíva létezésével kell szembenéznünk. Ez a Lorentz-elmélet. A két elmélet kísérletileg megfogható következményei teljes egybeesést mutatnak, ugyanakkor radikális különbség van a két elméletben feltételezett téridő-struktúrában. A Lorentz-elmélet kizárólag a Maxwell-egyenletekből kiindulva, minden extra feltevés nélkül, levezeti a Lorentz–FitzGerald kontrakciót valamint az idődilatációt, s ezzel megmagyarázza a Michelson–Morley-kísérlet eredményét, és minden egyéb kísérleti következményét a relativitáselméletnek. Ugyanakkor, a Lorentz-elméletben feltételezett tér és idő a newtoni felfogásnak megfelelő, vagyis olyan, hogy a különböző vonatkoztatási rendszerekben az idő ugyanaz, két pont távolsága nem függ a vonatkoztatási rendszertől, stb. (A tudománytörténet/tudományszociológia egyik nagy rejtélye egyébként, hogy milyen, feltehetően kultúrtörténeti okok magyarázzák, hogy a két lehetséges elmélet közül, melyek egyaránt jól egyeznek a kísérleti tapasztalattal, miért nem a Lorentz-elmélet vált elfogadottá, amely egyszerűen csak a jól ismert Maxwell-féle elektrodinamikára hivatkozik, és semmiféle forradalmi változást nem követel meg a térre és időre vonatkozó intuíciókban, hanem az einsteini (sőt, Minkowski-féle) relativitáselmélet, amely ugyanezt az eredményt annak árán éri el, hogy közben fel kell adnunk a térre és időre vonatkozó legalapvetőbb fogalmainkat, korábbi intuitív szemléletünket, és szinte abszurd következményeket kell természetesnek tekintenünk.)[14]

[14] Valójában nincs szó két különböző fizikai elméletről, nincs szó két különböző téridő geometriáról, és semmiféle abszurd, vagy meglepő nincs a relativitáselméletben, de erről majd később!

17. Mivel a Lorentz-elmélet nem része a standard fizika kurzusoknak, talán érdemes itt röviden bemutatni.[15] A Lorentz-elmélet feltételezi, amint azt a maxwelli elektrodinamikában tesszük, hogy az elektrodinamikai egyenletei egy adott inerciarendszerben igazak. Ennek az inerciarendszernek abban az értelemben kitüntetett szerepe lesz, hogy az egyenleteket itt tekintjük érvényesnek, és minden további megfontolásunk ezen a rendszeren alapszik. Nevezhetjük ezt az éterhez rögzített vonatkoztatási rendszernek is, de ennek most itt nincs jelentősége. Tekintsünk egy q ponttöltést, amelyik állandó v sebességgel mozog a z-tengely irányában. Egy ilyen töltés elektromágneses tere a Maxwell-egyenletek szerint a következő:

$$\begin{aligned}
&E_z = qz'\left(x^2+y^2+z'^2\right)^{-\frac{3}{2}}\\
&E_x = qx\left(x^2+y^2+z'^2\right)^{-\frac{3}{2}}\left(1-\tfrac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\\
&E_y = qy\left(x^2+y^2+z'^2\right)^{-\frac{3}{2}}\left(1-\tfrac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\\
&B_x = -\tfrac{v}{c}E_y\\
&B_y = \tfrac{v}{c}E_x\\
&B_z = 0
\end{aligned}$$

ahol

$$z' = \frac{z-z_q(t)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

és $z_q(t)$ a töltés helye a t pillanatban. Világos, hogy a $v=0$ esetben visszakapjuk a nyugvó töltés gömbszimmetrikus Coulomb-terét. A mozgó töltés elektromos tere a mozgás irányára merőleges síkban belapul, ahogyan azt a 2.4. ábra mutatja. Most nézzük meg, hogy hogyan módosul egyetlen atomban az elektron pályája az atommag mozgása következtében. Elhanyagolva a mag gyorsulását, az elektron $\mathbf{r}(t)$ pályájára a következő mozgásegyenletet kapjuk:

$$\frac{d}{dt}\left(m\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right) = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{e}{c}\left[\frac{d\mathbf{r}}{dt},\mathbf{B}(\mathbf{r})\right]$$

Figyelembe véve a Lorentz-féle, empirikusan ismert tömegnövekedési formulát:[16]

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\dot{\mathbf{r}}^2}{c^2}}}$$

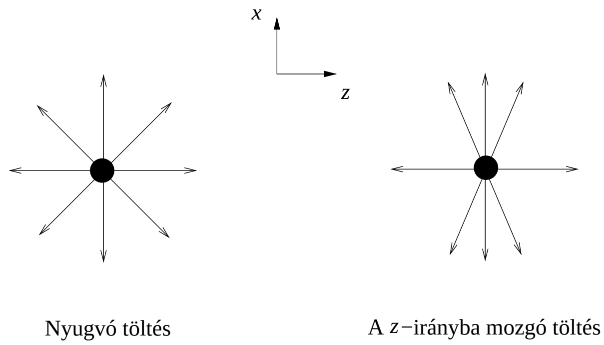
[15]A Lorentz-elmélet rövid és rendkívül világos összefoglalását olvashatjuk J. S. Bell *How to teach special relativity* című cikkében, (Bell 1987, 67. o.) Az elmélet részletes kifejtését találjuk, a nemzetközi irodalomban is gyakran hivatkozott, Jánossy 1973-ban. Különösebb előismeretek nélkül is jól olvasható Jánossy Lajosnak a témáról írott ismeretterjesztő könyve (Jánossy 1969).

[16]A tömegnövekedési formula a relativisztikus fizikában is empirikus ténye a világnak, hiszen a relativisztikus mechanikát a téridő geometriájáról tett állításokat követően külön kell „megalkotnunk”, vagyis – mint minden más fizikai elméletet – az empíriára építjük.

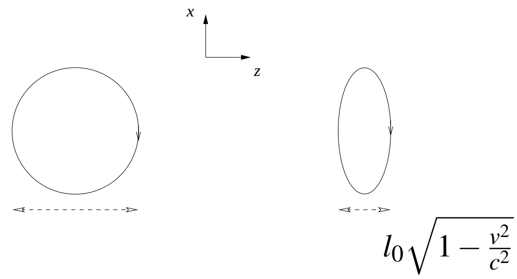
a mozgásegyenlet ez:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)^2}{c^2}}}\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right) = -e\mathbf{E}(\mathbf{r}) - \frac{e}{c}\left[\frac{d\mathbf{r}}{dt},\mathbf{B}(\mathbf{r})\right]$$

A fenti mozgásegyenletet (például komputeren) megoldva azt találjuk, hogy az elektron pályája szintén „belapul”, ahogyan azt a 2.4. ábrán láthatjuk.



2.4. ábra. *A Maxwell-egyenletekből levezethetően, a mozgó ponttöltés körüli elektromos erővonalak belapulnak*

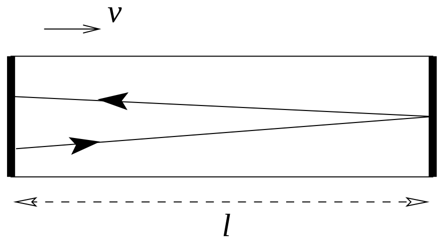


2.5. ábra. *A mozgó atomban az elektronpályák deformálódnak: az atom átmérője a mozgás irányában* $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ *arányú kontrakciót szenved*

18. Hasonlóképpen kiszámolható a ciklus periódusideje: Ha a nyugalmi periódusidő T_0, akkor a mozgó atomban

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Vagyis nem csak a Lorentz-kontrakciót, hanem – erre a speciális esetre – az idődilatációt is levezettük.
Ugyanerre az eredményre jutunk, ha például egy mozgó doboz két szemközti oldalára szerelt tükrök közötti lézersugár oda-vissza futásának periódusidejét számítjuk ki (2.6. ábra).



2.6. ábra. *Az álló vonatkoztatási rendszerben elvégzett egyszerű számítással meghatározható a fényjel futamideje a két mozgó tükör között, figyelembe véve a doboz hosszának Lorentz-kontrakcióját is. Ha a doboz áll:* $T = \frac{2l}{c}$. *Ha mozog:* $T' = \frac{l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{c-v} + \frac{l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{c+v} = \frac{T}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

19. Vagyis minden jel arra mutat, vonta le Lorentz a következtetést, hogy a mozgó testek elektrodinamikai leírása általában olyan eredménnyel zárul, hogy az objektumok hosszúságai a mozgás irányában

$$l_0 \mapsto l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

kontrakciót szenvednek,[17] és a testekben lezajló folyamatok tipikus időintervallumai a nyugalmi helyzetben végbement ugyanilyen folyamatok ugyanazon időintervallumaihoz képest az alábbi formulának megfelelően dilatációt szenvednek:

$$\Delta t_0 \mapsto \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Vezessük be a következő új változókat:

$$x' = x \quad y' = y \quad z' = \frac{z-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad t' = \frac{t-\frac{vz}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{2.4}$$

Fontos a későbbiek szempontjából az a könnyen belátható tény, hogy ezek az új változók nem mások, mint azok az „idő” és „tér” (Az idézőjel – legalábbis Lorentz számára – nagyon fontos!) koordináták, melyeket a mozgó objektumhoz rögzített vonatkoztatási rendszerbeli – vagyis mozgó, és így deformált – órákkal és méterrudakkal mérnénk. E vesszős változók osztályát továbbiakkal egészíthetjük ki. Olyan mennyiségekkel, melyeket a K' rendszerrel együtt mozgó megfigyelő úgy értelmez, hogy egyszerűen

[17] Talán érdemes itt megjegyeznem, hogy a Lorentz-kontrakció máig egyetlen kísérleti bizonyítéka szintén az elektromos erővonalaknak a 2.4. ábrán szemléltetett deformációján alapszik. Egy ködkamrában mozgó töltött részecske ionizációs csatornája az erővonalaknak a részecske sebességére merőleges irányban történő besűrűsödése következtében kiszélesedik. Ezt a kiszélesedést lehet pontosan megfigyelni.

megismétli a megfelelő álló rendszerbeli mennyiség operacionális értelmezését, de úgy, hogy a tér- és időkoordináták helyett az x', y', z', t' változókat használja. Például az $\mathbf{E}$ elektromos térerősség K-ban úgy van definiálva, mint az egységnyi nyugvó elektromos töltésre ható erő:

$$m_0 \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = q\mathbf{E} \tag{2.5}$$

Ennek megfelelően az $\mathbf{E}'$ mennyiséget úgy értelmezzük, mint az egységnyi „nyugvó” töltésre ható „erőt” K' -ben:

$$m_0 \frac{d^2\mathbf{r}'}{dt'^2} = q\mathbf{E}' \tag{2.6}$$

Másfelől tudjuk, hogy

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)^2}{c^2}}}\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right) = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\left[\frac{d\mathbf{r}}{dt}, \mathbf{B}\right] \tag{2.7}$$

Alkalmazva a (2.4) összefüggéseket, a (2.5)–(2.7) egyenletekből a következőt kapjuk:

$$E'_x = \frac{E_x - \frac{v}{c}B_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad E_y = \frac{E_y - \frac{v}{c}B_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad E'_z = E_z$$

Hasonló megfontolás alapján,

$$B'_x = \frac{B_x + \frac{v}{c}E_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad B'_y = \frac{B_y - \frac{v}{c}E_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad B'_z = B_z$$

Lorentz észrevette, hogy az éterhez viszonyított mozgás hatása a fizikai rendszerek viselkedésére egy sajátos törvényszerűséget mutat:

Lorentz-elv*A **mozgó** fizikai rendszer viselkedését megkapjuk, ha az ugyanilyen **álló** rendszer viselkedésére vonatkozó feladatot oldjuk meg, és az eredményekben elvégezzük a*

$$x, y, z, t, \mathbf{E}, \mathbf{B}, etc. \mapsto x', y', z', t', \mathbf{E}', \mathbf{B}', etc. \tag{2.8}$$

helyettesítést.

Más szóval, a mozgó rendszer viselkedését leíró törvények a vesszős változókban kifejezve ugyanolyan alakot öltenek, mint az ugyanolyan álló rendszerre vonatkozó törvények az eredeti változókban kifejezve. Így a Lorentz-elvet a következőképpen is kimondhatjuk:

A fizika törvényei olyanok, hogy bármely fizikai rendszer az éterhez viszonyított mozgás hatására úgy deformálódik (értsd ez a mozgás úgy módosítja a rendszer viselkedésére vonatkozó, a fizika szokásos törvényeiből levezetett eredményeket), hogy ebből az *eredményből nem állapítható meg egyetlen vonatkoztatási rendszernek sem az éterhez viszonyított sebessége.*[18]

Vegyük észre, hogy ez az elv nem más, mint a relativisztikus fizika Lorentz-kovariancia elvének a Lorentz-elméletbeli megfelelője. Ezért tehát, *amíg a világ empirikus tényeit a relativisztikus fizika leírja, addig a Lorentz-elmélet is ugyanezt megteszi!*

20. Tanulságos végiggondolnunk, hogy hogyan néz ki a világ, a Lorentz-elméletet alapul véve, egy, az éterhez képest mozgó megfigyelő számára.[19] Álljon itt egy hosszabb passzus Bellnek a már fentebb hivatkozott cikkéből, melyben igen plasztikusan írja le, mit tapasztalunk, ha a világot egy mozgó rendszerből figyeljük meg.

> A mozgó megfigyelőre vonatkozó kérdés nem teljesen akadémikus. Nem rakétákban száguldó emberekre kell gondolni, hanem arra, hogy magát a Nap körül keringő Földet jó okunk van – legalábbis az év nagy részében – mozgó vonatkoztatási rendszernek tekintenünk. A lényeg, amit a Lorentz-invariancia alapján a mozgó megfigyelőről meg kell állapítanunk, hogy *azok a vesszős változók, melyeket a fentiekben csupán matematikai segédletként vezettünk be, nem mások, mint amiket egy állandó sebességgel mozgó, ugyanakkor magát nyugvónak képzelő megfigyelő természetes módon a helyes változóknak gondol.* Továbbá, a fizika törvényei ezekben a változókban kifejezve pontosan úgy festenek, mint ahogyan azt a mozgó megfigyelő, még amikor nyugalomban volt, az iskolában megtanulta (feltéve, hogy helyesen tanították meg neki). Egy ilyen megfigyelő, hívjuk őt mondjuk Alice-nek, természetes módon egy hozzá képest nyugvó pontot fog koordinátarendszere origójául választani. Ezzel pontosan rögzítettük a vt tagot a
>
> $$z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
>
> összefüggésben. Alice méterrúdjai pedig pontosan a $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ faktornak megfelelő mértékű FitzGerald-kontrakciót szenvedik el. De hogy lehet, hogy nem látja, hogy a méterrúdjai összehúzódnak amikor z irányba fekteti őket, és meghosszabbodnak, amint x irányba elforgatja? Ennek az a magyarázata, hogy Alice szemének retinája szintén kontrahálódik, és így ugyanazok a sejtek érzékelik a méterrúd képét, mintha a rúd is és a megfigyelő is nyugalomban lenne. Hasonlóképpen, Alice nem érzékeli, hogy órája lelassult, mert ezzel együtt lelassult saját gondolkodásának ritmusa

[18]Az „éter” szót itt csak történeti okokból, Lorentz kedvéért említjük, valójában tetszőleges inerciarendszerre gondolhatunk. A részleteket lásd E. Szabó 2004a.

[19]Novobátzky (1964) könyvének utószavában éles hangon bírálja Jánossyt és a Lorentz-elméletet. Novobátzky egyik ellenérve az volt, hogy a Lorentz-elmélet képtelen konzisztens magyarázatot adni arra az esetre vonatkozóan, amikor egy mozgó megfigyelő egy álló rúd kontrakcióját figyeli meg.

is. Továbbá arról sem fog tudni – hiszen magát nyugalomban lévőnek képzeli –, hogy a tőle távolodó és feléje közelítő fényjelek különböző, $c \pm v$, relatív sebességgel haladnak. Ez aztán ahhoz vezet, hogy Alice helytelenül szinkronizálja az egymástól távoli órákat, és végül azt fogja hinni, hogy a

$$t' = \frac{t - \frac{vz}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

a valódi idő, már csak azért is mert ezzel a választással *úgy tűnik számára*, hogy a fény terjedési sebessége minden irányban c. Ez közvetlenül ellenőrizhető, valamint levezethető a Maxwell-egyenletekből is. Az elektromos térerősség mérése során Alice a saját mérőberendezéséhez képest nyugvó próbatöltést fog használni, miáltal valójában $\mathbf{E}$ és $\mathbf{B}$ egy kombinációját fogja mérni. A mozgó töltésekre vonatkozó jól ismert effektusok segítségével definiálva $\mathbf{E}$-t és $\mathbf{B}$-t, valójában $\mathbf{E}'$-höz és $\mathbf{B}'$-höz jut. Mindezek után Alice ellenőrizheti a fizika törvényeit, és örömmel tapasztalhatja, hogy azok pontosan olyanok, mint ahogyan emlékszik rájuk, s hogy az alkalmazott definíciók és eljárások jól működnek. Ha valami mégsem stimmel, akkor hamar rájön, hogy valamelyik berendezése meghibásodott (például megrongálódott a gyorsítás során), és megjavítja. Tekintsünk most egy álló megfigyelőt, Bobot. Mivel Alice magát nyugalomban lévőnek hiszi, úgy gondolja, hogy Bob az, aki mozog. És könnyen kifejezhetjük az Alice által használt változókat a Bob által használtakkal, és viszont, csak v előjelét kell megváltoztatni:

$$x' = x \quad y' = y \quad z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad t' = \frac{t - \frac{vz}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x = x' \quad y = y' \quad z = \frac{z' + vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad t = \frac{t' + \frac{vz'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Alice azt állítja majd, hogy Bob méterrúdjai kontrahálódtak, órája lassabban jár, és hogy Bob helytelenül szinkronizálta az egymástól távoli órákat. Alice, megértően úgy gondolja majd, hogy Bob azért használ rossz változókat, mert műszerei FitzGerald–Larmor–Lorentz–Poincaré-kontrakciót szenvedtek. Ahogyan Alice látja a világot, az logikailag teljesen konzisztens, és tökéletes összhangban van a megfigyelt tényekkel. Bobnak semmi esélye sincs, hogy meggyőzze tévedéséről.[20]

Bell elemzéséből kitűnik, hogy téves az a gyakori ellenvetés, hogy a Lorentz-elmélet nem képes számot adni egy álló rúdnak a mozgó megfigyelő rendszerében tapasztalt kontrakciójáról, hiszen – szól az ellenérv – az álló rúd kontrakcióját nem okozhatták

[20] Bell 1987, 75-76. o.

a Lorentz által feltételezett, az éterhez viszonyított mozgásból származó fizikai deformációk. A fenti elemzés világosan megmutatta, hogy az *álló* rúdnak a mozgó megfigyelő által észlelt kontrakciója nagyon is jól értelmezhető, méghozzá éppen a mozgó megfigyelő *mozgó* méterrúdjaiban és *mozgó* óráiban bekövetkezett *fizikai deformációk* következményeként.

21. Ezzel teljessé tettük annak bemutatását, hogy a fizika empirikusan megragadható tartalmait illetően az Einstein-féle relativitáselmélet[21] és a Lorentz-elmélet teljesen ekvivalens, más szóval a két elmélet között kísérletek segítségével dönteni, lehetetlen. Végezetül érdemes néhány, az irodalomban gyakran felbukkanó tévedést eloszlatnunk. Lorentz elméletéről olvasva gyakran találkozunk a következő megfogalmazással:

> A [Michelson–Morley] kísérlet negatív eredménye arra késztette Lorentzet, hogy *feltételezze* [kiemelés tőlem – Sz. L.]: az éterhez viszonyított mozgás hatására a mozgás irányába eső távolságok megrövidülnek (ez a FitzGerald–Lorentz-féle kontrakciós hipotézis), és így kompenzálja azt a jelenséget, amely minden más esetben fellépne.[22]

A Lánczos Kornéltól származó fenti idézet egy súlyos félreértést tükröz. A Lorentz-elméletben semmiféle plusz *feltevést* nem kell tenni arra vonatkozóan, hogy az éterhez képest mozgó fizikai rendszerek éppen úgy deformálódnak, hogy az kompenzálja a Michelson–Morley-kísérletben egyébként fellépő effektust. A mozgó objektumok deformációja nem *hipotézis*, hanem *következmény*! A standard fizikai elméletek, jelesül a Maxwell-egyenletek következménye, melyet egy egyszerű, az éterhez rögzített, newtoni téridő-geometria szerinti számolással *levezethetünk*.

22. Mellesleg, nem kell, hogy valaki elfogadja a Lorentz-elméletet ahhoz, hogy ezeket a deformációkat lássa. Az einsteini relativisztikus fizika alapján ugyanerre az eredményre jutunk. Nem érthetünk tehát egyet Novobátzkynak az alábbi, Einsteinnek címzett, bíráló megjegyzésével, melyet Einstein relativitáselméletről szóló ismeretterjesztő könyvének magyar kiadása elé írt bevezetőjében[23] tesz:

> A mozgó pálcák megrövidüléséről és a mozgó órák lelassulásáról szóló fejezetet bizonyos hiányérzettel olvassuk el. Nélkülözzük annak kiemelését, hogy sem a pálcákban, sem az órákban nem történik semmi *objektív* változás, tisztán a nyugalmi és mozgási mérőszámok különbözők.

Számoljuk ki egy adott vonatkoztatási rendszerben egy mozgásba hozott rúd elektrodinamika szerinti viselkedését! A relativisztikus fizika általános szabályai szerint ezt a feladatot kétféleképpen is meg lehet oldani. Az egyik, és nyilván egyszerűbb megoldás, hogy abból indulunk ki, hogy azok a fizikai törvények, melyek meghatározzák

[21] Természetesen, itt csak a speciális relativitáselméletről van szó. A Lorentz-elméletnek az általános relativitáselméletre való kiterjesztéséről lásd Jánossy 1973.

[22] Lánczos 1976, 233. o.

[23] Novobátzky 1967, 7. o.

a rúd viselkedését, kovariánsak. Ebből következik, hogy a rúd hossza a vele együtt mozgó rendszerben megegyezik az ugyanilyen nyugvó rúd hosszával az álló vonatkoztatási rendszerben. Erre alkalmazva a Lorentz-transzformációt, azt kapjuk, hogy a rúd hossza az álló rendszerben rövidebb, mint amekkora volt azelőtt, hogy mozgásba hoztuk. Vagyis a rúd megrövidült. A számolás – nyilván bonyolultabban – úgy is elvégezhető, hogy a rúd egy alkalmas fizikai modelljét alapul véve kiszámítjuk, mi történik vele, ha mozog. Ez a számolás direkt módon elvégezhető abban a vonatkoztatási rendszerben, amelyben a rúd mozog. Vagyis nem alkalmazunk két, egymáshoz képest mozgó inerciarendszer közötti transzformációkat, hanem „egyszerűen" megoldjuk a fizika megfelelő egyenleteit, az eredeti inerciarendszerben felírva. A számolás eredménye az, hogy *a relativisztikus fizika törvényeinek megfelelően* a rúdban nagyon is *valóságos, fizikai* változás megy végbe: a rúd hossza, *ugyanebben az inerciarendszerben*, megváltozik.

Hogy egy tankönyvi példával jobban megvilágítsam, milyen két számolásról van szó, vegyük azt a tipikus feladatot, amikor meghatározzuk egy mozgó ponttöltés elektromágneses terét. A feladatot kétféle úton is meg szokták oldani: 1) Vesszük az együttmozgó rendszerben a nyugvó töltés Coulomb-terét, és visszatranszformáljuk a térerősségeket az álló rendszerbe.[24] 2) Közvetlenül megoldjuk a Maxwell-egyenleteket az álló vonatkoztatási rendszerben a mozgó ponttöltésre.[25] Akármelyik megoldást választjuk, ez nem változtat azon a fizikai tényen, hogy a mozgásba hozott töltés tere megváltozik. Például a töltés által egy ködkamrában létrehozott kondenzációs csík, e változás következtében, kiszélesedik. Ez a kiszélesedés egy valóságos, objektív kiszélesedés! A rúd hosszának megváltozása éppannyira objektív fizikai változás, mint egy töltés elektromos terének megváltozása, ha mozgásba hozzuk.

23. Visszakanyarodva eredeti témánkhoz, látjuk tehát, hogy a Lorentz-elmélet és a relativitáselmélet kísérletileg meg nem különböztethető módon ekvivalens. Úgy tűnik azonban, hogy a két elmélet radikálisan különbözik abban, amit a térről, időről, egyidejűségről állít.[26] A Lorentz-elmélet ugyanis semmi újat nem tételez fel a newtoni téridő-képhez képest. Ha tehát a két elmélet közötti választás, és ezzel a két téridő-geometria közötti választás szabad, abban az értelemben, hogy egyiket sem kényszeríti ki mindaz, amit a világból empirikusan megfigyelünk, akkor felmerül a kérdés, miért pont a relativitáselméletet válasszuk, az olyan következményeivel együtt, mint amely a Putnam-tételben kifejezésre jutott?

---

[24] Landau és Lifsic 1974, Vol. II.

[25] Először megoldjuk a Maxwell-egyenleteket tetszőleges időben változó források mellett. Az így kiszámolt retardált potenciálokból kiszámítjuk a Lienart–Wiechert-potenciálokat, és abból a térerősséget (Feynman, Leighton és Sands 1970, Vol. 6).

[26] A **30.** pontban még visszatérünk ezekre a „radikális különbségekre".

2.4. A téridő geometriájának konvencionális jellege. Első közelítés

24. A fenti vizsgálódásainkból azt látjuk, hogy a téridő geometriája konvenció kérdése. Felmerül a kérdés, le lehet-e vezetni egy fizikai elméletből bármilyen, a téridő geometriájára, és általában, szerkezetére vonatkozó állítást. Minden bizonnyal Poincarénak van igaza, aki úgy gondolta, hogy nem. A térre és időre vonatkozó állításaink konvencionálisak. Képletesen szólva

$$(\text{téridő-geometria}) + (\text{fizika}) = (\text{valóság empirikus tényei})$$

Mi döntjük el, hogy hol választjuk szét a geometriát és a fizikát, vagyis lehetséges több

$$\begin{array}{rcccl}(\text{téridő geometria})' & + & (\text{fizika})' & = & (\text{világ empirikus tényei})\\ (\text{téridő geometria})'' & + & (\text{fizika})'' & = & (\text{világ empirikus tényei})\end{array}$$

Úgy tűnik, ugyanez a helyzet a Lorentz-elméletre és a relativitáselméletre nézve:

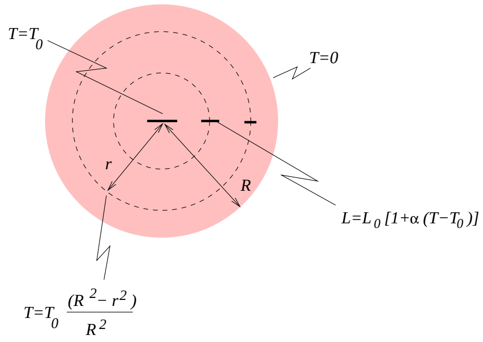
$$\begin{array}{ccccc}(\text{newtoni téridő}) & + & (\text{Lorentz-elmélet}) & = & (\text{empirikus tények})\\ (\text{Minkowski-téridő}) & + & (\text{relativisztikus fizika}) & = & (\text{empirikus tények})\end{array}$$

Poincaré ezt a következő példán mutatta meg: Gondoljunk el kétdimenziós lényeket, akik arra vannak kárhoztatva, hogy egy közönséges euklideszi körlap belsején éljék életüket (2.7. ábra). Vannak méterrúdjaik, melyekkel távolságot tudnak mérni. A körlap hőmérséklete a középponttól kifelé haladva a $T(r) = T_0\frac{(R^2-r^2)}{R^2}$ formula szerint csökken. Méterrúdjaik a hőmérséklettel arányosan változtatják hosszukat, tehát a kör széléhez közelítve a méterrudak hossza nullához tart. Poincaré megmutatta, hogy ha e körlap lakói úgy veszik, hogy méterrúdjaik hossza mindenütt egyforma, akkor arra a konklúzióra jutnak, hogy *egy végtelen kiterjedésű, konstans negatív görbületű Bolyai–Lobacsevkszki-felületen* élnek. Vagyis megint a geometria és a fizikai elmélet együtt kell hogy megfeleljen mindannak, amit e kétdimenziós lények műszereikkel és érzékszerveikkel a világból tapasztalnak:

$$\left(\begin{array}{c}\text{Bolyai–}\\ \text{Lobacsevszki-}\\ \text{geometria}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{a világ hőmérséklete}\\ \text{állandó}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{empirikus}\\ \text{tények}\end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{c}\text{euklideszi}\\ \text{geometria}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{a világ hőmérséklete:}\\ T(r) = T_0\frac{(R^2-r^2)}{R^2}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{empirikus}\\ \text{tények}\end{array}\right)$$

Mint ismeretes, az első nem euklideszi geometriák megalkotásakor Gauss kísérletileg akarta eldönteni, hogy melyik a „helyes” geometria. Igaza volt-e Gaussnak? Részben igen, részben nem! Egyáltalán nem volt igaza, ha azt akarta így eldönteni,

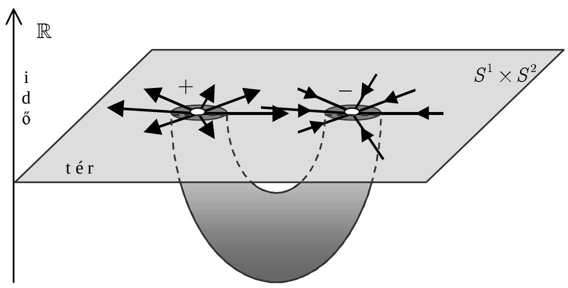


2.7. ábra. *Képzeljünk el olyan kétdimenziós lényeket, akik egész életüket egy euklideszi körlap belsejében élik le. Vannak méterrúdjaik, melyekkel távolságot tudnak mérni. A körlap hőmérsékleteloszlása nem homogén. A középponttól kifelé haladva a* $T(r) = T_0 \frac{(R^2 - r^2)}{R^2}$ *formula szerint csökken. Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy méterrúdjaik a hőmérséklettel arányosan változtatják hosszukat, tehát a kör széléhez közelítve a méterrudak hossza nullához tart. Könnyen belátható, hogy ha e körlap lakói úgy veszik, hogy méterrúdjaik hossza mindenütt egyforma, akkor arra a konklúzióra jutnak, hogy egy végtelen kiterjedésű, konstans negatív görbületű Bolyai–Lobacsevkszki-felületen élnek*

hogy a nem euklideszi geometriák helyesek-e, mint matematikai konstrukciók. Ez nem empirikus kérdés. Kis leegyszerűsítéssel azt mondhatjuk, a matematikus olyan matematikai struktúrát hoz létre, amilyet csak akar, feltéve, hogy a struktúrát értelmező axiómarendszer ellentmondásmentes, s hogy a konstrukció eleget tesz még néhány tradicionális elvárásnak. Ha ezeket valaki geometriának nevezi, szíve joga, legfeljebb a publikálásnál fogják tőle számon kérni, hogy milyen analógiák alapján nevezi így. Ha Gauss a fényjelekből képzett háromszög szögeinek összegét azért kívánta megmérni, mert ezzel arra keresett választ, hogy melyik geometria írja le helyesen a fényjelek viselkedését, akkor igaza volt, hogy ez egy empirikus kérdés. Tévedett viszont, ha arra gondolt, ezzel majd eldönthető, hogy a lehetséges geometriák közül melyik a „világ (pontosabban a fényjelek) geometriája”, hiszen önmagában a geometriát az empirikus megfigyelésekből nem lehet kiolvasni, csupán a fizikai elmélettel együtt vonatkoztatható az empirikus világra.

25. Összegezve tehát, matematikai értelemben sokféle geometria létezhet és létezik. Abban a pillanatban azonban, amikor azt kérdezzük, „empirikus-e a geometria”, vagyis eldönthető-e egy geometriai kérdés empirikusan, a geometriára nem egyszerűen mint matematikai elméletre gondolunk, hanem mint egy olyan elméletre, amely a világra vonatkozik. S mint ilyent, máris a világról szóló (jelesül fizikai) elméletünk tartozékaként kell felfognunk. Ennek megfelelően, csak e fizikai elmélettel együtt vethető alá az empirikus konfirmációnak. Ebben a minőségében azonban, mint Reichenbach helyesen hangsúlyozza,[27] empirikusan szerzett tudásunk része.

26. Azt hihetnénk a fenti elemzések alapján, hogy a téridőnek csak a metrikus tulajdonságai konvencionálisak, vagyis csak azok a tulajdonságok, melyek meghatározzák az egyes események téridőbeli távolságát. S hogy a topológiája a téridő struktúrájának olyan eleme, amely nem konvenció jellegű. A következő példán keresztül szeretnék rámutatni, hogy ez nem igaz. Misner és Wheeler mutatták meg először,[28] hogy a *vákuum* Einstein-egyenleteknek létezik megoldása az $S^1 \times S^2 \times \mathbb{R}$ topológiában, vagyis egy olyan téridő-sokaságon, melyben a térszerű hiperfelületek topológiája $S^1 \times S^2$. Ezeket a képződményeket nevezte Wheeler „féreglyukaknak”. A megoldás érdekessége, hogy a féreglyuk két szája körül a téridő geometriája olyan, mintha egy-egy külső Schwartzschild-megoldás lenne, vagyis a vákuum egy ilyen topológiában úgy viselkedik, mintha ott nagy, pontszerű *tömegek* lennének. Ezt a jelenséget nevezte Wheeler úgy, hogy „tömeg, tömeg nélkül”. Wheeler azt is megmutatta, hogy a csatolt *vákuum* Einstein–Maxwell-egyenleteknek is létezik megoldása a féreglyuk-topológiában. Ilyenkor a féreglyuk két szája nem csak tömegként, hanem *töltésként* is viselkedik, miközben a tereknek nincsenek a valóságban forrásaik, hiszen vákuummegoldásról van szó, vagyis töltéseket látunk töltés nélkül (2.8. ábra). Wheeler példájával élve, ha egy fizikushallgatónak úgy alakítanánk a tantervét, hogy először megtanítanánk neki a topológiát, utána megtanulná a vákuum elektrodinamikát, vagyis a Maxwell-egyenleteket úgy, hogy nem szerepelnek benne töltések és áramok, majd ezek után bevinnénk egy laboratóriumba és demonstrálnák neki egy ponttöltés körüli elektromos mező erővonalait, akkor ez a diák felkiáltana, „Jé, itt egy lyuk van a térben, a tér nem egyszeresen összefüggő!”.



2.8. ábra. *„Töltés, töltés nélkül”. Az Einstein–Maxwell-egyenletek csatolt vákuum megoldása az $S^1 \times S^2 \times \mathbb{R}$ topológiában. A féreglyuk két szája körül az elektromos mező olyan, mintha ott egy pozitív, illetve negatív töltés lenne, miközben az elektromos mezőnek nincsenek forrásai, hiszen vákuummegoldásról van szó*

[27] Reichenbach 1951, 133-137. o.
[28] Misner–Wheeler 1957; Wheeler 1962; Misner–Thorne–Wheeler 1973, 44. Fejezet.

27. Megmutatható,[29] hogy a tömeghez és az elektromos töltéshez hasonlóan létezik „Yang–Mills töltés, Yang–Mills töltés nélkül”, vagyis a többi kölcsönhatást leíró fizikai mezők töltései is generálhatók a tér nem egyszeresen összefüggő topológiájával. Tehát a téridő topológiájában is van egy konvencionális elem:

$$\begin{pmatrix}\text{egyszeresen}\\ \text{összefüggő}\\ \text{topológia}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{fizikai mezők}\\ \text{és töltések}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{empirikus}\\ \text{tények}\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\text{nem-egyszeresen}\\ \text{összefüggő}\\ \text{topológia}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{fizikai mezők}\\ \text{töltések nélkül}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{empirikus}\\ \text{tények}\end{pmatrix}$$

Vegyük észre azt a tudományfilozófiai szempontból figyelemreméltó körülményt, hogy a téridő topológiájában és geometriájában fennálló konvencionalitás egyben a fizikai elméletek konvencionalitását is jelenti: a fizikai létezők olyan *esszenciális attribútumainak*, mint a tömeg és a különböző töltések, már a puszta *létezése* is csupán konvenció kérdése. Ezzel együtt, ismételten hangsúlyoznunk kell, hogy a téridő struktúrájának elmélete és a fizikai elméletek, együtt, már a valóság empirikusan tesztelhető tényeit írják le.

28. Poincaré konvencionalizmusa kapcsán heves vita bontakozott ki az irodalomban arról, hogy vajon a tér dimenziója is egy konvenció csupán, mint ahogyan ezt Poincaré szintén felveti, vagy természeti tény. Poincaré a következőt írja:

> A fizikai törvényeket differenciálegyenletekkel írjuk le, amelyekben az anyagi pontok *három* koordinátája szerepel. Nem lehetne esetleg ezeket a törvényeket más egyenletekkel kifejezni, ahol ez esetben más, négy koordinátával jellemzett anyagi pontok jelennének meg?[30]

A dimenzió konvencionalitását nyilván úgy lehetne a legelegánsabban bemutatni, ha felmutatnánk egy, a fenti példánkhoz hasonló olyan alternatív „Fizika $(n \neq 3)$” elméletet, melyre igaz lenne, hogy

$$\begin{array}{ccccc}(\text{3-dimenziós geometria}) & + & (\text{Fizika}(3)) & = & (\text{empirikus tények})\\ (\text{n} \neq \text{3-dimenziós geometria}) & + & (\text{Fizika}(n \neq 3)) & = & (\text{empirikus tények})\end{array}$$

Logikailag nyilván megtehető például, hogy $n > 3$ esetén a Fizika (3)-hoz hozzávesszünk olyan axiómákat, amelyek egyszerűen megszorítják az anyagi pontok térkoordinátáit egy háromdimenziós altérre (részsokaságra). Vagy például háromnál kisebb dimenzióban a fennmaradó térkoordinátákat nem geometriai, hanem valamilyen fizikai változóknak tekintjük. Persze ettől el lehet gondolni tetszetősebb megoldásokat

[29] E. Szabó 1982a, 1982b.
[30] Gorelik 1987, 54. o.

is. Nem célunk itt, hogy ilyeneket most kitaláljunk, csupán arra szeretnék rámutatni, hogy azok a határozott érvek, melyeket Poincaréval szemben szoktak megfogalmazni, tévesek. Egyik ilyen gyakran hangoztatott érv Ehrenfest-től származik.[31] Ehrenfest szerint, a tér háromdimenziós volta „empirikus, fizikai tény”. A ponttöltés tere ugyanis $E(r) = \frac{kQ}{r^2}$, tehát a távolság négyzetével csökken, ami csak háromdimenziós térben igaz – hangzik az érv –, hiszen más dimenzióban a Poisson-egyenlet megoldása nem $\frac{1}{r^2}$-es összefüggésre vezet. Ami a Poisson-egyenletet illeti, ez igaz. Az érvelés azonban ott téved, amikor természetesnek veszi, hogy egy tetszőleges n-dimenziós geometriát előfeltételezve, az elektrosztatikai jelenségekre vonatkozó empirikus észleléseink egy n-dimenziós Poisson-egyenletre vezetnének. Ezt nem garantálja semmi. A Fizika$(n \neq 3)$ nem egyszerűen abból áll, hogy a Fizika(3) minden formulájában, ahol a dimenzió megjelenik, a hármast kicseréljük n-re. Például a Maxwell-egyenletek, melyekből az elektrosztatika Poisson-egyenletét származtatjuk, nem háromdimenziós térben fel sem írhatók a szokásos alakjukban, hiszen a rotációnak csak három dimenzióban van értelme (legalábbis csak ott lesz egy vektor). Hasonlóképpen a vektoriális szorzatnak sincs értelme, csak három dimenzióban. Vagyis a fizika törvényei egy más dimenzióban nem a háromdimenziós fizikai törvények „kézenfekvő matematikai általánosítása” útján tárhatók fel, hanem úgy, hogy a legelemibb empirikus tapasztalatainktól elindulva, egy nem háromdimenziós geometria nyelvén mindent újrafogalmazunk, és egy új fizikát építünk fel. Ember legyen a talpán, aki előre megmondja, hogy mi lenne egy ilyen programnak a végeredménye! Nem látunk példát ennek a programnak még csak a részleges megvalósítására sem,[32] hiszen nincs semmilyen praktikus motivációja annak, hogy ezt megtegyük. Itt most csupán az a fontos, hogy Poincarénak az a felvetése, hogy esetleg a dimenzió is csupán konvenció kérdése, nem alaptalan, és hogy az ellenkezőjére nincs semmilyen empirikus, fizikai bizonyíték.

2.5. A téridő geometriájának konvencionális jellege. Második közelítés

29. Látjuk tehát, hogy a téridő geometriájának van egy eredendően konvencionális jellege, abban az értelemben, hogy különböző, a téridő struktúrájára vonatkozó előfeltevések mellett, ugyanazokat az empirikus tényeket, különböző fizikai elméletekkel lehet leírni. A természet tényei tehát nem determinálják a téridő struktúráját. Figyelemre méltó, hogy Einstein ezekben a kérdésekben sokkal visszafogottabb nézeteket vallott, mint a relativitáselmélet nyomán a fizikusok körében kialakult „folklór”. Einstein jól ismerte, tisztelte, s bizonyos értelemben el is fogadta Poincaré konvencionalista álláspontját, egy kalap alá véve azt egyfajta – mondjuk így – spicces állapotban

[31] Gorelik 1987, 97. o.

[32] Azokat a részecskefizikai modelleket, ahol a dimenzió különbözik háromtól, nem tekinthetjük e program részének, hiszen ezekben az esetekben pontosan az a stratégia valósul meg, hogy a három dimenzióban felépített fizikai elméletek bizonyos helyein az „$n = 3$”-at egyszerűen kicseréljük valami másra.

lévő Kanttal, mondván, hogy „Az empirikus adatok értelmezéséhez gondolkodásra van szükség. A fogalmak és kategóriák elkerülhetetlenek, hiszen a gondolkodás elválaszthatatlan elemei.”[33] Ha Kant megelégedett volna ezzel a megállapítással – írja –, akkor elkerülhette volna a szkepticizmust. „Valójában azonban Kant annak a tévedésnek esett áldozatául (s ezt nehéz lett volna az ő idejében elkerülnie), hogy az euklideszi geometria a gondolkodásunk számára szükségszerűen adott, és hiteles (azaz az érzéki tapasztalástól független) tudást nyújt a megértendő »külső« világra vonatkozóan.”[34] Einstein világosan látta, hogy Kantnak ettől a tévedésétől egyenes út vezetett az *a priori* szintetikus ítéletekig.

Einstein a téridő geometriáját a világról való fogalmi gondolkodás kiinduló lépésének tekintette, egy olyan *választásnak*, amelyet nem lehet, és – szerinte – nem is szükséges empirikusan alátámasztani. „Valójában egyetlen fizikai elmélet sem teljesíti ezt a követelményt” – írja Percy Bridgmannal polemizálva. „Hogy egy elmélet fizikai elméletnek legyen tekinthető, csupán az szükséges, hogy a belőle levezethető állítások, elvben, empirikusan ellenőrizhetők legyenek.”[35]

30. Vegyük azonban észre, hogy ami a relativitáselmélet és a Lorentz-elmélet közötti választás konvenció jellegét illeti, a helyzet sokkal rosszabb. Poincaré kétdimenziós koronglakói úgy választhatják a Bolyai–Lobacsevszki-geometriát, hogy cserében megszabadulnak egy furcsa fizikai feltevéstől, hogy tudniillik korongviláguk hőmérsékleteloszlása nem homogén, s hogy ennek következtében méterrúdjaik kitágulnak és összehúzódnak, ha egyik helyről a másikra viszik őket. A relativitáselméletben viszont úgy választjuk a Minkowski-geometriát, hogy közben semmiféle fizikai jelenségtől nem szabadulunk meg. Az órák a relativitáselmélet szerint is lelassulnak, és a rudak a relativisztikus fizika szerint is kontrahálódnak. Tehát a **24.** pontban vázolt séma nem is fejezi ki pontosan a két elmélet viszonyát.

Joggal kérdezhetjük meg: Ha egyszer a méterrudak és órák, a relativisztikus fizika törvényei szerint, jól értett módon, a szó legmateriálisabb értelmében deformálódnak, amikor mozgásba hozzuk őket, akkor miért pont ezekkel a *deformált* órákkal és méterrudakkal definiáljuk azt, hogy mi az idő és a tér a mozgó inerciarendszerben? A relativitáselmélet híve erre nyilván azt válaszolhatná, hogy hiszen a kiindulásul vett („nyugvó”) inerciális rendszerről sem tudjuk, hogy hogyan mozog az éterhez képest, s hogy ennélfogva ebben a rendszerben nyugvó méterrudak és órák is (feltehetően) helytelen idő- és térkoordinátákat definiálnak. Tehát felejtsük el azt, hogy „helyesen” és „helytelenül” definiált tér és idő! Minden vonatkoztatási rendszer egyformán jogosan a saját nyugvó órái és méterrúdjai segítségével definiálhatja, hogy mi a tér és mi az idő az adott rendszerben. A Lorentz-elmélet híve ezzel szemben azt mondja: Igen! Nem tudjuk, hogyan mozog a kiindulásul vett „nyugvó” inerciális rendszerünk az éterhez képest, ebben az értelemben a méterrúdjaink és óráink (feltételezhetően) nem a „helyes” koordinátákat mérik, amennyiben „helyes” koordináták alatt az éterben nyugvó

[33] Einstein 1949.
[34] Uo.
[35] Uo.

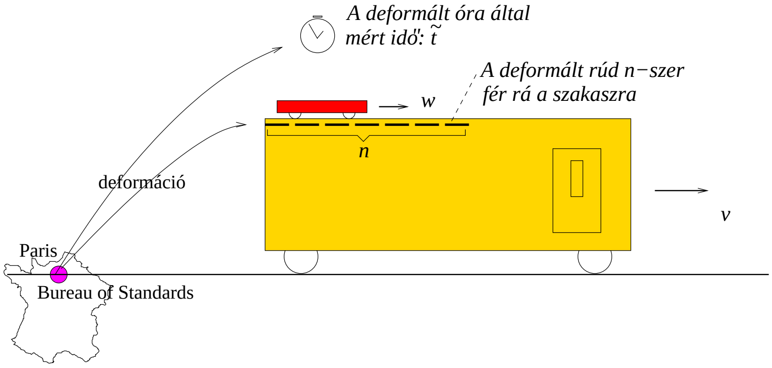
mérőeszközökkel definiált koordinátákat értjük. Vagyis csupán arról van szó, hogy nem tudjuk, hogy a párizsi *Bureau International des poids et mésures* vitrinjében őrzött méterrúd milyen hosszú lenne, ha nem ott állna, hanem hozzánk képest valami ismeretlen sebességgel – az éterhez képest nyugvó rúdként – száguldana. E bizonytalanság azonban nem akadályoz meg minket abban, hogy – a mindenféle metrikus rendszer alapjainál felmerülő *triviális szemantikai konvencionalizmus*[36] adta jogunknál fogva – ezt a konkrét méterrudat a hosszúság mértékegységét definiáló *etalonnak* tekintsük. S hogy az univerzum lehetséges méterrúdjai közül etalonnak éppen egy, az éterben Párizzsal együtt úszó méterrudat választottunk, még nem implikálja, hogy ne lenne a különböző vonatkoztatási rendszerek számára egyetlen közös tér- és időfogalom, s hogy ne kellene egyik inerciarendszerből a másikba átgyorsított rudakon bekövetkezett deformációt figyelembe venni, ha őt a másik rendszerben is távolság mérésére kívánjuk használni. A relativitáselmélet híve nem is vitatja, sőt figyelembe is veszi ezeket a deformációkat, amikor különböző vonatkoztatási rendszerekben mért koordinátákat hasonlít össze. De fenntartja magának a jogot, hogy a párizsi méterrúdhoz képest mozgó, ennélfogva deformálódott méterrúddal mért mennyiséget *távolságnak* nevezze, mondván, hogy ezzel a deformált méterrúddal együtt mozgó minden más fizikai objektum is ugyanilyen mértékben deformálódik. Nehéz e két felfogás között igazságot tenni. Mindkét elmélet jól definiált fizikai mennyiségekkel, és egymással kompatibilis módon írja le a világot. A nyelv sok mindent kibír: az egyik tér- és időkoordinátának nevez olyan mérhető, fizikai mennyiséget, amit a másik nem nevez térnek és időnek, és viszont.

31. E kettős nyelvhasználatnak azonban érdemes tudatában lennünk! Ezzel eltűnnek a relativitáselmélet „furcsaságai", azok a „meglepő újdonságok", amelyek első hallásra kontraintuitívnek tűnnek. Ennek illusztrálására vegyük például a sebesség összeadására vonatkozó, „szemléletünkkel ellentétes" formulát. Tehát egy kocsi a mi (álló, párizsi, talajhoz rögzített) rendszerünkben v sebességgel mozog. A tetején egy másik kocsi w sebességgel mozog az alatta fekvő másikhoz képest. Mekkora a felső kocsi sebessége a talajhoz képest? Válasz:

$$V = v + w \tag{2.9}$$

Ez az a válasz, amit a Lorentz-elmélet alapján mondanánk, ez az a válasz, ami a szemléletünkkel nem ellentétes. S mint majd mindjárt látjuk, ezt a választ adja a relativitáselmélet is! Mi is itt a w sebesség? A két kocsi relatív sebessége. Mi az? Erre, a mindennapos szemléletünk alapján, azt válaszolnánk – helyesen –, hogy a két kocsi sebességének a különbsége. Tehát (2.9) triviálisan igaz. Most megkérdezhetjük azt, hogyan mérné meg ezt a relatív sebességet egy olyan laboráns, aki fent áll az alsó kocsi tetején. Nos, magával vinné a párizsi méterrúd egy másolatát a kocsi tetejére (2.9. ábra). Figyelembe venné, hogy a v sebességgel mozgó méterrúd kontrahálódik,

[36] Ahogyan Grünbaum (1974) nevezi azt a tézist, hogy semmiféle tudományos terminus nem vezethető be valamifajta definíció nélkül.



2.9. ábra. *Az etalonok deformációt szenvednek, amikor a mozgó kocsi tetejére visszük őket. A kiskocsi sebességét a nagyhoz képest úgy határozzuk meg, hogy lemérjük a megtett utat és a hozzá szükséges időt. A kérdés az, figyelembe vegyük-e az óra és a méterrúd deformációját*

és a hossza csak $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ méter. Ezzel lemérné, azt a távolságot, amit a felső kocsi elmozdul az alsó kocsi tetején egy bizonyos idő alatt. Mondjuk, hogy ez a távolság akkora, hogy a méterrúd $\tilde{x}$-szer fér rá. Ebből kiszámítja, hogy a megtett út (a kocsi tetején)

$$x = \tilde{x}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Most kiszámolja mennyi idő alatt történt mindez. Az órájáról szintén tudja, hogy lassabban jár, ennek megfelelően a stopperjén leolvasott $\tilde{t}$ másodpercnek megfelelő idő

$$t = \frac{\tilde{t}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Innen kiszámíthatja a relatív sebességet:

$$w = \frac{x}{t}$$

A relativitáselmélet és a Lorentz-elmélet hívei megegyeznek abban, hogy erre a w relatív sebességre fennáll a hagyományos összeadási szabály. Mint ahogyan abban is egyetértenek, hogy a V sebesség az alábbi módon is kifejezhető:

$$V = v + w = v + \frac{x}{t} = v + \underbrace{\frac{\tilde{x}}{\tilde{t}}}_{\tilde{w}}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = v + \tilde{w}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$$

Sőt abban, is hogy

$$V \neq v + \tilde{w}$$

Semmiféle „szemléletünkkel ellentétes” állítás nem történt! Ami egy kicsit zavaró, és szemléletünkkel valóban ellentétes, hogy a relativitáselmélet hívei a fent bevezetett, egyébként teljesen értelmes és világos $\tilde{w}$ fizikai mennyiséget az egyik kocsinak a másikhoz viszonyított „relatív sebességének” nevezik. De mint mondtuk, a nyelv sok mindent kibír. Ha világosan megmondjuk mit értük e terminus alatt, akkor ennek semmi akadálya!

32. A sebesség-összeadási formula fenti példájából kiindulva Poincaré konvencionalista álláspontjánál radikálisabb konklúzióra kell jutnunk. A relativitáselmélet és a Lorentz-elmélet nem egymás alternatívái, nem arról van szó, hogy különböző fizikai elméletek tartoznak különböző téridő-geometriákhoz, még kevésbé van szó arról – mint azt sokan tévesen hiszik –, hogy a Lorentz-elméletben valami extra fizikai feltevést teszünk a relativitáselmélethez képest, például az éterről,[37] vagy a Michelson–Morley-interferométer karjainak deformációjáról, stb. *A két elmélet ugyanaz: mindkét elmélet szerint ugyanazok a fizika törvényei, és ugyanaz a téridő geometriája!* Mikor mondhatjuk ugyanis, hogy két fizikai elmélet ugyanaz? Akkor, ha minden fizikai entitás, minden tulajdonságáról, azok viszonyairól és változásaikról ugyanazt állítják. Más szóval, minden fizikai mennyiség értékére, minden esetben ugyanazt a számot jósolják. Különböző megfogalmazásai lehetnek egy fizikai elméletnek, s hogy ezeket összevessük, a bennük szereplő fizikai mennyiségeket a kísérleti definíciójukkal identifikáljuk. Ha kinyitunk két elektrodinamika tankönyvet és az egyikben azt olvassuk egy **D**-vel jelölt mennyiség neveként, hogy „elektromos eltolás vektor”, és egy másikban, gyaníthatóan ugyanezt a mennyiséget „elektromos indukciós mezőnek” nevezik, akkor ezt könnyen tisztázhatjuk, ha visszalapozunk a könyv elejére és megnézzük, melyik hogyan volt kísérletileg definiálva. Még inkább ez a helyzet, ha két tankönyv két különböző mennyiséget ugyanúgy hív. Hogy az azonos elnevezés mögött két különböző fizikai mennyiség húzódik meg, szintén úgy dönthető el, hogy megnézzük, hogyan vannak empirikusan értelmezve. „Meg kell követelnünk, hogy egy adott fogalomnak megfelelő operációk sorozata egyértelmű legyen, máskülönben lehetőség nyílna az önkényességre a gyakorlati alkalmazásokban, s ezt nem engedhetjük meg” – írja Bridgman, aki már 1927-ben felhívta a figyelmet arra, hogy Einstein empirikus értelemben nem ugyanazt nevezi „távolságnak”, mint amit a relativitáselmélet előtt a fizikusok „távolságnak” neveztek.[38]

Még egyszer, nem az a helyzet, hogy két pont (esemény) távolsága az egyik és a másik elmélet szerint nem ugyanakkora, hanem hogy *más fizikai mennyiséget neveznek* „távolságnak”. Figyelembe véve a szavak pontos empirikus jelentését, azt állítjuk, hogy *a relativitáselmélet és a Lorentz-elmélet azonos*. Egy, az etalonokhoz képest

[37] Az éter fogalma nem szükséges a Lorentz-elméletben sem (noha történeti tény, hogy Lorentz maga feltételezte az éter létezését) és a relativitáselmélet keretei között ugyanúgy feltehetnénk a létezését, semmiféle ellentmondásra nem jutnánk.

[38] Bridgman 1927, Introduction.

mozgó inerciarendszerben két-két fizikai mennyiséget értelmezhetünk kísérletileg:

$$
\begin{array}{lcc}
x & : & \begin{array}{c}\text{a deformált méterrúd } n\text{-szer} \\ \text{fér rá a szakaszra}\end{array} & \Rightarrow & x = n\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \\
t & : & \begin{array}{c}\tilde{t}\text{ másodpercet mutat} \\ \text{a lelassult óra}\end{array} & \Rightarrow & t = \frac{\tilde{t}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}
\end{array}
\tag{2.10}
$$

Illetve,

$$
\begin{array}{lcc}
x' & : & \begin{array}{c}\text{a deformált méterrúd } n\text{-szer} \\ \text{fér rá a szakaszra}\end{array} & \Rightarrow & x' = n \\
t' & : & \begin{array}{c}\tilde{t}\text{ másodpercet mutat} \\ \text{a lelassult óra}\end{array} & \Rightarrow & t' = \tilde{t}
\end{array}
\tag{2.11}
$$

A két elmélet azonos, mert x és t, valamint bármely $f(x,t)$ fizikai mennyiség értékére vonatkozóan ugyanazt állítja, vagyis ezekhez mindkét elmélet ugyanazokat az értékeket rendeli. Hasonlóan, mindkét elmélet ugyanazokat a számértékeket rendeli x',t' és tetszőleges $f(x',t')$ fizikai mennyiségekhez. Mivel a fizika törvényei kitűnően kifejezhetők mindkét változópár segítségével, formuláinkat akár a vesszős, akár a vesszőtlen változókban felírhatjuk. *A két elmélet között egyetlen különbség van, és ez a „tér” és „idő” szavak használata. Az egyik elmélet x,t mennyiségeket nevezi tér- és időkoordinátáknak, míg a másik x',t' mennyiségeket.*

A téridő geometriáját is ugyanolyannak írja le a két elmélet! Ha a fizikai téridő geometriáját óhajtjuk leírni, a leírás nem múlhat egy egyszerű nyelvhasználatbeli különbségen! Tisztázni kell tehát, mit értünk „távolság” alatt és „időtartam” alatt. E fizikai mennyiségek értelmezése a kísérleti definíciójukkal történik. Akár a (2.10) definícióval értelmeztük a fizikai tér- és időkoordinátákat, akár a (2.11) definícióval, ezekre nézve a két elmélet ugyanazokat a megállapításokat teszi. Megint csak, a „téridő geometriája” a két elmélet szerint látszólag „más”, mert a két elmélet mást nevez térnek és időnek.

Összegezve tehát, *a relativitáselmélet a Lorentz-elmélethez képest semmi újat nem hozott a fizikába, sem a fizikai törvényeket, sem a téridő geometriáját illetően. Az egyetlen „újítás”, melyet Einstein javaslatára 1905-ben a fizikusok elfogadtak, annyi volt, hogy a fizika és a fizikai téridő geometriájának addig is ismert törvényeit új változókban fejezték ki, és ezeket az új változókat onnantól kezdve tér- és időkoordinátáknak kezdték nevezni.*[39]

33. Fenti konklúziónk arra figyelmeztet, hogy Poincaré konvencionalista felfogását is újra átgondoljuk. Abban a szabadságban, hogy a téridő geometriáját megválaszthatjuk, a konvencionalitásnak két esete keveredik egyszerre:

[39] A tévedés, hogy a relativitáselmélet valamilyen radikálisan új felismerést fogalmaz meg a téridő geometriájára vonatkozóan, elsősorban annak köszönhető, hogy Nietzsche, Bergson, Mach, Freud, Kafka, Joyce Európája rendkívül fogékony volt a legalapvetőbb fogalmak átértékelésére. A relativitáselméletben sokan a térre és időre vonatkozó tradicionális fogalmaink felborításának lehetőségét látták. Bővebben, lásd Balázs és E. Szabó 2004.

1. *Nem triviális konvencionalizmus*: az elméletek empirikusan aluldetermináltak.
2. *Szemantikai konvencionalizmus*: az elnevezés szabadsága, vagyis az a szabadságunk, hogy az empirikusan értelmezett (fizikai) mennyiségek közül mit minek nevezünk, például melyiket nevezzük tér- illetve időkoordinátának.

Az empirikus aluldetermináltságra példa a téridő topológiájának konvencionális jellege (**26.** pont). Ebben az esetben tisztán látjuk érvényesülni a Poincaré által tételezett választás szabadságát a téridő lehetséges struktúrái és a hozzájuk tartozó fizikai elméletek között. Ez egyben példa az empíria „elmélet-terhességére" is. Gondoljunk Wheeler fizikushallgatójára: a laboratóriumban látott egyszerű jelenség a tér nem triviális topológiájának éppúgy lehet az evidenciája, mint a töltés létezésének, s ez csupán az elméleti előfeltevésektől függ.

Ugyanakkor Poincaré korongos példájában (**24.** pont) szó sincs az empíriát megelőző elméleti feltevésekről, és arról a fajta konvecionalitásról, melynek illusztrálására a példa született. Egyszerű szemantikai konvencióról van szó! Túl könnyen, és túl gyakran szokás az empíriát megelőző elméleti feltevésekről beszélni! Olyan egyszerű mérési operáció, mint a távolság mérése – állítja Reichenbach[40] – nem végezhető el, pontosabban nem értelmezhető anélkül az elméleti előfeltevés nélkül, hogy a merev méterrúd egy szakasz mentén egymás után lehelyezve nem változtatja a hosszát, pontosabban, hogy nincsen olyan univerzális deformáció, melyet a méterrudak is és azok az objektumok is, melyek hosszát mérni kívánjuk, elszenvednek. A koronglakók példájára lefordítva, a távolságmérés során más eredményre „jutnak", és ezzel a világuk geometriáját másnak fogják „tapasztalni", ha azzal az elméleti előfeltevéssel élnek, hogy a világuk hőmérséklete állandó, illetve, ha változik – állítja Poincaré. Jobban meggondolva azonban – hasonlóan a relativitáselmélet kontra Lorentz-elmélet esetéhez –, ez nem igaz! Egyszerűen kétféle fizikai mennyiséget vezethetünk be:

$$\begin{array}{lll} x : & \begin{array}{l}\text{a méterrúd } n\text{-szer}\\ \text{fér rá a szakaszra}\end{array} & \Rightarrow \quad x = n \\ \widetilde{x} : & \begin{array}{l}\text{a méterrúd } n\text{-szer}\\ \text{fér rá a szakaszra}\end{array} & \Rightarrow \quad \widetilde{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(\widetilde{R}^2 - \widetilde{r}_i^2\right)}{\widetilde{R}^2} \end{array} \tag{2.12}$$

ahol $\widetilde{r}_i$ az i-edik helyen álló méterrúd $\widetilde{x}$-távolsága a középponttól, azaz a második esetben minden egyes „métert" egy $\frac{\left(\widetilde{R}^2 - \widetilde{r}_i^2\right)}{\widetilde{R}^2}$ faktorral súlyozunk. Ebből a szempontból mindegy, hogy milyen teoretikus előfeltevések alapján definiáljuk így az egyik mennyiséget illetve a másikat, a lényeg az, hogy empirikus értelemben két különböző mennyiséget értelmeztünk. Hasonlóan két további fizikai mennyiséget értelmezhetünk:

$$\begin{array}{lll} T : & \begin{array}{l}\text{a méterrúd } n\text{-szer fér rá}\\ \text{a hőmérő higanyszálára}\end{array} & \Rightarrow \quad T = n \\ \widetilde{T} : & \begin{array}{l}\text{a méterrúd } n\text{-szer fér rá}\\ \text{a hőmérő higanyszálára}\end{array} & \Rightarrow \quad \widetilde{T} = n \frac{\left(\widetilde{R}^2 - \widetilde{r}^2\right)}{\widetilde{R}^2} \end{array} \tag{2.13}$$

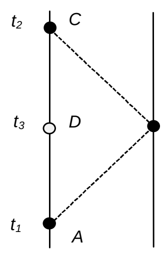
[40]Reichenbach 1951, 131. o.

Most, hogy x vagy $\widetilde{x}$ mennyiséget *nevezzük* „távolságnak”, nem igazán jelentős kérdés, illetve az sem különösebben fontos, hogy T-t vagy $\widetilde{T}$-ot kereszteljük el „hőmérsékletnek”. Ez az a szabadság, melyet szemantikai konvencionalizmusnak nevezünk. Bárhogyan is döntöttünk az elnevezések ügyében, a fizika törvényeit és a tér geometriáját a valóság, a mérési eredmények egyértelműen meghatározzák: Fizikai törvény lesz például, hogy $T(r) =$ konstans, illetve az is, hogy $\widetilde{T}(\widetilde{r}) = T_0 \frac{\left(\widetilde{R}^2 - \widetilde{r}^2\right)}{\widetilde{R}^2}$. Hasonlóan, a mérési eredmények egyértelműen determinálják, hogy az x-geometria nem euklideszi, az $\widetilde{x}$-geometria pedig euklideszi. Miután tehát eldöntöttük, hogy mit jelent a „távolság” szó, az x, vagy az $\widetilde{x}$ mennyiséget, a mérések egyértelműen meghatározzák a tér geometriáját. Hasonlóan az, hogy a hőmérséklet a mérések szerint állandó, vagy változik, csupán attól függ, hogy az állandó T, vagy a radiálisan csökkenő $\widetilde{T}$ mennyiséget kereszteljük el „hőmérsékletnek”. Nincs tehát szó két fizikai elméletről és két térgeometriáról, csupán a szavak más használatáról![41]

34. Eredeti témánk szempontjából az a fontos, hogy a Lorentz-elmélet és a relativitáselmélet ekvivalenciáján felbuzdulva az indeterminizmus hívei azt gondolhatnák, hogy csupán vissza kell térni a newtoni téridő geometriájához, s ezzel máris elhárulnak azok a nehézségek, melyeket a Putnam-tétel hozott felszínre. A helyzet azonban ettől bonyolultabb, mert a következő fejezetben a tételt olyan formában mondjuk ki, hogy az a Lorentz-elméletben is igaz lesz.

2.6. Az egyidejűség ontológiai státusza

35. Régóta folyik a vita a relativitáselmélettel kapcsolatos filozófiai irodalomban arról a kérdésről, vajon a távoli események egyidejűségének fogalma, ahogyan azt az elmélet definiálja, csupán konvenció, vagy a természet egy ténye. Túl azon a már említett *triviális szemantikai konvencionalizmuson*, hogy semmiféle tudományos terminus nem vezethető be valamifajta definíció nélkül, a gondosabb analízis azt mutatja, hogy az egyidejűség fogalma elkerülhetetlenül tartalmaz egy nem triviális konvencionális elemet.



2.10. ábra. *A azt az eseményt jelöli, amikor az O_1 megfigyelő egy fényjelet indít el az O_2 megfigyelő felé. Legyen B az az esemény, amikor a fényjel megérkezik O_2-höz, és azonnal egy másik jelet indít visszafelé O_1-hez, akihez ez a téridő C pontjában érkezik meg. Tradicionálisan az A és C esemény közötti felezőpontot szokás a B eseménnyel egyidejű eseménynek tekinteni*

[41] Bővebben erről: E. Szabó 2004b.

36. Idézzük fel az egyidejűség standard definícióját. Jelölje A azt az eseményt, amikor az O_1 megfigyelő egy fényjelet indít el az O_2 megfigyelő felé. Legyen B az az esemény, amikor a fényjel megérkezik O_2-höz, és O_2 azonnal egy másik jelet indít visszafelé O_1-hez, akihez ez a C téridőpontban érkezik meg (2.10. ábra). A kérdés az, hogy az O_1 megfigyelő világvonalán melyik az az esemény, amelyik egyidejű B-vel. Eléggé kézenfekvő, hogy ez az esemény valahol az A és C között van a $t_3 = t_1 + \varepsilon(t_2 - t_1)$ időpontban, ahol $\varepsilon \in (0,1)$. Azt gondolhatnánk, hogy ε értékét a fény oda- és visszafelé történő terjedésének sebessége meghatározza. Kiderül azonban, hogy ez nincs így. A

$$\frac{\overrightarrow{c}}{\overleftarrow{c}} = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$$

hányadosból ε nem határozható meg, mert ennek a hányadosnak az értéke nem kevésbé konvencionális, mint magának az ε-nak az értéke. Nem lehetséges ugyanis a fény terjedésének egyirányú sebességét megmérni az egyidejűség előzetes fogalma nélkül. Ez egy egyszerű logikai tény, ha direkt módon a fény egyirányú terjedési sebességét akarnánk megmérni, hiszen ehhez a fényjel elindulásának és megérkezésének idejét kellene összevetnünk. Számos olyan javaslat is volt az irodalomban, amely különböző indirekt módszerekre vonatkozott.[42] E javaslatok részletesebb analízise kimutatta,[43] hogy nincs olyan trükkös mérési eljárás, amellyel lehetséges lenne a fény egyirányú terjedési sebességét meghatározni anélkül, hogy az eljárás maga ne tételezné fel az egyidejűség előzetes definícióját.[44]

37. Megtehetjük természetesen, hogy az egyidejűséget nem a fent vázolt eljárással, hanem valamilyen más, fizikailag szintén plauzibilisnek tekinthető módszerrel értelmezzük. Túl azon, hogy választásunknak ez a szabadsága – mint Wesley Salmon helyesen mutat rá – már önmagában tükrözi az egyidejűség fogalmának konvenció jellegét, kérdés, hogy más definíció mentes-e attól a konvencionális elemtől, melyet az ε értékének szabad megválasztása jelent. Mint legfontosabb ilyen alternatívát, érdemes megvizsgálnunk, hogy mi a helyzet az egyidejűség órák lassú eltolása útján történő értelmezésével. Michael Friedman, polemizálva Reichenbach és Grünbaum tézisével, azt állítja, hogy ezzel a módszerrel problémamentesen szinkronizálhatunk távoli órákat, és hogy ez a szinkronizálás a standard $\varepsilon = \frac{1}{2}$ szinkronizációnak felel meg.[45] Az elgondolás lényege a következő: Az egymástól távoli A és B megfigyelők óráit úgy szinkronizáljuk, hogy egy harmadik órát szinkronizálunk az A megfigyelő órájával, majd ezt átszállítjuk a B-hez, és hozzáállítjuk a B megfigyelő óráját (2.11. ábra). Órák mozgatása során az idődilatációs effektusok miatt a kezdetben szinkronizált órák szinkronizáltsága megszűnik. Ez az oka annak, hogy a távoli órák összehangolására

[42] Lásd Stedman 1972.

[43] Salmon 1977.

[44] Érdemes talán megjegyeznem, hogy a Michelson–Morley-kísérlet csupán a fény oda-vissza terjedésének átlagsebességére vonatkozó izotrópiát igazol.

[45] Friedman 1983, 314-315. o.

általában nem ezt a módszert, hanem fényjelek oda-vissza küldését választjuk. Megmutatható azonban – hangzik az argumentum –, hogy

> *Egy óra mozgatásakor fellépő idődilatációs effektus tetszőlegesen kicsivé tehető, ha az óra mozgatásának sebessége nullához tart.*

Az alábbiakban megmutatjuk viszont, hogy ez nem igaz. Pontosabban, ezt az állítást nem tekinthetjük igaznak az egyidejűség előzetes definíciója nélkül.

38. Végezzük el a következő számítást. Egy órát lassan mozgassunk A megfigyelőtől B-ig. Számítsuk ki az óra állását amikor p pontba érkezik:

$$T=\sqrt{t_s^2-\frac{x^2}{c^2}}$$

Továbbá számítsuk ki, mennyit mutat az A megfigyelő órája akkor, amikor a p ponttal – adott ε mellett értelmezve – egyidejű r pontba érkezik:

$$t=t_1+(t_2-t_1)\varepsilon=t_s-\frac{x}{c}+\frac{2x}{c}\varepsilon=t_s+\frac{x}{c}(2\varepsilon-1)$$

A két óra állásának különbsége

$$\begin{aligned}
\Delta &= |t-T|=\left|t_s+\frac{x}{c}(2\varepsilon-1)-\sqrt{t_s^2-\frac{x^2}{c^2}}\right| \\
&= \left|t_s\left(1-\sqrt{1-\frac{x^2}{c^2t_s^2}}\right)+\frac{x}{c}(2\varepsilon-1)\right| \\
&\approx \left|\frac{1}{2}\frac{x^2}{c^2t_s}+\frac{x}{c}(2\varepsilon-1)\right|
\end{aligned}$$

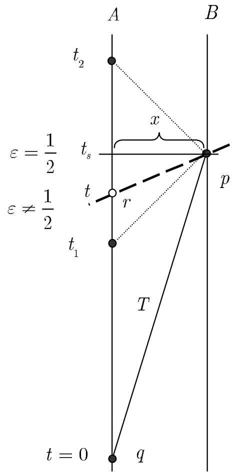
Az, hogy az elmozdítás nagyon lassú, abban nyilvánul meg, hogy rögzített x érték mellett $t_s\to\infty$. Mint látjuk,

$$\lim_{t_s\to\infty}\Delta=\left|\frac{x}{c}(2\varepsilon-1)\right|$$

ami csak akkor nulla, ha $\varepsilon=\frac{1}{2}$. *Vagyis általában nem igaz, hogy a lassan mozgatott óra az A megfigyelő órájával szinkronban marad!* Ha ezt állítjuk, implicite feltesszük, hogy az egyidejűség definíciójában $\varepsilon=\frac{1}{2}$-et választunk. A tévedés nyilván onnan ered, hogy az egyidejűség előzetes értelmezése nélkül meg tudjuk állapítani, mennyi a két óra által mutatott idők különbsége, ha az egyiket A-ból B-be, majd vissza A-ba mozgatjuk. A fenti számoláshoz hasonló módon kiszámítva ugyanis, a következőt kapjuk:

$$\Delta_{ABA}=2t_s-2\sqrt{t_s^2-\frac{x^2}{c^2}}\approx\frac{x^2}{c^2t_s}$$

Ez az eredmény valóban független az egyidejűség értelmezésétől, vagyis nem függ ε értékétől, és valóban nullához tart, ha $t_s\to\infty$. Egy szóval, az órák lassú mozgatásával sem lehetséges a szinkronizálást úgy elvégezni, hogy az ne foglalna magában egy, az ε megválasztásával összefüggő konvencionális elemet.



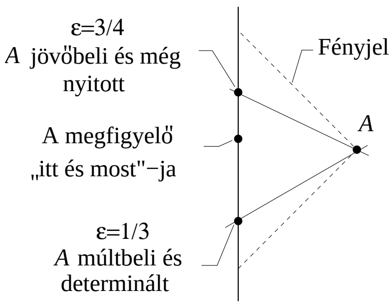
2.11. ábra. *A q pontban szinkronizált órák egyikét A-tól a B megfigyelőhöz visszük. A p pontban az odaérkező óra T időt mutat. Ezzel „egy időben” A órája az r téridő-pontban van, és t időt mutat. Ez utóbbi viszont függ attól, hogy az egyidejűséget hogyan definiáljuk*

39. Nincs tehát a természetnek olyan ténye, amellyel ellentmondásba kerülnénk, ha az egyidejűség definíciójában ε értékét minden inerciarendszerben $\frac{1}{2}$-től különböző-nek választanánk. Ezzel természetesen a fény (egyirányú) terjedési sebessége c-től különböző lenne, kettős értelemben is, különböző az egyes inerciarendszerekben, és különböző a különböző irányokban. Érdemes megjegyeznünk, hogy a relativitáselmélet megfogalmazható anélkül is, hogy az ε értékét rögzítenénk. Mint Winnie (1970) megmutatta, meghagyhatjuk ε-t szabad „gauge”-paraméternek az elméletben. Minden olyan döntő kísérleti tény, amely a relativitáselméleten belül levezethető az $\varepsilon = \frac{1}{2}$ feltevés mellett, levezethető a relativitáselmélet többi posztulátumából, melyek nem tartalmaznak az egyidejűségre illetve a fény egyirányú sebességére vonatkozó utalást.

40. Érdemes röviden kitérnünk arra, mit mondhatunk az egyidejűség ontológiai státuszáról a Lorentz-elmélet tükrében. A Lorentz-elmélet téridő felfogásában az idő nem vonatkoztatási rendszer-függő. Tehát a Lorentz-féle felfogás szerint létezik valamilyen vonatkoztatási rendszertől független, univerzális idő. Az általános feltételezés szerint a fény az éterhez rögzített vonatkoztatási rendszerben minden irányban, oda és vissza, ugyanazzal a c sebességgel terjed, melyet a Maxwell-egyenletekből származtathatunk. Következésképpen, általános esetben, az éterhez képest mozgó vonatkoztatási rendszerben az órák szinkronizálásának einsteini módja alapvetően helytelen, hiszen a fény nem azonos relatív sebességgel terjed a két irányban, tehát egy lorentz-i nézőpontból az $\varepsilon = \frac{1}{2}$ nem hogy egyik lehetséges választás, hanem általában hibás! Ugyanakkor a két elmélet tökéletes harmóniában áll egymással. A fentiekben mondottak szerint, a relativitáselméletben ε értékét szabadon választhatjuk meg, tehát éppenséggel választhatnánk a Lorentz-elmélet szerinti helyes értéket is, attól függően, hogyan mozog a szóban forgó inerciarendszer az éterhez képest. Másfelől, a lorentz-i nézőpontból, ε értékének ez a helytelen megválasztása „bocsánatos tévedésnek” számít, mert nincs olyan fizikai, mérhető effektus, amellyel kimutathatnánk, hogy inerciarendszerünk hogyan mozog az éterhez képest. Amint azt a **20.** pontban láthattuk, az éterhez képest tetszőlegesen mozgó inerciarendszerben a helytelenül definiált szinkronizálással nyert mérőszámokkal leírt fizikai törvények ugyanazok, mint az álló rendszerben.

41. Azt hihetnénk, hogy a Lorentz-elméletben az egyidejűség definíciója legalább az éterhez rögzített vonatkoztatási rendszerben egyértelmű, hiszen ott a fényterjedés sebességét a Maxwell-egyenletek határozzák meg. Vegyük észre, hogy ezt az argumentumot a relativitáselméletben is használhatnánk, azonban egyik elmélet keretében sem tartható. Valóban, ha sikerülne empirikusan megállapítanunk a Maxwell-egyenletekben szereplő, *kritikus sebesség*[46] egyirányú értékét, akkor ebből megtudhatnánk a fényterjedés egyirányú sebességét. A kritikus sebesség meghatározásához azonban arra lenne szükség, hogy kimérjük, mekkora erőt gyakorol a mágneses mező egy adott irányban adott sebességgel mozgó töltésre. Tehát előzetesen meg kellene határoznunk a töltés egyirányú sebességét egy adott inerciarendszerben, és ezt, mint fentebb kimutattuk, nem tehetjük meg az egyidejűség előzetes definiálása nélkül.

42. Ami minket az egyidejűség fogalmának fenti analíziséből elsősorban érdekel, az a következő. Egy pillanatra fogadjuk el, hogy a „determináltság”, éppúgy, mint a „múlt”, „jelen” és „jövő”, olyan fogalmak, melyeket csak egy-egy megfigyelő vonatkoztatási rendszeréhez kötve értelmezhetünk. A fenti analízisből azonban az derül ki, hogy a helyzet ennél is rosszabb. Egyetlen vonatkoztatási rendszeren belül maradva is azt kell mondanunk, hogy ezek a fogalmak semmi olyat nem fejeznek ki, ami az objektív világra vonatkozna. A „determináltság”, a „múlt”, a „jelen” és a „jövő” mind *gauge*-függő fogalmak. Az A esemény determinált az $\varepsilon = \frac{1}{3}$ választás szerint (2.12. ábra), de nem determinált, ha történetesen az ε értékét $\frac{3}{4}$-nek választjuk.



2.12. ábra. *Az A esemény determinált az* $\varepsilon = \frac{1}{3}$ *választás szerint, de nem determinált az* $\varepsilon = \frac{3}{4}$ *választás mellett*

43. Mindezt figyelembe véve, az 1. Tételt erősebb formában ismételhetjük meg, úgy, hogy egyetlen vonatkoztatási rendszerben maradunk, és nem hivatkozunk a különböző megfigyelők vonatkoztatási rendszereire. Ennek az a jelentősége, hogy a tétel a Lorentz-elmélet keretei között is érvényes lesz.

3. Tétel. *Legyen γ egy rögzített megfigyelő. Jelölje $q \sim_\varepsilon p$ azt a relációt, hogy q és p egyidejű a γ megfigyelő rendszerében egy adott ε mellett. Legyen A egy nem üres*

[46] Továbbra is a Maxwell-egyenletekben szereplő c természeti állandóról van szó, azonban most úgy gondolunk rá, mint egy sebességdimenziójú állandóra, amely a mágneses jelenségekre vonatkozó formuláinkban szerepel.

részhalmaza $\mathcal{M}$ téridőnek, melyre fennáll, hogy

$$(\forall p,q)\left[\left(p\in A\;\&\;(\exists\varepsilon)\left[q\sim_{\varepsilon}p\right]\right)\Rightarrow q\in A\right] \tag{2.14}$$

Ekkor $A=\mathcal{M}$.

Bizonyítás. Ha $p\in A$, akkor $C(p)\subseteq A$. Valóban, ha $r\in C(p)$, akkor p és r térszerűen szeparáltak. Következésképpen létezik olyan ε, hogy $r\sim_{\varepsilon}p$, amely maga után vonja, hogy $r\in A$. Hasonló megfontolásból, $C(C(p))\subseteq A$. Másfelől azonban, a Minkowski-téridőben, $C(C(p))=\mathcal{M}$, tehát $A=\mathcal{M}$.

44. Nem a teljes relativitáselmélet és még csak nem is az inerciális vonatkoztatási rendszerek relatív mozgása az, amely maga után vonja az egyidejűség fogalmának konvencionális jellegét, hanem *az az egyszerű természeti tény, hogy van határsebesség.* Néhány kvantumjelenségtől eltekintve (EPR- és GHZ-kísérletek), melyekre még a későbbi fejezetekben visszatérünk, erős kísérleti alátámasztást nyert az a tény, hogy semmiféle fizikai hatás nem terjedhet a fénysebességnél nagyobb sebességgel. Az egyidejűség konvenció jellegéből a következő konklúziót vonhatjuk le: A „múlt- jelen- és jövőidejűség”, valamint a „determináltság–indetermináltság” – amennyiben azt a múlt–jelen–jövő-típusú temporális tulajdonságokhoz kötjük –, konvencionális, gauge-függő fogalmak, vagyis *nincs a valóságban az eseményeknek olyan objektív tulajdonsága, amelyet ezek a fogalmak fejeznek ki.* Hangsúlyoznunk kell, hogy lehetne ez az objektív tulajdonság akár egy vonatkoztatási rendszerhez kötött tulajdonság is. Egy test sebességének nagysága, például, egy olyan objektív tulajdonság, amelyet egy adott vonatkoztatási rendszerhez kötött módon értelmezünk. A múlt-, jelen- és jövőidejűség, valamint a determináltság azonban olyan fogalmak, mint például a test potenciális energiájának értéke. A potenciális energia tipikusan gauge-függő mennyiség, ezért nem fejez ki semmit sem. Nincs olyan fizikai, empirikus tény, amelyből ez a számérték következne.

3. fejezet

Mi esszenciális és mi nem az idő fogalmában?

Elég-e egyszerűen a hasunkra ütnünk, és a világról készült felvételeken ezt és ezt a részletet kiragadva, azt mondanunk: mostantól ezt az „óramutató állásának" nevezzük, és az így definiált paramétert „időnek" ...?

---

45. A relativitáselmélettel, és általában a térrel és idővel kapcsolatos fenti megfontolásainkból arra a következtetésre jutottunk, hogy a térre és időre vonatkozó állításaink nagymértékben konvención alapulnak. Különösen meglepő ez a konklúzió, ha az időre vonatkoztatjuk, hiszen az idő fogalmához – melynek megértése régi problémája a filozófiának – mélyebb metafizikai megfontolások tapadnak. Az időről folytatott diskurzusnak alapvetően két típusát szokás megkülönböztetni a filozófiai irodalomban. E két típus megkülönböztetése az idővel kapcsolatos hétköznapi nyelvhasználatban is megjelenő különbségen alapszik: Ha eseményeket időbeliségük alapján jellemezni akarunk, akkor olyan szavakat szoktunk használni, mint *előbb–később*, vagy *jövőbeli–jelenbeli–múltbeli*. Az események e két lehetséges temporális jellemzése között az az alapvető különbség, hogy az egyik „időtlen", míg a másik nem. Ha egy X esemény *előbbi*, mint Y, akkor ez a viszony minden időpillanatban változatlanul fennáll. Ezzel szemben a *jövő–jelen–múlt*-típusú temporalitás azt tételezi, hogy az eseményeknek van egy tulajdonsága, amely változik: jövőbeli események az idő múlásával jelenbelivé válnak, majd múltbeliek lesznek. Más szóval, hogy az idő „folyik", hogy az események „bekövetkeznek", hogy az idő múlása az események ontológiai státuszában valamiféle változást eredményez. A McTaggarttól származó[1] terminológiában, események időbeli sorozatát, az első esetben *B-sorozatnak*, a második esetben *A-sorozatnak* nevezzük. E tradicionálisan használt, és nem túl szerencsés terminológia, valójában az idő lényegének két különböző megközelítését tükrözi.

[1] McTaggart 1908, 1993.

46. Érdemes röviden megismerkednünk azzal, ahogyan McTaggart eredetileg használta ezeket a fogalmakat, továbbá azzal az argumentummal, mellyel azt kívánta bebizonyítani, hogy az időnek nincs semmiféle realitása. McTaggart érvelése két lépésből áll: az első lépésben azt mutatja meg, hogy az idő fogalma csak az A-sorozat segítségével ragadható meg. Vagyis, hogy A-sorozat nélkül nincs idő. Második lépésben pedig azt, hogy A-sorozat a valóságban nem létezik. Abból – a senki által nem vitatott megállapításból indul ki, mely szerint az idő elválaszthatatlan a változás fogalmától. Nem lehetne időről beszélnünk akkor, ha semmi nem változna a világban. McTaggart szerint azonban csak egyetlen esetben lehet változásról beszélni, nevezetesen, ha a világ eseményeinek van valamilyen tulajdonsága, amely megváltozik:

> Nem születik változás abból, ha egy esemény megszűnik esemény lenni, abból sem, ha egyik eseményt egy másik váltja fel. Milyen más módja van tehát a változásnak? Ha egy esemény jellemzői megváltoznak, akkor bizonyosan van változás! De milyen jellemzői változhatnak meg egy eseménynek? Úgy gondolom, a jellemzőknek egyetlen ilyen osztálya van csupán. És ez az osztály a szóban forgó esemény azon meghatározottságaiból áll, melyeket az A-sorozat terminusaival ragadhatunk meg. Vegyünk bármilyen eseményt – Anna Királynő halálát, például – és vizsgáljuk meg, milyen változások történhetnek ennek az eseménynek a jellemzőiben. Az, hogy ez egy halál, hogy ez Stuart Anna halála, hogy ilyen és ilyen okai voltak, hogy ilyen és ilyen hatása volt – ezek a jellemzők mind olyanok, melyek sohasem változnak meg. ... Egyetlen vonatkozásban történik változás: Kezdetben egy olyan esemény volt, amely a távoli jövőben van, majd egyre közelebbi esemény lett. Egyszer csak jelenbelivé vált. Aztán múltbelivé, s mindörökké az is marad, minden pillanattal az egyre távolabbi múltba kerül. Ez az egyetlen jellemzője az eseménynek, amely megváltozhat. És ennélfogva, ha van változás, az csakis az A-sorozatban kereshető. Ha nincs A-sorozat, akkor változás sincs.[2]

47. Az argumentáció második részében McTaggart azt bizonyítja be, hogy A-sorozatok nincsenek. Mielőtt részleteiben megnéznénk ezt a bizonyítást, melynek helyességét egyébként sokan vitatják, érdemes megjegyeznünk, hogy a Putnam-tételben (**42.** pont) tulajdonképpen valami hasonlót bizonyítottunk. McTaggart állítása azonban erősebb: a Putnam-tételben ugyanis feltettük, hogy a múlt–jelen–jövő-típusú temporális tulajdonságok a (2.14) formula szerinti relációban állnak az egyidejűséggel. Itt semmiféle hasonló feltevés nincs. McTaggart bizonyítása a következő:

> A múlt, a jelen és a jövő, inkompatibilis meghatározottságok. Minden eseményre igaz valamelyik, de csak az egyik. ... E tulajdonságok tehát inkompatibilisek. Ugyanakkor, mindegyik esemény rendelkezik mindhárom tulajdonsággal. Ha egy M esemény jövőbeli, akkor jelenbeli és múltbeli

[2] Uo. 26. o.

> lesz. Ha jelenbeli, akkor jövőbeli volt, és múltbeli lesz. Vagyis minden eseményhez mindhárom karakterisztika hozzátartozik. Hogy egyeztethető ez össze azzal, hogy inkompatibilisek? Úgy tűnhet, ezt könnyen megmagyarázhatjuk. ... Az, hogy M jelenbeli, múltbeli lesz, jövőbeli volt, azt jelenti, hogy jelenbeli a jelen pillanatban, hogy múltbeli valamilyen jövőbeli pillanatban, és, hogy jövőbeli valamilyen múltbeli pillanatban. De minden pillanat, éppúgy mint minden esemény, egyaránt múltbeli, jelenbeli és jövőbeli. Így tehát hasonló problémával találjuk magunkat szemben. Ha M jelenbeli, akkor nincs olyan múltbeli pillanat, amikor múltbeli. De a jövőbeli pillanatok, melyekben M múltbeli, éppannyira múltbeliek is, melyekben viszont M nem lehet múltbeli. ... Tehát megint ellentmondásra jutunk, hiszen azok a pillanatok, melyekben M az A-sorozatbeli valamelyik meghatározottsággal bír, egyben olyan pillanatok is, melyekben nem rendelkezhet a szóban forgó meghatározottsággal. Ha most úgy próbáljuk feloldani az ellentmondást, hogy ugyanazt mondjuk ezekről a pillanatokról, amit az előbb mondtunk magáról M-ről, hogy tudniillik egy bizonyos pillanat, például jövőbeli, jelenbeli, valamint múltbeli lesz, akkor az így használt igeidőknek ugyanazt a jelentést tulajdonítjuk, mint az előbb. Vagyis, hogy a szóban forgó pillanat jövőbeli valamilyen jelenbeli pillanatban, és jelenbeli illetve múltbeli lesz valamilyen jövőbeli pillanatokban. Ezzel persze ugyanaz a probléma kezdődik elölről, s ez folytatódik a végtelenségig.[3]

48. Nem véletlen, hogy a bizonyítást szó szerint idéztem. Meggyőződésem ugyanis, hogy azoknak van igazuk, akik szerint a fenti bizonyítás téves. Ezzel nem azt kívánom állítani, hogy A-sorozatok léteznek, hanem csupán azt, hogy létezésüket a fenti gondolatmenettel nem zárhatjuk ki. Ugyanis

1. Ha a *múlt*, a *jelen*, és a *jövő* kategóriákat hallgatólagosan mindig egy meghatározott időpillanatra, pontosabban a sorozat egy eseményére vonatkoztatva értelmezzük, akkor ez azt jelenti, hogy e kategóriáknak van egy „elhallgatott” indexe. Helyesen azt kellene írnunk, hogy $\textit{múlt}_X$, $\textit{jelen}_X$ és $\textit{jövő}_X$, ahol X a sorozat egy tetszőleges eseménye. Az viszont, hogy egy M esemény, például, $\textit{múlt}_X$-beli, M-nek egy olyan tulajdonsága, amely nem változik. Ebben az esetben tehát a sorozat nem is A-sorozat. Semmiféle ellentmondás nincs.

2. Tegyük most fel, hogy a sorozat tényleg A-sorozat, és a „múltbeli eseménynek lenni”, „jelenbeli eseménynek lenni” és „jövőbeli eseménynek lenni” – így, indextelenül – az eseményeknek olyan tulajdonságai, amelyek időben változnak. Természetesen egyetérthetünk McTaggarttal, hogy kizárólag ezek a tulajdonságok lesznek az események olyan tulajdonságai, amelyek változnak. Nem abban

[3] McTaggart 1993, 32-33. o.

> az értelemben változnak, hogy relatívak lennének egy időpillanatra vonatkoztatva, mint az előző esetben, hanem ahogyan bárminek bármilyen tulajdonsága időben változik, ha változik. Az alma előbb *éretlen*, aztán *ehető*, majd végül *rothadt*. E három kategória az alma időben változó tulajdonságait tükrözi. Hogy van-e A-sorozat, azaz, hogy az eseményeknek van-e ilyen időben változó tulajdonsága, hogy a múlt-, jelen- és jövőbeliség köthető-e az ontológiai státuszuk változásának fázisaihoz, hogy a jövőbeli események „megérnek-e” mint az alma, és „bekövetkeznek-e”, ezek mind súlyos filozófiai kérdések, és egyáltalán nem zárom ki, hogy a válasz ezekre a kérdésekre nemleges. De pusztán az a tény, hogy az alma az idő múlásával átmegy az *éretlenség,* az *ehetőség* és a *rothadtság* fázisain, nem fordítható le arra a logikai formulára, mely szerint az alma *éretlen* & *ehető* & *rothadt*. Tehát semmiféle ilyen logikai ellentmondás az A-sorozat létezéséből nem vezethető le.

49. Meggyőződésem szerint van még egy pontja az érvelésnek, ahol nem kell McTaggarttal egyetértenünk. Nevezetesen, hogy nincsen változás A-sorozat nélkül. Igaz, hogy „ha egy esemény jellemzői megváltoznak, akkor bizonyosan van változás”, de ebből nem következik, hogy a változás fogalmát kizárólag az események jellemzőinek megváltozása révén lehet filozófiailag megragadni. A B-teoretikusok szerint az idő lényege, hogy a világ állapotai egy „megelőzi” relációval lineárisan rendezhetők, és a változás egyszerűen annyit jelent, hogy a dolgok állása e sorozat egyik, t-vel indexelt helyén különbözik a dolgok állásától egy másik, t' helyen. Mint Russell írja:

> A változás nem más, mint az igazság és hamisság tekintetében fennálló különbség két kijelentés között, melyek egyike egy bizonyos entitásra és egy T időpillanatra, a másik pedig ugyanarra az entitásra és egy T' időpillanatra vonatkozik, feltéve, hogy a két állítás csupán abban tér el, hogy az egyikben T, a másikban T' szerepel.[4]

Vagyis, továbbra is Russell egyik példájánál maradva, változás történik, ha <A piszkavas a T időpontban forró> állítás *igaz*, és <A piszkavas a T' időpontban forró> állítás *hamis*. Russellel polemizálva McTaggart a következőt írja:

> Vegyünk egy másik sorozatot. A greenwich-i meridián szélességi fokok egész sorozatát szeli át. És találhatunk két olyan S és S' pontot ebben a sorozatban, melyekre fennáll, hogy az <S pontban a greenwich-i meridián az Egyesült Királyság területére esik> kijelentés igaz, míg az <S' pontban a greenwich-i meridián az Egyesült Királyság területére esik> kijelentés hamis. De senkinek se jutna eszébe azt mondani, hogy ez valamiféle változást jelent. Akkor miért mondanánk ezt egy másik sorozat esetében?[5]

[4] McTaggart 1993, 27. o.
[5] Uo. 28. o.

Tovább gondolva McTaggart példáját, tegyük fel, hogy van egy műszerünk, amely valamilyen τ mennyiség éppen aktuális értékét mutatja. Készítsünk a világ állapotairól felvételeket úgy, hogy a kép sarkában ott látható a műszer mutatójának állása. Tegyük fel, hogy τ paraméter értékei lineárisan rendezhetők, és ennek megfelelően ezeket a „fényképeket” egy sorozatba rendezzük. Vagyis a világ állapotainak egy sorozatát – ha tetszik, események egy sorozatát – kaptuk. Tükröz-e e sorozat bármiféle változást a világban? McTaggart fenti példáját alapul véve, azt kell mondanunk, hogy általában nem. Kivéve, ha a szóban forgó műszer egy óra! De mi tesz egy mérőműszert órává? S mi teszi az általa mért τ paramétert idővé? Elég-e egyszerűen a hasunkra ütnünk és a világról készült felvételeken ezt és ezt a részletet kiragadva, ezt mondanunk: mostantól, azt az „óramutató állásának” nevezzük, és az így definiált paramétert „időnek”, a felvételek e szerinti rendezését pedig „időrendezésnek”, „idősorozatnak”? Más megfogalmazásban:

> Az A- és B-időskálák közötti elsőbbség, s ezáltal az idő alapvető természete, egyetlen kérdésre adott helyes válaszon múlik, nevezetesen, hogy mi tesz egy B-pillanatot jelenné? [6]

Mint láttuk a **30.** pontban, például, a relativitáselméletben egyszerűen úgy döntünk, hogy a deformált órákkal mért mennyiséget időnek tekintjük, és a világnak így is egy konzisztens leírásához jutunk. Ez persze még nem olyan radikális lépés, a deformált órák nem fogják átrendezni az idősorozatokat, hiszen a deformált óra által mért mennyiség szigorúan monoton növekvő függvénye a deformálatlan óra által mért időnek. Megengedhető-e radikálisabb módosítása az idő fogalmának? Jogos-e bármiféle szabad választás, filozófiai szempontból? S ha igen, hol van ennek a szabadságnak a határa? Ezekre a kérdésekre különböző válaszokat szokás adni a filozófiában. A korábbi fejezetekben általam szorgalmazott konvencionalista felfogás szerint a rendezés alapjául szolgáló lehetséges paraméterek közül nincs egy kitüntetett, amelyik ténylegesen tükrözné a világ változásait, míg a többi nem. Az, hogy a hétköznapi gondolkodásunk szerint, valamint pszichikailag, ennek ellenkezőjéről vagyunk meggyőződve, csupán azzal magyarázható, hogy létezik az időrendezésnek egy „kitüntetett” módja, amely az evolúció során mélyen belénk ivódott. Nevezetesen az, amely a nappalok és éjjelek váltakozására és más csillagászati/meteorológiai jelenségekre épül. Az a tény, hogy a világ fizikai leírásában is, *konvencionálisan*, ezt a természetesnek érzett „csillagászati időt” használjuk, csak fokozta azt a meggyőződésünket, hogy a világ változásainak ez az „igazi” leírása, s hogy az így kialakult időfogalmunk valamiféle metafizikai kitüntetettséget élvez. Más filozófiai irányzatok szerint a kiválasztás nem csupán konvención alapszik, s nem is csupán biológiailag, vagy a priori (mint Kantnál) adott. Egyesek szerint a kauzalitás alapvetőbb fogalom, mint az idő, és az időrendezés módját a kauzális rendezés választja ki.[7] Vannak, akik szerint az időrendezésnek a termodinamikai entrópia fogalmára kell épülnie, míg pl. Swinburne szerint az idő

[6] Mellor 1998, 11. o.

[7] Reichenbach 1956; Grünbaum 1971; Mellor 1981, 1993, 1995.

struktúrája, és ezáltal a helyes időrendezés pusztán logikai szükségszerűségekből levezethető.[8] Az A-teoretikus Prior, és a B-teoretikus Belnap egyaránt úgy gondolják, hogy az idősorozatoknak tükrözniük kell a világ modális szerkezetét.[9]

50. Ezen a ponton meg kell említenünk egy másik nehézséget. Bárhogyan fogjuk is fel a változás fogalmának lényegét, ahhoz, hogy megmondjuk valamiről, hogy változik-e, és hogy milyen mértékben és milyen módon, előzetesen meg kell tudnunk mondani azt, milyen esetben lenne változatlan. Nevezhetnénk ezt a „filozófiai párhuzamos eltolás problémájának”. Ahhoz, hogy két geometriai alakzat egymástól különbözzön, előzetesen definiálnunk kell az egybevágóság fogalmát, vagyis a kongruencia esetét. Ehhez az kell, hogy előzetesen definiáljuk, mit nevezünk *párhuzamos eltolásnak*. Ahhoz, hogy azt mondhassuk, a test mozgásállapota valamely kölcsönhatás következtében megváltozik, előzetesen definiálnunk kell, mi számít *inerciális mozgásnak*,[10] ahhoz, hogy egy fizikai mező két lokális konfigurációját a téridőn összehasonlítsuk, s hogy azt mondhassuk, hogy valamilyen más mezőkkel való kölcsönhatás következtében e konfiguráció megváltozott, előzetesen szükségünk van egy *konnekció*-fogalomra,[11] és így tovább. Vagyis a változás fogalma nem kevésbé konvencionális, mint a téré és az időé. (Poincaré koronglakói is változatlannak hiszik a méterrúdjaikat, amikor egyik helyről a másikra viszik őket!)

51. Már az is problematikus, pontosabban csupán konvenció kérdésének tűnik, hogy mi az az entitás, amelynek a változásáról van szó. Mi változik meg a valóságban, ha az <én autóm> 1999-ben *Fiat*, és 2000-ben *Suzuki*? Ebben az esetben „tudjuk” a választ: semmi, <az én autóm> 1999-ben nem ugyanazt az entitást jelöli, mint <az én autóm> 2000-ben. De nem ugyanez-e a helyzet bármilyen más entitással? Vajon <én> ugyanaz vagyok-e 1999-ben, mint 2000-ben? Például nem pontosan ugyanazokból a sejtekből állok! Vajon a személyiségem ugyanaz-e 1999-ben, mint 2000-ben, kérdezhetnénk Derek Parfittel?[12] Egy társasház lakóközössége ugyanaz a lakóközösség-e, ha közben a lakók kicserélődtek? Egy foton ugyanaz a foton-e 10^{-9} másodperccel később? Ezek mind nagyon is releváns metafizikai kérdések. Csupán azt kívántam érzékeltetni, hogy egyfelől igaza van McTaggartnak abban, hogy az idő és a változás fogalma szorosan összefonódik, és abban is, hogy a változás Russell-féle értelmezése nem kielégítő, ugyanakkor nem gondolom, hogy ezeket a filozófiai kérdéseket akár az angol igeidők elemzésével, akár a **47.** pontban bemutatott, logikai bűvészmutatvánnyal lehetséges volna megválaszolni.

[8] Swinburne 1968.

[9] Prior 1993; Belnap 1992.

[10] Ez történik az általános relativitáselméletben: a geodetikus mozgástól történő deviációhoz előbb szükség van a geodetikus fogalmára, melyet a Riemann-konnekcióval definiálunk (Hawking és Ellis 1973).

[11] Figyelemre méltó, hogy a részecskefizika ma standardnak számító *gauge*-elméletei pontosan ebből a megfontolásból születtek meg (Yang és Mills 1954), és persze nem véletlen, hogy a matematikai leírásukra szolgáló fogalom éppen egy konnekció, hiszen a differenciálgeometriában a konnekció fogalma mögött ugyanaz az intuitív gondolat húzódik meg.

[12] Parfit 1987.

4. fejezet

Determinizmus

...minden empirikus információnk a világról olyan, hogy kizárólag csak az éppen aktuális történethez tartozik, és ezeknek az empirikus adatoknak az alapján sem kizárni, sem megerősíteni nem tudjuk, hogy az aktuális történetnek létezik-e alternatívája.

4.1. Mi a determinizmus?

52. Ebben a fejezetben megkíséreljük összefoglalni, mit is értünk determinizmus alatt. Kiindulásképpen álljon itt két jelentős filozófus víziója, melyek jól szemléltetik, hogyan szokás egy determinisztikus világot elképzelni. William James így ír:

> Mit tanít a determinizmus? Azt tanítja, hogy az univerzumnak a már lejátszódott része teljes egészében meghatározza, hogy a maradék része milyen lesz. A jövő nem rejteget a méhében különféle lehetőségeket: az a rész, amit jelennek hívunk, csak egyetlen totalitással kompatibilis. Az örökkévalóság által kiválasztott egyetlen jövőbeli komplementeren kívül minden más lehetetlen.[1]

Karl Popper szemléletes képe pedig a következő:

> A determinizmus intuitív fogalmát úgy foglalhatjuk össze, hogy a világ olyan, mint egy mozgófilm: az éppen kivetített kocka a *jelen*. A filmnek az a része, amelyet már levetítettek, a *múlt*. Az a része pedig, amelyiket még nem láthattuk, a *jövő*.[2]

Mindkét vízió a múlt, jelen és jövő fogalmával operál, s mint az előző fejezetekben láttuk e fogalmak meglehetősen problematikusak. Azután további tisztázásra szorul,

[1] Earman 1986, 4. o.
[2] Popper 1988, 5. o.

mit is jelent Jamesnél az, hogy a jelen csak egyetlen totalitással „kompatibilis”. Hogy e „kompatibilitást” értelmezzük, nem mást kell tennünk, mint definiálnunk, hogy mi a determinizmus.

53. De Popper film-víziója sem kevésbé problematikus.[3] Hiszen a kérdés éppen az, hogy determinálja-e valami azt, hogy a filmen mi van. Vagy, hogy a film eleje meghatározza-e a film folytatását. Mert, hogy a filmen valami van, hogy egy ilyen film létezik, az nyilvánvaló. *Che Sera, Sera.*[4] – idézik ilyenkor a jól ismert olasz dalt. És ez a filozófusok nagy táborának elégséges ahhoz, hogy a világot determinisztikusnak gondolja:

> Bár a „determináltnak” az az értelme, mely szerint a jövő determinált pusztán azért, mert az lesz, ami lesz, elegendő (legalábbis én így vélem) a determinizmus egyes ellenfeleinek – nevezetesen Bergsonnak és a pragmatistáknak – a megcáfolásához, a legtöbb ember mégsem erre az értelemre gondol, amikor úgy beszél a jövőről, mint ami determinált. Ilyenkor voltaképpen egy formulára gondolnak, amelynek segítségével a jövőt úgy lehet ábrázolni – s legalábbis elvileg ki lehet számítani – mint a múlt függvényét. E ponton azonban nagy nehézségekkel találjuk magunkat szembe...[5]

54. Mielőtt megismerkednénk azzal, hogy Russell milyen nehézségekre gondol, néhány idézet erejéig tekintsük át, hogy a determinizmus fogalmának milyen főbb megközelítésmódjai ismertek.

Megjósolhatóság, kiszámíthatóság

A determinizmus lényege a jövő eseményeinek megjósolhatósága, kiszámíthatósága. Itt a terminológiát tovább kell finomítanunk. Hiszen nem mindegy, hogy azt állítjuk, hogy a világ olyan, hogy a jövő eseményei *elvileg* megjósolhatók, vagy pedig azt, hogy *megjósolhatók.* Az előzőre példa Laplace determinizmus-felfogása:

> ... a világmindenség jelen állapota az előző állapot okozatának és az eljövendő állapot okának tekintendő. Az olyan értelem, mely egy bizonyos pillanatban a természet összes erőit és az azt összetevő egységek helyzetét ismerné, mely továbbá eléggé mélyreható volna ezen adatok elemzésére, egyazon képletbe foglalhatná a világ legnagyobb testének és legkönnyebb atomjának mozgását. Semmi sem volna bizonytalan előtte; a jelen módjára látná a jövőt, éppúgy, mint a múltat. Az emberi értelem a csillagászatban elért tökéletességgel halvány vázául szolgálhat egy ilyen értelemnek...

[3] Popper maga is csak egy felvezető, intuitív gondolatnak szánta.
[4] Ahogy lesz, úgy lesz.
[5] Russell 1976, 329. o.

> Az igazság keresése érdekében kifejtett minden erőlködése arra irányul, hogy minél jobban megközelítse a fent elképzelt értelmet.[6]

A praktikus, tudományos gyakorlat értelmében vett megjósolhatóságra példa Karl Popper determinizmus-definíciója:

> (A tudományos determinizmus) az a doktrína, mely szerint egy zárt fizikai rendszer tetszőleges jövő pillanatban vett állapotát, tetszőleges pontossággal meg lehet jósolni, még akár a rendszeren belülről is, oly módon, hogy a jóslatainkat tudományos elméletekből vezetjük le, a kezdeti feltételek ismeretében, melyek szükséges pontossága mindig kiszámolható, ... ha tudjuk, hogy milyen jóslási feladatról van szó. A démon, csakúgy, mint egy tudós ember, nem kell, hogy abszolút matematikai precizitással ismerje a kezdeti feltételeket; a tudóshoz hasonlóan meg kell elégednie véges pontossággal.[7]

Funkcionális kapcsolat az időszeletek között

Grünbaum megfogalmazásában a determinizmus a következőt jelenti:

> Mi a különbség e kétféle [determinisztikus és indeterminisztikus] világ között a jövőbeli események determináltsága szempontjából? A különbség abban a *funkcionális kapcsolatban* [Kiemelés tőlem.] van, amely összeköti a jövőbeli események attribútumait a jelenbeli, illetve múltbeli események attribútumaival.[8]

Russell ezt a funkcionális kapcsolatot a következőképpen írja le:

> Egy rendszerről akkor mondjuk azt, hogy „determinisztikus”, ha – feltéve, hogy adva vannak bizonyos $t_1, t_2, t_3, \ldots t_n$ időpontban e rendszerre vonatkozó $e_1, e_2, e_3, \ldots e_n$ adatok, és E_t a rendszer állapota valamely tetszőleges t időpontban – van egy olyan funkcionális viszony, mely szerint
>
> $$E_t = f(e_1, t_1, e_2, t_2, \ldots e_n, t_n, t)$$
>
> A rendszer „egy egész időszak folyamán determinisztikus” lesz, ha a fenti formulában szereplő t bármely időpont lehet ezen időszakon belül... Ha a világegyetem, mint egész, egy ilyen rendszert alkot, a determinizmus igaz a világegyetemre nézve; ha nem alkot ilyen rendszert, akkor nem igaz.[9]

---

[6] Eddington 1935, 75. o.
[7] Earman 1986, 8. o.
[8] Grünbaum 1974, 324. o.
[9] Russell 1976, 322. o.

Primitív modális szerkezet

Nuel Belnap a következőképpen írja le az objektív modalitást:

> A világ történetének egy adott pillanatában többféle lehetőség létezik arra, hogy a dolgok hogyan folytatódjanak. Mielőtt feldobjuk az érmét két lehetséges dolog is történhet, Fej vagy Írás. E két lehetőség nem csupán episztemikus értelemben létezik, hanem a valóságban.[10]

Ennek megfelelően, a világ akkor determinisztikus, ha a modális szerkezete a lehető legprimitívebb, vagyis egyetlen szálon fut. Elágazási pontok nincsenek.

55. E meghatározások mindegyike különböző problémákat vet fel. A nehézség, amelyre Russell utal a következő:

> Ha a megengedett formulák bonyolultságának foka tetszőlegesen nagy lehet, akkor – úgy tetszik – minden rendszernek, melynek egy adott pillanatban vett állapota bizonyos mérhető mennyiségek függvénye, determinisztikusnak kell lennie. Illusztrációként tekintsünk egyetlen anyagi részecskét, amelynek koordinátái t időpontban legyenek x_t, y_t, és z_t. Ekkor bárhogy mozog is a részecske, elméletileg kell lennie olyan f_1, f_2, f_3 függvényeknek, hogy
>
> $$\begin{aligned} x_1 &= f_1(t) \\ x_2 &= f_2(t) \\ x_3 &= f_3(t) \end{aligned}$$
>
> Következésképpen elvileg lehetségesnek kell lennie annak, hogy az anyagi világegyetem t időpontban vett egész állapotát t függvényeként ábrázoljuk. Így világegyetemünk a fentebb definiált értelemben determinisztikus lesz. Viszont ha ez igaz, akkor semmiféle információt nem adunk a világegyetemről, amikor azt állítjuk róla, hogy determinisztikus. Igaz, a szóban forgó formulák szigorúan végtelen bonyolultságúak lehetnek, tehát gyakorlatilag nem lehet sem leírni, sem felfogni őket. Ez azonban, ha eltekintünk tudásunk szempontjától, részletkérdésnek tetszhet: az anyagi világegyetemnek – amennyiben a fenti megfontolások helyesek – önmagában véve determinisztikusnak kell lennie, törvényeknek kell engedelmeskednie.[11]

A determinizmus Laplace- illetve Popper-féle értelmezése szempontjából a kérdés az, hogy ezeknek a függvényeknek a bonyolultsága milyen fokú lehet ahhoz, hogy a világ jövőbeli állapotai megjósolhatóak, vagy legalább elvileg megjósolhatóak legyenek.

[10] Belnap 1992.
[11] Uo. 329. o.

Az egyik lehetséges válasz erre a kérdésre, hogy a szóban forgó függvények legyenek kiszámíthatóak, azaz létezzen olyan algoritmus (hogy most ne kelljen belemennünk az algoritmusok elméletének részleteibe, a szemléletesség kedvéért mondjuk azt, hogy olyan véges idő alatt lefuttatható számítógépprogram), melynek input adatai a világ állapotát jellemző adatok összessége egy korábbi pillanatban, outputja pedig ezeknek az adatoknak az értéke egy későbbi pillanatban. Mint az ilyen algoritmusok elméletéből kiderül azonban, ez a követelmény túlságosan erős. Ebben az értelemben például nem lennének determinisztikusak az olyan fizikai elméletek, mint a hidrodinamika, vagy az elektrodinamika (általában a parciális differenciálegyenletekkel leírt dinamikai rendszerek[12]). A determinizmusnak primitív modális szerkezetként való értelmezése ezzel szemben annyira általános, hogy az általánosságnak ezen a szintjén a világ determinisztikus volta sohasem zárható ki. Ugyanis minden empirikus információnk a világról olyan, hogy kizárólag csak az éppen aktuális történethez tartozik, és ezeknek az empirikus adatoknak az alapján sem kizárni, sem megerősíteni nem tudjuk, hogy az aktuális történetnek létezik-e alternatívája. A determinizmus fogalmának fenti megfogalmazásaival kapcsolatban felmerül az a nehézség is, hogy egy részük olyan fogalmakkal operál, mint „idő”, „időszelet”, „a világ állapota egy adott pillanatban”. Ezek a fogalmak, mint korábban láttuk, meglehetősen problematikusak.

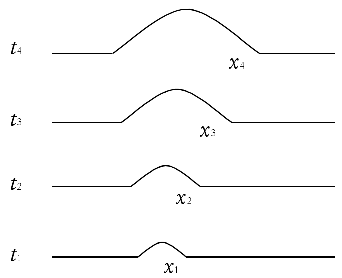
56. A determinizmusnak talán használhatóbb fogalmát kapjuk, ha azt definiáljuk először, hogy egy elméletet mikor nevezünk determinisztikusnak. Végső soron minden fizikai – vagy bármilyen más, a világ leírását célzó elmélet – a következő struktúrájú. Feltételez – gyakran csak implicite – egy $\mathcal{W}$ halmazt, a lehetséges világok halmazát, és megad egy Γ sablont, melynek az a funkciója, hogy a lehetséges világok közül kiválassza az aktuálisat. Az elméletet akkor fogjuk determinisztikusnak nevezni, ha csak egyetlen olyan $W \in \mathcal{W}$ lehetséges világ van, amelyik a Γ sablonnal összeegyeztethető. Például az elektrodinamika egy olyan elmélet, amelyben a lehetséges világok halmaza az összes lehetséges $\vec{E}(\vec{x},t)$ és $\vec{B}(\vec{x},t)$ térkonfigurációkkal van paraméterezve, a sablon pedig nem más, mint a Maxwell-egyenleteknek és a Cauchy-adatoknak a rendszere. Az elektrodinamika tehát determinisztikus, mert az egyenleteknek egyetlen megoldása létezik, amelyik a Cauchy-adatokkal is kompatibilis. Ha egy jelenségkörnek ismerünk determinisztikus elmélettel történő leírását, akkor a szóban forgó jelenségkör objektíve is determinisztikus. Ha nem, akkor csak annyit mondhatunk, hogy nem biztos, hogy determinisztikus, hiszen nem zárható ki, hogy létezik a jelenségkörnek egy determinisztikus leírása. Mint majd látni fogjuk a kvantummechanikáról szóló fejezetekben, a kvantummechanika önmagában nem kérdőjelezi meg a determinizmust, csupán azért, mert a világról egy nem determinisztikus, valószínűségi leírást ad. A determinizmus elleni komoly kihívás a kvantummechanikával kapcsolatban levezetett, úgynevezett *no go* tételekkel kezdődik, melyek azt állítják, hogy a kvantummechanikával leírt jelenségkörnek – általában – *nem létezhet* determinisztikus (pontosabban determinisztikus és lokális, lásd az **57.**, **58.** és **59.** pontokat) elmélete.

[12] Earman 1986.

4.2. Determinizmus és lokalitás

A fizikai hatások véges sebessége

57. A „klasszikus” fizika világképének nem csak a determinizmus, hanem a *lokalitás* is természetes tartozéka, vagyis az az idea, mely szerint nincsenek távolhatások. Itt természetesen nem a newtoni fizika fogalmaira, hanem a 19. század végére kialakult, tehát az úgynevezett „modern” fizikát közvetlenül megelőző állapotra gondolok. A 19. század végén a fizikai elmélet prototípusa az elektrodinamika volt. Az elektrodinamika nem csak determinisztikus fejlődését írja le az elektromágneses mezőnek, hanem lokális is, abban az értelemben, hogy a mező egy adott tértartományban vett konfigurációját „megváltoztatva” a Maxwell-egyenletek megoldása úgy változik meg, hogy ez a változás kezdetben csak e tartomány kis környezetében jelenik meg, majd véges sebességgel (történetesen a fény sebességével) terjed szét (4.1. ábra). A tényt,



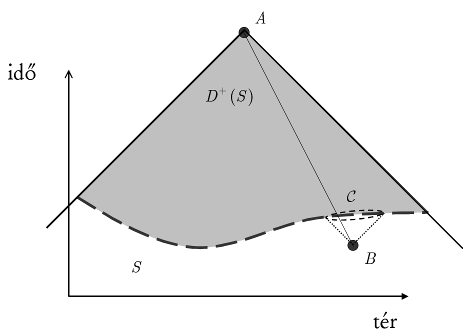
4.1. ábra. *Az elektromágneses mező konfigurációját egy kis tartományban az x_1 helyen megváltoztatjuk a t_1 pillanathoz tartozó Cauchy-felületen. A megváltozott Cauchy-adatokhoz egy új megoldása tartozik a téregyenleteknek. Ez az új megoldás olyan, hogy az eredeti megoldástól való eltérés időszeletről időszeletre fokozatosan nagyobb tartományban mutatkozik*

hogy tapasztalatunk szerint *nincs olyan fizikai hatás, amelyik a fénynél gyorsabban terjedne* – a kvantummechanikában majd felmerül, hogy látunk-e ilyet –, univerzálisan érvényes törvénynek feltételezzük. Világosan kell látni, hogy ez a törvény nem a relativitáselmélet kizárólagos sajátja, és logikailag független is a téridő struktúrájáról tett kijelentéseinktől. Hogy semmilyen fizikai hatás nem terjedhet a fénynél gyorsabban a Lorentz-elméletben természetesen nem fordítható le arra, hogy a „fénysebesség” nevű, c-vel jelölt természeti állandó *határsebesség*. Amint azt a **31.** pontban megmutattuk, a Lorentz-elmélet és a relativitáselmélet nem ugyanazt a fizikai mennyiséget nevezi sebességnek: a relativitáselmélet által használt „deformált sebesség” fogalomra természetesen – a Lorentz-elmélet szerint is – fennáll, hogy nem lehet nagyobb c-nél, míg a Lorentz-elmélet által sebességnek nevezett hagyományos sebességfogalomra, a (2.9) összeadási formula értelmében, – a Lorentz-elmélet szerint és a relativitáselmélet szerint egyaránt – nem.

Markovitás

58. A lokalitás fogalma a klasszikus fizikában kialakult intuíciónk szerint nem csak a hatások véges terjedését feltételezi, hanem magában foglal egy ettől logikailag független másik feltevést is. Az előbbi elektrodinamikai példánknál maradva, nem lehetséges ugyanis, hogy egy adott (t_1, x_1) helyen megváltoztatva a mező konfigurációját (4.1. ábra), e változás a téregyenletek megoldásának olyan módosulását eredményezze egy távoli (t_4, x_4) téridő-tartományban, hogy közben, e téridő-tartományokat szétválasztó Cauchy-felületek közül, akár csak egyiken is, a mező-konfiguráció változatlan maradjon. Szemléletesebben szólva, a múltbeli mező-konfigurációk a jövőbelieket csak a jelenbeli mező-konfigurációkon keresztül determinálhatják. Vagyis a múltbeli egész történet – a jövőbeli történet determinációja szempontjából – a jelenbeli Cauchy-adatok összességében reprezentálódik. A rendszer a múltjának emlékét a jelenbeli állapotában reprezentálva őrzi. Az ilyen rendszereket szokás Markov-féle rendszereknek nevezni. Természetesen ez nem azt jelenti, hogy nincs olyan rendszer, amelyiknek memóriája van, de – például – az emberi agy is a jelenbeli állapotában *reprezentálva* őrzi a múltbeli állapotainak emlékét. A valóság leírásában időnként alkalmazunk nem markovi modelleket. A lokalitás elve szerint azonban, ha a szóban forgó jelenség mélyére nézünk, és egy részletesebb leírását adjuk meg, akkor annak markovinak kell lennie.

59. A lokalitásnak e két aspektusát együttesen a 4.2. ábrán látható téridő diagramon[13] szemléltethetjük: Az S felület $D^+(S)$ (jövő-)dependencia tartományában[14] mindent



4.2. ábra. *A téridő $D^+(S)$ tartományában mindent meghatároznak az S Cauchy-felületen korábban fixálódott adatok. $D^+(S)$-t az S felület (jövő-) dependencia tartományának nevezzük*

meghatároznak az S Cauchy-felületen korábban fixálódott adatok. Az A eseményre egy távoli és múltbeli B esemény hatással lehet. Ez a hatás azonban kifejeződik azokban a Cauchy-adatokban, amelyek a C tartományra vonatkoznak.

A későbbiekben a fent leírt, a kvantummechanikát megelőző fizika által sugallt világra, mint *lokális, determinisztikus és markovi* (LDM) világra fogunk hivatkozni.

[13]Mostantól – hacsak külön nem jelzem – minden téridő diagramot olyannak gondolok, hogy az a Lorentz-elméletre is és a relativitáselméletre is érvényes.

[14]Hawking és Ellis 1973, Wald 1984

5. fejezet

A klasszikus valószínűségelmélet alapjai

...a valószínűség egy olyan fogalom, amely teljes egészében elhagyható a tudományos diskurzusból. .... A „valószínűség" elnevezést csak gyűjtőfogalomként szabad használnunk. Más és más konkrét szituációban más és más fizikai mennyiségekből képzett dimenziótlan normált mértéket takar.

5.1. A klasszikus valószínűségszámítás matematikája

60. E matematikai konstrukcióban az alapfogalmak mélyebb jelentése figyelmen kívül hagyható, csupán annyit feltételezünk, amennyit a formális matematikai struktúrák megkívánnak. Az esemény és a valószínűség itt sugallt jelentései csupán illusztratív szerepet játszanak. A valószínűségelmélet kiinduló (alap)fogalma az *esemény*. Az események egy *eseménystruktúrát* alkotnak. Jelölje Σ az események halmazát. Σ-n a következő „logikai" műveleteket vezetjük be:

$$\begin{aligned} \text{„vagy"}\ \vee \quad &: \quad (A,B) \in \Sigma \times \Sigma \mapsto A \vee B \in \Sigma \\ \text{„és"}\ \wedge \quad &: \quad (A,B) \in \Sigma \times \Sigma \mapsto A \wedge B \in \Sigma \\ \text{„nem"}\ \neg \quad &: \quad A \in \Sigma \mapsto \neg A \in \Sigma \end{aligned}$$

Tulajdonságok:

$$\left.\begin{array}{c} (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) \\ (A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C) \\ A \vee B = B \vee A \\ A \wedge B = B \wedge A \\ A \wedge (A \vee B) = A \\ A \vee (A \wedge B) = A \end{array}\right\} \text{háló} \tag{5.1}$$

$$\left.\begin{array}{l} A\wedge(B\vee C)=(A\wedge B)\vee(A\wedge C) \\ A\vee(B\wedge C)=(A\vee B)\wedge(A\vee C) \end{array}\right\} \text{disztributív} \tag{5.2}$$

$$\left.\begin{array}{c} \exists\emptyset,1\in\Sigma \text{ olyan, hogy } (\forall A\in\Sigma)\text{-ra} \\ A\vee\emptyset=A \quad \text{és} \quad A\wedge\emptyset=\emptyset \\ A\vee 1=1 \quad \text{és} \quad A\wedge 1=A \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{nullelemes és} \\ \text{egységelemes}\end{array} \tag{5.3}$$

$$\exists\neg:\Sigma\to\Sigma \text{ olyan, hogy } \left.\begin{array}{l} A\vee\neg A=1 \\ A\wedge\neg A=\emptyset \end{array}\right\} \text{komplementumos} \tag{5.4}$$

$$\left.(\forall I)\text{-re} \bigvee_{i\in I} A_i\in\Sigma \text{ és } \bigwedge_{i\in I} A_i\in\Sigma\right\} \text{teljes} \tag{5.5}$$

Továbbá bevezetjük a $A\leq B\Leftrightarrow A\wedge B=A$ parciális rendezést. Az (5.1)–(5.5) tulajdonságokat kielégítő algebrai struktúrákat *Boole-hálónak* nevezzük. A Boole-háló fogalmát szemléletessé tevő fontos tétel (Stone), hogy minden Boole-háló izomorf egy megfelelő Ω halmaz részhalmazainak Boole-hálója egy részhálójával, ahol a részhalmazokon értelmezett hálóműveletek, természetesen, az unió, a metszet és a komplementer képzés.

A *valószínűség* egy $p:\Sigma\to[0,1]$ leképezés, a következő tulajdonságokkal:

$$p(1)=1 \tag{5.6}$$

$$(\forall A_1,A_2,\ldots)\left[(\forall i\neq j)\left[A_i\leq\neg A_j\right]\Rightarrow\left[p\left(\bigvee_{k=1,2,\ldots}A_k\right)=\sum_{k=1,2,\ldots}p\left(A_k\right)\right]\right] \tag{5.7}$$

Az (5.1)–(5.7) tulajdonságokra a későbbiekben mint *Kolmogorov-axiómákra* fogunk hivatkozni, a (Σ,p) párt pedig *Kolmogorov-féle valószínűségi modellnek* fogjuk nevezni.

61. Két további fontos fogalmat kell bevezetnünk: Legyen $p(B)>0$. Az A esemény B eseményre vett *feltételes (kondicionáliskondicionális) valószínűsége*:

$$p(A|B)\stackrel{def}{=}\frac{p(A\wedge B)}{p(B)} \tag{5.8}$$

A definíciós egyenlőség hangsúlyozása lényeges! Az (5.8) formulát „Bayes-szabálynak” szokás nevezni, de ez az elnevezés meglehetősen félrevezető, mintha nem definícióról lenne szó, hanem arról, hogy a kondicionális valószínűséget valahonnan tudnánk, hogy mi, és mennyi az értéke, és ez a „szabály” azt állítaná, hogy ez egyenlő az (5.8) jobb oldalával. A kondicionális valószínűséggel kapcsolatban egyébként is sok félreértés van forgalomban, melyekkel bővebben a **79.** pontban fogunk foglalkozni.

A és B események *korrelációjának* nevezzük a

$$\Delta(A,B)=p(A\wedge B)-p(A)p(B)$$

mennyiséget. Ha $\Delta(A,B) = 0$, akkor A és B eseményt *függetleneknek* mondjuk.[1] Világosan kell látnunk, hogy két esemény korreláltsága egy szimmetrikus tulajdonságuk. Erről sokszor megfeledkeznek. Mint a **99.** pontban meg fogjuk mutatni, a korreláltságot kifejezhetjük olyan módon is, hogy az látszólag aszimmetrikus:

$$\begin{aligned}
\Delta(A,B) > 0 \quad &\Leftrightarrow \quad p(A|B) > p(A) \Leftrightarrow p(A|B) > p(A|\neg B) \\
\Delta(A,B) < 0 \quad &\Leftrightarrow \quad p(A|B) < p(A) \Leftrightarrow p(A|B) < p(A|\neg B)
\end{aligned}$$

ez azonban csak látszólag aszimmetrikus, hiszen ugyanígy fennáll, hogy

$$\begin{aligned}
\Delta(A,B) > 0 \quad &\Leftrightarrow \quad p(B|A) > p(B) \Leftrightarrow p(B|A) > p(B|\neg A) \\
\Delta(A,B) < 0 \quad &\Leftrightarrow \quad p(B|A) < p(B) \Leftrightarrow p(B|A) < p(B|\neg A)
\end{aligned}$$

Helytelen tehát olyasmit mondanunk, hogy B esemény (sztochasztikus értelemben) oka A-nak, mert $p(A|B) > p(A)$, vagyis, mert „B bekövetkezése megnöveli A valószínűségét”. E megfogalmazás egyébként a kondicionális valószínűség fogalmának félreértését is tükrözi.

Végül legyen itt megemlítve az úgynevezett *teljes valószínűség tétel*: Legyen $\{E_i\}_{i=1,2,\ldots,n}$ egy egységpartíció, tehát

$$\bigvee_{i=1}^{n} E_i = 1$$

$$(\forall i \neq j)\left[E_i \wedge E_j = \emptyset\right]$$

Ekkor tetszőleges$A \in \Sigma$-ra fennáll, hogy

$$p(A) = \sum_{i=1}^{n} p\left(A|E_i\right) p\left(E_i\right) \tag{5.9}$$

5.2. A Pitowsky-tétel

62. Halasszuk el továbbra is annak tisztázását, hogy mit jelent pontosan egy esemény valószínűsége, vagyis, hogy miként rendelünk eseményekhez valószínűségnek nevezett számokat. Mindeddig úgy tűnik, hogy ez a hozzárendelés tetszőleges lehet, vagyis az eseményekhez tetszőleges, nulla és egy közé eső számokat rendelhetünk. Most azt fogjuk megvizsgálni, hogy milyen feltételeket kell ezeknek a számoknak kielégíteniük ahhoz, hogy a szóban forgó események és a hozzájuk rendelt „valószínűségek” reprezentálhatóak legyenek egy kolmogorovi valószínűségi modellben. Mint majd látni fogjuk, ilyen reprezentáció mindig létezik. Megszorításokat csak akkor kapunk, ha az események közötti korrelációkat is reprezentálni akarjuk.

[1] A „korreláció” és a „függetlenség” csak matematikai definíciók. Bármennyire is sugallják ezek az elnevezések, egyelőre semmi közük a kauzalitáshoz!

Tekintsük tehát az $A_1, A_2, \ldots A_n$ eseményeket. Legyen

$$S \subseteq \{(i,j) \,|\, i < j; i,j = 1,2,\ldots n\}$$

azon indexpárok halmaza, melyekhez tartozó eseménypárok közötti korrelációk reprezentációját is megköveteljük. Tegyük fel, hogy a szóban forgó eseményekhez valamilyen módon valószínűségeket rendeltünk, vagyis adottak a

$$\begin{aligned} p_i &= p(A_i) & i &= 1,2,\ldots n \\ p_{ij} &= p\left(A_i \wedge A_j\right) & (i,j) &\in S \end{aligned} \tag{5.10}$$

számok. Azt mondjuk, hogy az (5.10) valószínűségeknek létezik *kolmogorovi reprezentációja*, ha létezik olyan (Σ, μ) Kolmogorov-féle valószínűségi modell, s benne az eseményalgebrának olyan $X_1, X_2, \ldots X_n \in \Sigma$ elemei, melyekre fennáll, hogy

$$\begin{aligned} p_i &= \mu(X_i) & i &= 1,2,\ldots n \\ p_{ij} &= \mu\left(X_i \wedge X_j\right) & (i,j) &\in S \end{aligned} \tag{5.11}$$

A kérdés tehát az, hogy milyen feltételek mellett létezik ilyen reprezentáció. Érdekes, hogy ezzel a kézenfekvő problémával egészen a nyolcvanas évek közepéig nem foglalkoztak.[2] Az első ilyen vizsgálódások Accardi[3] és Pitowsky[4] nevéhez fűződnek. Mi itt a – céljainknak megfelelőbb – Pitowsky-féle megközelítésmódot követjük.

Pitowsky a probléma tárgyalásához egy szemléletes geometriai nyelvet vezet be. Képezzünk az (5.10) valószínűségekből egy $n + |S|$-dimenziós, ún. *korrelációvektort* ($|S|$ az S elemeinek számát jelöli):

$$\overrightarrow{p} = \left(p_1, p_2, \ldots p_n, \ldots p_{ij}, \ldots\right)$$

Jelölje $R(n,S) \cong \mathbb{R}^{n+|S|}$ az ilyen típusú valós vektorok lineáris terét. Legyen $\varepsilon \in \{0,1\}^n$ tetszőleges, 0-ból és 1-ből álló n-dimenziós vektor. Minden ε-hoz hozzárendelünk egy $\overrightarrow{u}^{\varepsilon} \in R(n,S)$ vektort:

$$\begin{aligned} u_i^{\varepsilon} &= \varepsilon_i & i &= 1,2,\ldots n \\ u_{ij}^{\varepsilon} &= \varepsilon_i \varepsilon_j & (i,j) &\in S \end{aligned}$$

A következő tétel kimondásához bevezetjük a *klasszikus korrelációs politóp* fogalmát:

$$c(n,S) \overset{def}{=} \left\{ \overrightarrow{f} \in R(n,S) \,\middle|\, \overrightarrow{f} = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_{\varepsilon} \overrightarrow{u}^{\varepsilon}; \lambda_{\varepsilon} \geq 0; \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_{\varepsilon} = 1 \right\}$$

4. Tétel. (Pitowsky 1989) *A $\overrightarrow{p}$ korrelációvektornak akkor és csak akkor létezik kolmogorovi reprezentációja, ha $\overrightarrow{p} \in c(n,S)$.*

[2] A **154.** pontban majd látni fogjuk, hogy miért nem.

[3] Accardi 1984, 1988. Hasonló eredményeket közöl Beltrametti és Maczynski 1991.

[4] Pitowsky 1989.

Bizonyítás. Tegyük fel, hogy létezik egy (Σ, μ) kolmogorovi valószínűségi modell és benne $X_1, X_2, \ldots X_n \in \Sigma$ úgy, hogy (5.11) teljesül. Megmutatjuk, hogy ekkor $\overrightarrow{p} \in c(n,S)$. Az eseményalgebra tetszőleges $X \in \Sigma$ elemére vezessük be az

$$\begin{aligned} X^0 &\overset{def}{=} \neg X \\ X^1 &\overset{def}{=} X \end{aligned}$$

jelöléseket. Továbbá minden $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_n) \in \{0,1\}^n$-hoz Σ egy alább definiált elemét rendeljük:

$$X(\varepsilon) \overset{def}{=} X_1^{\varepsilon_1} \wedge X_2^{\varepsilon_2} \wedge \ldots \wedge X_n^{\varepsilon_n}$$

Világos, hogy

$$(\forall \varepsilon)\left(\forall \varepsilon'\right)\left[\varepsilon \neq \varepsilon' \Rightarrow X(\varepsilon) \cap X(\varepsilon') = \emptyset\right]$$

$$\bigvee_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} X(\varepsilon) = 1$$

továbbá

$$X_i = \bigvee_{\substack{\varepsilon \in \{0,1\}^n \\ \varepsilon_i = 1}} X(\varepsilon)$$

Adjuk meg a súlyfaktorokat a következőképpen: $\lambda_\varepsilon = \mu(X(\varepsilon))$. Így $\lambda_\varepsilon \geq 0$ és $\sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon = 1$, továbbá

$$p_i = \mu(X_i) = \sum_{\substack{\varepsilon \in \{0,1\}^n \\ \varepsilon_i = 1}} \mu(X(\varepsilon)) = \sum_{\substack{\varepsilon \in \{0,1\}^n \\ \varepsilon_i = 1}} \lambda_\varepsilon = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon \varepsilon_i$$

és

$$p_{ij} = \mu(X_i \wedge X_j) = \sum_{\substack{\varepsilon \in \{0,1\}^n \\ \varepsilon_i = \varepsilon_j = 1}} \mu(X(\varepsilon)) = \sum_{\substack{\varepsilon \in \{0,1\}^n \\ \varepsilon_i = \varepsilon_j = 1}} \lambda_\varepsilon = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon \varepsilon_i \varepsilon_j$$

Tehát $\overrightarrow{p} = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon \overrightarrow{u}^\varepsilon$, és ezzel bebizonyítottuk, hogy $\overrightarrow{p} \in c(n,S)$.

Most fordítva, tegyük fel, hogy $\overrightarrow{p} \in c(n,S)$, vagyis léteznek olyan súlyfaktorok, melyek kielégítik a $\lambda_\varepsilon \geq 0$ és $\sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon = 1$ feltételeket, és $\overrightarrow{p} = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon \overrightarrow{u}^\varepsilon$. Legyen Σ a $\{0,1\}^n$ halmaz részhalmazainak Boole-hálója. Definiáljuk μ-t a következőképpen:

$$\mu : X \in \Sigma \mapsto \mu(X) = \sum_{\varepsilon \in X} \lambda_\varepsilon$$

Legyen $X_i = \{\varepsilon \in \{0,1\}^n \,|\, \varepsilon_i = 1\}$. Ekkor

$$\mu(X_i) = \sum_{\substack{\varepsilon \in \{0,1\}^n \\ \varepsilon_i = 1}} \lambda_\varepsilon = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon \varepsilon_i = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon u_i^\varepsilon = p_i$$

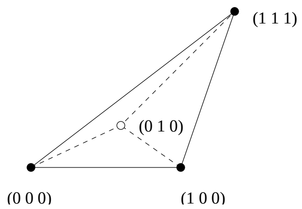
valamint

$$\mu(X_i \wedge X_j) = \sum_{\substack{\varepsilon \in \{0,1\}^n \\ \varepsilon_i = \varepsilon_j = 1}} \lambda_\varepsilon = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon \varepsilon_i \varepsilon_j = \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon u_{ij}^\varepsilon = p_{ij}$$

és ezzel a tételt bizonyítottuk.

63. Az, hogy egy vektor beleesik egy konvex politópba, elvben mindig kifejezhető lineáris egyenlőtlenségek egy rendszerével. Milyen lineáris egyenlőtlenségekkel ekvivalens a $\overrightarrow{p} \in c(n,S)$ feltétel?

$n = 2$ esetén a feladat triviális. Ilyenkor $S = \{(1,2)\}$.[5] A $\{0,1\}^2$ halmaznak négy eleme van: $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ és $(1,1)$. Ennek megfelelően a klasszikus korrelációs politópnak (5.1. ábra) négy csúcspontja van: $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ és $(1,1,1)$.



5.1. ábra. *$n = 2$ esetén a klasszikus korrelációs politóp háromdimenziós és négy csúcspontja van*

A $\overrightarrow{p} \in c(n,S)$ kondícióval ekvivalens egyenlőtlenségek:

$$\begin{array}{c} 0 \leq p_{12} \leq p_1 \leq 1 \\ 0 \leq p_{12} \leq p_2 \leq 1 \\ p_1 + p_2 - p_{12} \leq 1 \end{array} \tag{5.12}$$

Valóban, (5.12) alapján $\overrightarrow{p}$ a következőképpen írható fel:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{p} &= (1 - p_1 - p_2 + p_{12}) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (p_1 - p_{12}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &\quad + (p_2 - p_{12}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + p_{12} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

64. Egy másik fontos eset: $n = 3$, $S = \{(1,2),(1,3),(2,3)\}$. Az egyenlőtlenségek a következők:

$$\begin{array}{c} 0 \leq p_{ij} \leq p_i \leq 1 \\ 0 \leq p_{ij} \leq p_j \leq 1 \\ p_i + p_j - p_{ij} \leq 1 \\ p_1 + p_2 + p_3 - p_{12} - p_{13} - p_{23} \leq 1 \\ p_1 - p_{12} - p_{13} + p_{23} \geq 0 \\ p_2 - p_{12} - p_{23} + p_{13} \geq 0 \\ p_3 - p_{13} - p_{23} + p_{12} \geq 0 \end{array} \tag{5.13}$$

Nevezzük ezeket Bell–Pitowsky-egyenlőtlenségeknek.[6]

[5] Természetesen, lehetne még az S üres. Az eddig elmondottakból azonban triviálisan következik, hogy – mint már korábban utaltam rá – ha $S = \emptyset$, vagyis semmilyen korrelációt nem kívánunk reprezentálni, akkor minden n-re $\overrightarrow{p} \in c(n,S)$.

[6] Pitowsky ezeket az egyenlőtlenségeket „Bell-egyenlőtlenségeknek” nevezi, az (5.14) egyenlőtlenségeket pedig „Clauser–Horne-egyenlőtlenségeknek”. Ezek téves elnevezések. Az (5.13) és (5.14) egyenlőtlenségek ugyan emlékeztetnek a Bell- illetve Clauser–Horne-egyenlőtlenségekre, de nem azonosak velük. Mint majd később látni fogjuk, e téves azonosítás mögött lényeges konceptuális tévedés húzódik meg. Lásd a **171.** pontot, továbbá E. Szabó 1995.

Bizonyítás. A szükségesség belátása triviális: könnyen ellenőrizhető, hogy a politóp csúcsai kielégítik a fenti egyenlőtlenségeket, tehát a konvex lineáris kombinációjuk is kielégíti.

Az elégségességet a következőképpen láthatjuk be: Legyen η tetszőleges olyan szám, melyre fennáll, hogy

$$\eta \leq \min\{p_{12}, p_{13}, p_{23}, (1-p_1-p_2-p_3+p_{12}+p_{13}+p_{23})\}$$
$$\eta \geq \max\{0, (-p_1+p_{12}+p_{13}), (-p_2+p_{12}+p_{23}), (-p_3+p_{13}+p_{23})\}$$

Az (5.13) egyenlőtlenségekből következően ilyen szám mindig létezik. Definiáljuk a λ_ε együtthatókat a következőképpen:

$$\begin{array}{rcl}
\lambda_{(0,0,0)} & = & 1-p_1-p_2-p_3+p_{12}+p_{13}+p_{23}-\eta \\
\lambda_{(1,0,0)} & = & \eta-(-p_1+p_{12}+p_{13}) \\
\lambda_{(0,1,0)} & = & \eta-(-p_2+p_{12}+p_{23}) \\
\lambda_{(0,0,1)} & = & \eta-(-p_3+p_{13}+p_{23}) \\
\lambda_{(1,1,0)} & = & p_{12}-\eta \\
\lambda_{(1,0,1)} & = & p_{13}-\eta \\
\lambda_{(0,1,1)} & = & p_{23}-\eta \\
\lambda_{(1,1,1)} & = & \eta
\end{array}$$

Világos, hogy $\lambda_\varepsilon \geq 0$ és $\sum_{\varepsilon\in\{0,1\}^n} \lambda_\varepsilon = 1$, továbbá ellenőrizhetően fennáll, hogy $\sum_{\varepsilon\in\{0,1\}^3} \lambda_\varepsilon \vec{u}^\varepsilon = \vec{p}$. Például $\lambda_{(0,1,1)} + \lambda_{(1,1,1)} = p_{23} - \eta + \eta = p_{23}$.

65. Végül az $n = 4$, $S = \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)\}$ esetet kell megemlítenünk. A fentihez hasonló módszerrel bizonyítható, hogy ebben az esetben az egyenlőtlenségek a következők:

$$\begin{array}{rcccl}
 & & 0 \leq p_{ij} \leq p_i \leq 1 & & \\
 & & 0 \leq p_{ij} \leq p_j \leq 1 & & i=1,2 \;\; j=3,4 \\
 & & p_i+p_j-p_{ij} \leq 1 & & \\
-1 & \leq & p_{13}+p_{14}+p_{24}-p_{23}-p_1-p_4 & \leq & 0 \\
-1 & \leq & p_{23}+p_{24}+p_{14}-p_{13}-p_2-p_4 & \leq & 0 \\
-1 & \leq & p_{14}+p_{13}+p_{23}-p_{24}-p_1-p_3 & \leq & 0 \\
-1 & \leq & p_{24}+p_{23}+p_{13}-p_{14}-p_2-p_3 & \leq & 0
\end{array} \tag{5.14}$$

Visszautalva a 6. lábjegyzetben mondottakra, nevezzük ezeket az egyenlőtlenségeket Clauser–Horne–Pitowsky-egyenlőtlenségeknek.

Megjegyzendő, hogy $n > 4$ esetére levezetett egyenlőtlenségek az irodalomban nem ismertek. Mint Pitowsky rámutatott,[7] az egyenlőtlenségrendszerek levezetésének bonyolultsága n-nel exponenciálisan nő.[8]

66. Létezik Pitowsky tételének egy kézenfekvő általánosítása arra az esetre, amikor nem csak páros konjunkciókat veszünk figyelembe, hanem magasabb rendű konjunkciókat is, tehát az S halmaz nem csak indexpárokat, hanem indexhármasokat, indexnégyeseket, stb. is tartalmaz.[9] Tekintettel arra, hogy események konjunkcióinak való-

[7]Pitowsky 1989, 33. o.

[8]Szimbolikus programnyelvek segítségével $n = 5$ és $n = 6$ esetére levezethetők ilyen egyenlőségek. A kolmogorovitás eldöntésében azonban eredményesebbnek bizonyult számomra a $\vec{p} \in c(n,S)$ „geometriai” kondíció közvetlen ellenőrzése numerikus eszközökkel.

[9]Bana és Durt 1997.

színűségeiből nem következtethetünk a hármas-, négyes-, stb. konjunkciók valószínűségeire, nem meglepő az sem, hogy a páros konjunkciók reprezentálhatóságából nem következik, hogy a magasabb rendű konjunkcióknak is létezik kolmogorovi reprezentációja.

5.3. A valószínűség értelmezései

67. Az 5.1 és 5.2 fejezetben a valószínűségelméletnek kizárólag a *matematikai* vonatkozásaival foglalkoztunk. Sem az *esemény*, sem a *valószínűség* fogalmát nem kívántuk mélyebben értelmezni. Vagyis nyitva hagytuk azt a kérdést, hogy pontosan mire és hogyan lehet a valószínűségszámítás formális matematikai elméletét alkalmazni. Ebben a fejezetben áttekintjük a valószínűségszámítás legfontosabb interpretációs irányzatait.

Mielőtt ezt megtesszük, szükséges néhány kérdés előzetes tisztázása:

1. A valószínűségszámítás, mint a matematika része, nem a valóság leírására vonatkozik. Ha tehát a valószínűségelmélet fogalmait a reális világra kívánjuk vonatkoztatni, ez – hasonlóan a geometriához – nem tehető meg közvetlenül, hanem csak úgy, hogy a valószínűségszámítás részét képezi a világ leírását szolgáló – például fizikai – elméletnek. A szóban forgó elmélet lehet a tárgyát képező jelenségek egészen primitív, köznyelvi leírása is. Például egy kockadobást egészen egyszerű nyelven is leírhatunk. Nevezzük a valószínűségelmélet ilyen, a világ leírására szolgáló nyelvben történő interpretációját *reális interpretációnak*.

2. A valószínűségszámítást gyakran olyan feladatok megoldásában alkalmazzuk, ahol a feladat maga sem a reális világra vonatkozik, hanem matematikai. Tipikus példa erre a **69.** pontban tárgyalt Bertrand-paradoxon. Ezekben az esetekben az „interpretáció" azt jelenti, hogy a valószínűségszámításnak, mint formális nyelvnek, egy másik formális nyelven belüli modelljét adjuk meg, anélkül, hogy ezt az interpretációt a valóság tényei a legcsekélyebb mértékben is korlátoznák. Nevezzük ezt *matematikai interpretációnak.*

3. Ami minket filozófiai szempontból érdekel, az nyilván az a kérdés, hogy mi az a valószínűség. És erre a kérdésre nem kaphatunk választ másból, csak a reális interpretációkból, vagyis abból, ahogyan ezt a fogalmat a valóság leírásában alkalmazzuk.

4. Nem csak a valószínűség értelmezésének kérdése merül fel, hanem az is, hogy mi az esemény fogalma. Megint csak világosan kell látni, hogy erre a kérdésre is csak a reális interpretációk keretében kaphatunk választ. Hiszen filozófiai szempontból teljesen irreleváns, hogy esetleg felmutatunk valamilyen matematikai elméletet, amelyben egy megfelelő Boole-háló elemeit „eseményeknek" fogjuk nevezni.
   Az esemény fogalmát illetően sokat vitatott kérdés, hogy a valószínűséget egy egyedi eseményhez, vagy egy eseménytípushoz köthetjük.

5. Végül felmerül az is, hogy valószínűség – feltéve, hogy nem 0 vagy 1 az értéke – értelmezhető-e egy determinisztikus világban, vagy pedig kizárólag egy nem determinisztikus világ tartozéka.

Klasszikus interpretáció

68. A *klasszikus interpretáció* Laplace-tól ered. Eszerint

> *Egy esemény valószínűsége nem más, mint a kedvező esetek számának és az összes, egyformán valószínű esetek számának aránya.*

Laplace egy további elvet vezetett be, amely azt hivatott eldönteni, hogy miket tekintsünk „egyformán valószínű" eseteknek. Az ún. *pártatlanság elve* szerint

> *Két lehetőséget akkor tekintünk egyformán valószínűnek, ha nincs semmi okunk egyiket a másikkal szemben preferálnunk.*

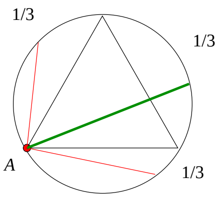
Általános felfogás szerint Laplace valószínűség-értelmezésének gyenge pontja az „egyformán valószínű esetetek" fogalma, illetve a pártatlanság elve. A helyzet ennél azonban bonyolultabb. Élesen különbséget kell tennünk aközött, hogy a laplace-i definíciót reális vagy matematikai interpretációnak tekintjük. Mint látni fogjuk, ha a laplace-i definíciót a valószínűség matematikai interpretációjaként használjuk, akkor semmiféle probléma nincs, az irodalomból ismert „paradoxonok" teljesen félrevezetőek. Ezzel szemben, a Laplace-féle klasszikus értelmezés, mint a valószínűség reális interpretációja sokkal alapvetőbb problémákat vet fel, és végső soron teljesen tarthatatlan.

69. A laplace-i értelmezés matematikai interpretációként való felfogására példa a sokat idézett Bertrand-paradoxon. A vizsgált probléma a következő:

> *Adott egy kör. Határozzuk meg mi a valószínűsége annak, hogy a kör egy véletlenszerűen kiválasztott húrja hosszabb, mint a körbe írt szabályos háromszög oldala.*

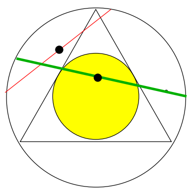
Az állítólagos „paradoxon", abban áll, hogy a feladatnak több különböző megoldása van, s azok eltérő eredményre vezetnek. Nézzünk meg ezek közül kettőt:

ELSŐ MEGOLDÁS Véletlenszerűen ki kell választanunk két pontot a körön és vennünk kell az őket összekötő húr hosszát. Tehát, az egyetlen fontos dolog a második pont helyzete a körön. Rögzítsük ezért az első pontot, mondjuk A-ban (5.2. ábra). A második pont a kör három egyforma hosszúságú ívére eshet, melyből kettő olyan, hogy az oda befutó húr hossza rövidebb, mint a háromszög oldala. A kérdezett valószínűség tehát $\frac{1}{3}$.



5.2. ábra. *Rögzítsük az első pontot A-ban. A második pont a kör három egyforma hosszúságú ívére eshet, melyből kettő olyan, hogy az oda befutó húr hossza rövidebb, mint a háromszög oldala*

MÁSODIK MEGOLDÁS A húrt egyértelműen meghatározza középpontjának helye a kör belsejében (5.3. ábra). Akkor hosszabb, mint a beírt szabályos háromszög oldala, ha a középpontja a kisebbik kör belsejében van. A kisebbik kör sugara a nagy kör sugarának fele, területe ezért a nagy kör területének negyede. Következésképpen a kérdezett valószínűség $\frac{1}{4}$.



5.3. ábra. *A húrt egyértelműen meghatározza középpontjának helye a kör belsejében. Akkor hosszabb, mint a beírt szabályos háromszög oldala, ha a középpontja a kisebbik kör belsejében van*

70. Hasonló „paradoxonok” tucatjait ismeri a valószínűségszámításról szóló irodalom. Ezek természetesen nem igazi paradoxonok, tehát nem tükröznek tényleges ellentmondásokat. Tévesen azt szokás mondani, hogy ezekben a példákban – paradox módon – egy esemény valószínűsége „függ attól, hogy a feladatot hogyan paraméterezzük”. Az ilyen vélekedés azonban súlyos konfúziót tükröz úgy a „paraméterezés” mibenlétét, mint a matematika és a valóság viszonyát illetően. A „paraméterezés” ugyanis a következőt jelenti: Ugyanazon az eseményalgebrán különböző valószínűségi mértéket definiálhatunk, s ezzel különböző Kolmogorov-féle valószínűségi modelleket kapunk. Tekintsünk most egy, az algebrán értelmezett valószínűségi változót. A valószínűségi mérték egyértelműen indukál egy valószínűségeloszlást az adott változóra nézve. A feladat egy „paraméterezése” nem mást jelent, mint egy olyan megszorítást a valószínűségi mértékre, hogy az indukált valószínűségeloszlás az adott változóra nézve legyen egyenletes. Különböző „paraméterezések” tehát különböző valószínűségi mértéket engedhetnek meg (esetleg fixálnak) ugyanazon az eseményalgebrán. Vagyis nem ugyanazon valószínűségi modellen belül lesz ugyanannak az eseménynek különböző a valószínűsége.

71. Mármost a kérdés az, baj-e, hogy a pártatlanság elvének alkalmazásával több, különböző valószínűségi modellhez jutunk. Válaszunk az, hogy nem. Fontos azonban látni, hogy itt a valószínűségelmélet fogalmainak egy matematikai interpretációjáról van szó. Mert hogyan kell értenünk azt az eseményt, hogy <a kör húrjának hossza nagyobb, mint a beírt szabályos háromszög oldalának hossza>? Ezek nem valóságos események. Nincs a világnak olyan állapota, a dolgoknak olyan állása, amelyet úgy interpretálhatnánk, hogy ez az „esemény” bekövetkezik. Ha ez így van, és itt csupán

„matematikai eseményekről” van szó, akkor ezt pontosan a következőképpen kell értenünk: Adott egy matematikai elmélet M_1, egy formális nyelv, amely tartalmaz olyan szavakat, mint <háromszög>, <kör>, <húr>, <hosszúság>, stb. Adott egy másik matematikai elmélet, M_2, egy másik formális nyelv, amely olyan szavakat tartalmaz, mint <esemény>, <valószínűség>, és így tovább. E két elméletnek egymáshoz semmi köze nincs. Nem értelmes kérdés az euklideszi geometriában, hogy <mi a valószínűsége annak, hogy...?>, mint ahogyan nem lehet tudni a valószínűségelméletben, hogy mi az a <háromszög>. A feladat kitűzői tehát arra szólítanak fel, hogy *alkossunk meg egy olyan új M_3 matematikai elméletet*, egy új formális nyelvet, amely M_1-nek is és M_2-nek is tartalmazza egy modelljét, és minden mást, amely szükséges ahhoz, hogy a feladatban szereplő mondatok értelmesek legyenek. A Bertrand-féle feladatban ezt úgy tehetjük meg legegyszerűbben, hogy megadjuk M_2-nek egy modelljét M_1-ben, például a következőképpen: *Legyen* Ω az adott kör húrjai középpontjainak halmaza. A Σ eseményalgebra *legyen* Ω olyan részhalmazainak σ-algebrája, melyek mérhetőek a síkon értelmezett Lebesgue-mérték szerint. A valószínűségi mérték pedig *legyen* a Lebesgue-mérték maga, normálva a kör területével. Természetesen, rengeteg más M_3 is megalkotható. A Laplace-féle „pártatlanság-elv” legjobb esetben is csak úgy értelmezhető, mint jó tanács ilyen elméletek megalkotásához, és az, hogy alkalmazásával nem jutunk egyértelmű M_3 konstrukciókhoz, semmiféle problémát nem jelent.

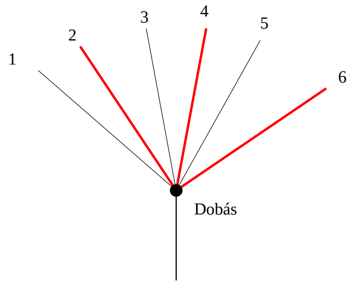
72. Problémák egész sorát veti fel azonban, ha a laplace-i definíciót reális interpretációként értelmezzük. A valószínűség klasszikus értelmezésének prototípusaként szokás említeni a „szimmetrikus dobókocka” esetét: „6 egyformán valószínű kimenetel lehetséges. Ebből 3 esetben valósul meg a <páros dobás> esete, tehát a <páros dobás> valószínűsége $\frac{3}{6}$.”

Reális interpretációról lévén szó, a valószínűségelméleti fogalmakat a valóság leírását szolgáló, tehát empirikus nyelvre redukálható fogalmakkal kell reprezentálnunk. De hogyan is lehet ezt az empirikus nyelvre történő redukciót végigvinni? Úgy tűnik, sehogy. Mert vagy olyan valószínűségfogalomhoz jutunk, amely érzéketlen a valóság tényeire, vagy pedig burkoltan hivatkoznunk kell a valószínűség más, például frekventista interpretációjára.

Vizsgáljuk meg közelebbről a „szimmetrikus dobókocka” esetét. A klasszikus definíció szerint tehát az a lényeg, hogy a kocka feldobásának pillanatában 6 különböző dolog történhet. Vagyis a feldobás pillanatában az univerzum története 6 különböző ágon folytatódhat (5.4. ábra). Pontosabban a lehetséges történeteket 6 különböző osztályba sorolhatjuk. (Nem feltétlenül gondolunk itt objektív modalitásra. Az ábrán látható elágazás szimbolizálhat egy episztemikus modalitást is.) Ezek közül három ágon valósul meg a <páros dobás> esete. A valószínűség tehát ezeknek az lehetőségeknek a számaránya. Semmilyen egyéb részlete a világ tényeinek nem számít. Ha például a kocka cinkelt, akkor is 6 lehetséges kimenetele van a dobásnak és ebből három vezet páros számhoz, tehát a páros dobás valószínűsége – ezek szerint – továbbra is $\frac{3}{6}$.

De hiszen – mondhatná erre valaki – a cinkelt kocka már nem szimmetrikus!

Miért ne lenne – válaszolhatnánk. Továbbra is mindegyik szám dobásának való-



5.4. ábra. *A kockadobás pillanatában az univerzum története 6 különböző ágon folytatódhat*

színűsége – a laplace-i definíció értelmében – $\frac{1}{6}$!

Igen – hangzana máris a válasz –, de a kocka egyéb tulajdonságaiban, pl. a tömegeloszlásában, nem szimmetrikus.

Hát persze, hogy nem – válaszolnánk. A nem cinkelt kocka sem teljesen szimmetrikus minden tulajdonságában, hiszen akkor nem is lehetne tudni, mikor melyik oldalára esik. Például más és más szám van a különböző oldalaira festve. Vagyis vannak releváns, és vannak irreleváns aszimmetriák?

Igen! – jönne a válasz. Olyan aszimmetria számít csak, amelyik befolyásolja a hat lehetséges kimenetel valószínűségét.

Milyen „valószínűségét”? – kérdeznénk ekkor, és képzeletbeli vitapartnerünk nem tehetne mást, mint hogy valami olyasmire hivatkozik, hogy „empirikusan megfigyelhető tény, hogy a cinkelt kocka gyakrabban esik egyik oldalára, mint a másikra”, vagyis a „valószínűség” szónak valamely nyilvánvalóan nem laplace-i jelentésére utalna.

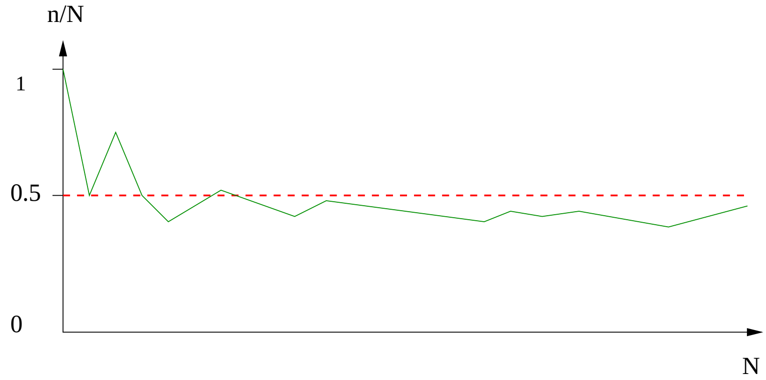
Relatív gyakoriság interpretáció

73. Arisztotelész nevéhez szokás kötni, noha minden bizonnyal sokkal régebbi, az embernek azt a hétköznapi nyelvhasználatban tükröződő valószínűség-értelmezését, hogy tudniillik „az valószínű, ami gyakran megtörténik”. A valószínűség relatív gyakoriság interpretációjának első matematikailag is precíznek tekinthető megfogalmazását az angol logicista John Venn adta meg (1866). Alapgondolata a következő volt. Dobjunk fel egy érmét sokszor egymás után. Az eredményeket mutatja az 5.5. ábra. A függőleges tengelyen a <Fej> esemény *relatív gyakorisága* van feltüntetve, vagyis az $\frac{n_N}{N}$ hányados, ahol n_N a <Fej> esemény bekövetkezésének a számát, N pedig az érme feldobásának a számát jelöli.

A relatív gyakoriság interpretáció feltételezi, hogy a relatív gyakoriságok $\left\{\frac{n_N}{N}\right\}_{N=1,2,\ldots}$ sorozatának létezik limesze, és ez a limesz definíció szerint a szóban forgó esemény valószínűsége.

74. Általánosabb megfogalmazásban, tekintsük eseményeknek egy $\mathcal{A}$ Boole-hálóját. *Klasszikus igazságérték függvénynek* nevezünk egy olyan $u : \mathcal{A} \to \{0,1\}$ leképezést, amely eleget tesz a következőknek:

$$\begin{aligned} u(\emptyset) &= 0 \\ u(\neg A) &= 1 - u(A) \end{aligned}$$



5.5. ábra. *A <Fej> esemény relatív gyakorisága a feldobások számának függvényében*

$$u(A \wedge B) \quad = \quad u(A)\,u(B)$$

Az igazságérték függvény intuitív jelentése nyilvánvaló: 0 értéket vesz fel, ha a szóban forgó esemény nem következik be, és 1 értéket vesz fel, ha az esemény bekövetkezik.

Végezzünk el egy kísérletet sokszor egymás után. A kísérlet minden egyes elvégzésekor az $\mathcal{A}$ eseményalgebra elemei vagy bekövetkeznek, vagy nem, vagyis, ebből a szempontból, a dolgok állása egy alkalmas klasszikus igazságérték függvénnyel írható le. Legyenek az egymást követő kísérletekhez tartozó igazságérték függvények

$$u_1, u_2, \ldots u_N, \ldots \tag{5.15}$$

Vezessük be az első N kísérlet alapján kiszámolt relatív gyakoriság függvényt a következőképpen:

$$\nu_N : A \in \mathcal{A} \mapsto \nu_N(A) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} u_i(A) \in [0,1] \tag{5.16}$$

Könnyen belátható, hogy ha a

$$\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_N, \ldots \tag{5.17}$$

függvénysorozat pontonként konvergens, akkor a $p = \lim_{N\to\infty} \nu_N$ egy, a kolmogorovi axiómákat kielégítő valószínűség $\mathcal{A}$ eseményalgebrán.

A fenti konstrukcióval elégedettek lehetünk, ha az volt a célunk, hogy a valószínűség fogalmát más matematikai fogalmakra redukáljuk, vagyis a valószínűség egy matematikai reprezentációját kívántuk megadni.

75. Nehézségek akkor merülnek fel, ha a fenti konstrukciót reális interpretációnak tekintjük. Ha az (5.15) sorozatot valóságos kísérletsorozat kimeneteleit leíró igazságérték sorozatnak gondoljuk el, akkor ezt a sorozatot, közvetlenül vagy közvetve, valamilyen valóságos folyamat kimenetele determinálja (vagy legalábbis megszorítja), és semmi sem garantálja, hogy a megfelelő (5.17) sorozat konvergens. A pénzfeldobás példájánál maradva, hajlamosak vagyunk azt gondolni, hogy a feldobás kimenetelének véletlenszerűsége garantálja azt, hogy a relatív gyakoriság konvergál. Könnyű azonban olyan random sorozatot generálni, melyre a relatív frekvencia nem konvergens. Vegyük a <0>-ból és <1>-ből álló sorozatot, melyet a következőképpen generálunk: Feldobunk két érmét. Ha az eredmény <Fej> & <Fej>, akkor írjunk egy <1>-et, minden más esetben írjunk <0>-t. Ismételjük ezt addig, amíg az <1> relatív frekvenciája nem kisebb, mint 0.4. Ekkor cseréljük fel a <0> és <1> szerepét, vagyis <Fej> & <Fej> esetén <0>-t, más esetben <1>-et írjunk. Egészen addig, amíg a relatív frekvencia nagyobb nem lesz 0.6-nál. Ekkor ismét cserélünk, és így tovább. Világos, hogy az így nyert sorozatban a <0> és az <1> relatív frekvenciája oszcillálni fog 0.4 és 0.6 között, tehát egyik sem konvergál. Ha tehát a valószínűség nem más, mint a relatív frekvencia határértéke, akkor ez azt jelenti, hogy ebben a kísérletben a $p(<1>)$ valószínűség nem létezik? Intuíciónk szerint nem ez a helyzet, hanem egyszerűen csak arról van szó, hogy $p(<1>)$ értéke a folyamat során egyszer 0.25 majd egy ponton 0.75-re változik, aztán megint 0.25 lesz, és így tovább.

76. A fenti példából is kitűnik a relatív gyakoriság interpretáció egyik sokat kritizált vonása, hogy tudniillik nem képes minden esetben számot adni az individuális események valószínűségéről. Előző példánkban minden egyes kísérletben egy bizonyos valószínűséget tulajdoníthatunk annak, hogy az adott kísérletben az <1> esemény bekövetkezik, míg az <1> esemény relatív gyakoriságának nem is létezik limesze a kísérlet sokszori megismétlése során. Ez az „egy bizonyos valószínűséget tulajdoníthatunk" természetesen csak intuitíve értendő, hiszen a relatív gyakoriság értelmezés alapján ez a valószínűség nem definiált.

77. A relatív gyakoriság interpretáció reális interpretációként való értelmezésének egy másik nehézsége az a matematikai tény, hogy egy végtelen sorozat limesze teljesen független a sorozat tetszőleges, de véges hosszúságú elejétől. Ez azt jelenti, hogy – szemben a mindennapos gyakorlattal – egy véges mintán leszámolt relatív gyakoriság semmilyen logikai összefüggésben nem áll a szóban forgó esemény valószínűségével. A valószínűség mibenlétének feltárásában nem nélkülözhetjük annak megértését, hogyan lehetséges mégis, hogy a véges mintákon vett relatív gyakoriságok jó közelítéssel megegyeznek a megfelelő valószínűségekkel.

Propensity interpretáció

78. A relatív gyakoriság interpretáció tehát ismétlődő események egy végtelen sorozatához rendel valószínűséget, és nem egy individuális eseményhez. Popper[10] megkísérelte a valószínűség egy olyan értelmezését megadni, amely értelmessé tenné, hogy egy-egy partikuláris esemény valószínűségéről is beszélhessünk. Ez a *propensity* (hajlam) interpretáció. A propensity interpretáció lényege, hogy feltételezi, amikor a dobókockát feldobjuk, akkor a kockának és az egész valóságos/fizikai szituációnak együtt

[10] Popper 1960.

van egy objektív tulajdonsága, nevezetesen az arra való hajlamának mértéke, hogy 6-os legyen az eredmény. Ennek a hajlamnak a számszerű mértékét fejezi ki, amikor azt mondjuk, hogy a $\frac{1}{6}$ a valószínűsége annak, hogy az eredmény 6-os lesz.

A propensity interpretációval szemben általában azt az ellenérvet szokás felhozni, hogy nem tekinthető a valószínűség teljeskörű értelmezésének. Vannak olyan értelmesnek tekintett valószínűségek, amelyekhez semmiféle propensity nem társítható. Tekintsük a következő példát:[11] Egy frisbee-gyárnak van két gépe, egy régi és egy új. Az új gép napi 800, a régi 200 frisbeet gyárt. Az új gépen gyártott termékek 1%-a, a régi gépen gyártottak 2%-a selejt. Találunk egy hibás frisbeet. Mi annak a valószínűsége, hogy ez a frisbee az új gépen lett gyártva? A Bayes-szabály alkalmazásával ezt könnyen kiszámíthatjuk:

$$\begin{aligned}
p(U) &= 0.8 \\
p(\neg U) &= 0.2 \\
p(S|U) &= 0.01 \\
p(S|\neg U) &= 0.02 \\
p(U|S) &= \frac{p(S|U)p(U)}{p(S|U)p(U)+p(S|\neg U)p(\neg U)} \\
&= \frac{0.01\times 0.8}{0.01\times 0.8+0.02\times 0.2} = 0.66
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Mármost ennek a valószínűségnek van értelme, azonban nem értelmezhető propensityként. Miféle hajlama lehet a hibás frisbeenek arra, hogy ő fél nappal ezelőtt az új gépen legyen volt gyártva? – hangzik a szokásos ellenvetés.

Vegyük azonban észre, hogy a propensity interpretációval szembeni fenti méltatlankodás nem egészen helytálló. Hiszen nyilvánvaló, hogy a $p(U|S)$ valószínűség, éppúgy, mint az (5.18) formulában szereplő többi valószínűség, nem a selejtes frisbeet magát, hanem az ő gyártásának egész folyamatát jellemzi, és hogy mi történik azzal a darab műanyag masszával, amely a technológiai lánc elején bemegy, azt elsősorban nem az ő hajlamai, hanem a gyártási folyamatban résztvevő berendezések hajlamai határozzák meg. A kondicionális valószínűségnek pedig bármely más interpretációt véve alapul sincs több jelentése, mint az (5.8) formulában szereplő hányados. Ezt azért kell hangsúlyoznunk, mert a fenti kifogást a következőképpen is meg szokták fogalmazni: Tekintsünk két egymással kauzális kapcsolatban álló eseményt, A-t és B-t. A kauzális kapcsolat következtében, mondjuk, $p(A|B) > p(A)$. Mármost, hangzik az érv, ezt a kondicionális valószínűséget gond nélkül lehet propensityként értelmezni, hiszen „van értelme az ok abbéli hajlamáról beszélnünk, hogy az okozatot létrehozza”. Ám ezzel szemben – mondják – $p(B|A)$ nem értelmezhető propensityként, hiszen „értelmetlen dolog az okozat abbéli hajlamáról beszélnünk, hogy őt ilyen vagy olyan ok létrehozza”.

[11] Earman és Salmon 1992.

Nyilvánvaló, hogy ebben az érvelésben a kondicionális valószínűség fogalma olyan plusz tartalommal van megterhelve, mellyel az nem rendelkezik – a valószínűség fogalmának bármelyik interpretációját is vesszük alapul. A kondicionális valószínűség fogalmát sokan félreértik. Érdemes ezekkel a félreértésekkel egy rövid kitérő erejéig bővebben foglalkozunk.

79. A $p(A|B)$ kondicionális valószínűség fogalma sem többet sem kevesebbet nem jelent, mint amit a definíciója állít, vagyis a $\frac{p(A\wedge B)}{p(B)}$ hányadost. Tehát, hogy hogyan aránylik az A és B események együttes bekövetkezésének valószínűsége az egyik, történetesen a B esemény bekövetkezésének valószínűségéhez. Ezzel szemben,

1. *$p(A|B)$ nem jelenti azt, hogy mekkorára változik az A esemény valószínűsége, akkor, amikor B esemény bekövetkezik.* A dobókockával dobunk a t_0 pillanatban. Egy másodperccel később a t_1 pillanatban megszületik az eredmény: a kettest dobtuk, tehát egyidejűleg bekövetkezett a <páros> esemény is. Az eldobás előtti pillanatban $p_{t_0}(<4>) = \frac{1}{6}$ és $p_{t_0}(<\text{páros}>) = \frac{1}{2}$. Kérdés, mekkora a négyest dobás valószínűsége a t_1 pillanatban, vagyis, amikor a <páros> esemény bekövetkezett? A válasz – függetlenül attól, hogy melyik interpretációról van szó – $p_{t_1}(<4>) = 0$. És ez nem egyenlő a $p_{t_0}(<4> \mid <\text{páros}>) = \frac{1}{3}$ kondicionális valószínűséggel.

2. *$p(A|B)$ nem jelenti azt, hogy mekkora az A esemény valószínűsége akkor, ha a rendszer (a világ) olyan módon van preparálva (olyan állapotban van), hogy az garantálja, hogy a B esemény egy valószínűséggel bekövetkezik.* Ha ez lenne a kondicionális valószínűség értelme, akkor nem is lenne egyértelműen definiálva, és nem is lenne feltétlenül egyenlő $\frac{p(A\wedge B)}{p(B)}$-val! A dobókocka példájánál maradva, preparáljuk a kockát úgy, hogy $p(<2>) = 1$ legyen. Ezzel teljesítettük a $p(<\text{páros}>) = 1$ feltételt. Ilyenkor $p(<4>) = 0$, tehát ezek szerint, „$p(<4> \mid <\text{páros}>) = 0$”. Most preparáljuk a kockát úgy, hogy $p(<4>) = 1$. Ekkor is teljesül a $p(<\text{páros}>) = 1$ feltételt, és most „$p(<4> \mid <\text{páros}>) = 1$”.

Az ilyen és hasonló tévedések alapját gyakran annak az egyszerű *matematikai* ténynek a félreértése képezi, hogy tudniillik tetszőleges $(\mathcal{A}, p)$ valószínűségi modell esetében, minden $p(Y) \neq 0$ esetén, a

$$p' : X \in \mathcal{A} \mapsto p'(X) = p(X|Y)$$

egy, a Kolmogorov-axiómákat kielégítő *új* p' valószínűségi mértéket definiál az $\mathcal{A}$ eseményalgebrán, és így egy *új* $(\mathcal{A}, p')$ valószínűségi modellhez jutunk, melyben $p'(Y) = 1$.

A félreértések másik forrása, hogy figyelmen kívül hagyják, a $p(A|B) > p(A)$ korreláció csupán a szükséges, de nem elégséges feltétele annak, hogy az események között a „B oka A-nak” típusú kauzális kapcsolat álljon fenn (lásd a 6.5. fejezetet).

Ehhez a kérdéskörhöz kapcsolódik még a **84.** és a **85.** pont, melyekben a Bayes-szabály és a szubjektív valószínűség kapcsolatát fogjuk megvizsgálni.

80. A propensity interpretációval szemben felhozott szokásos kifogások tehát nem mondhatók megalapozottaknak. Ezzel szemben nem szokták említeni a propensity fogalmával kapcsolatban felmerülő lényegesebb problémát. Nevezetesen, hogy a propensity nem egy másodlagos, származtatott tulajdonsága a vizsgált objektumoknak, vagyis a propensity interpretáció a valószínűség fogalmát nem valamilyen már ismert fogalomhoz köti, nem a világ objektumainak már értelmezett, és empirikusan is megragadott tulajdonságaiból vezeti le, hanem egy új tulajdonság létezését állítja, olyan tulajdonságét, amely egy számértékkel fejezhető ki. De hogy ez a számérték pontosan hogyan határozódik meg, hogyan kötődik más, mérhető fogalmakhoz, arra nézve semmiféle magyarázatunk nincs. Ad absurdum, semmiféle fogódzónk nincs arra nézve, hogyan tesztelhetnénk empirikusan azt a kijelentést, hogy a feldobott egyforintosnak $propensity = \frac{1}{2}$-e van <Fej>-jel felfelé landolni az asztalon.

Szubjektív interpretáció

81. A szubjektív interpretáció úgy értelmezi a valószínűséget, mint annak a mértékét, amellyel egy egyén hisz valamely esemény bekövetkezésében. Azt gondolhatnánk, hogy ennélfogva a valószínűségek értéke bármi lehet, és az események valószínűsége semmilyen törvényszerűséget nem kell, hogy mutasson. Látni fogjuk, hogy ez tévedés. Tárgyalásunkat azonban megint két részre kell bontanunk, hiszen a szubjektív valószínűség elmélete a valószínűség reális, illetve matematikai interpretációjaként is értelmezhető.

Alapjában véve a szubjektív interpretáció – meglepő módon – egy reális interpretáció, hiszen a valóságos világban bekövetkező eseményekre vonatkozóan vezeti be a szubjektív valószínűség fogalmát, egy új mennyiséget, melynek számértéke valóságos személyek hitének mértékét fejezi ki valóságos események bekövetkezésével kapcsolatban. Vagyis, amikor arról beszélünk, hogy Kovács úr a Rózsi nevű kanca győzelmében 0.9 mértékben hisz, akkor egy valóságos lóról, annak a célfotón látható valóságos győzelméről és egy valóságos személy valamely valóságos tulajdonságáról van szó. Legyen az a szubjektív interpretációt propagálók gondja, hogy valami bővebbet mondjanak arról – feltehetően Kovács úr pszichológiai analízise alapján –, hogy mi határozza meg ennek a szubjektív valószínűségnek a számértékét. Mindenesetre, nem mondhatjuk, hogy ezek a szubjektív valószínűségek tetszőleges értéket felvehetnek, mint ahogyan azt sem tudhatjuk, vajon kielégítik-e a kolmogorovi-axiómákat.

82. A szubjektív valószínűség, mint egy valóságos személy egy valóságos esemény bekövetkezésében való hitének számszerűsített mértéke, elvben, empirikusan megragadható fogalmakhoz kötődik. Hogy hogyan, arra vonatkozóan nem tudunk semmit. Szokás azonban azzal a feltételezéssel élni, hogy egy racionálisan gondolkodó ember fogadásaiban olyan arányban fogad egy esemény bekövetkezésére, mint amennyi a szóban forgó eseményre vonatkozó szubjektív valószínűsége. Vagyis, ha én 2/3 mértékben hiszek egy esemény bekövetkezésében, akkor 3 a 2-höz arányban vagyok hajlandó fogadni arra, hogy az esemény bekövetkezik. *E feltételezés mellett*[12] érdekes eredményt sikerült bizonyítani: A fogadások világában *Dutch book*nak nevezik fogadásoknak egy olyan együttesét, amely arra vezet, hogy a fogadó mindenképpen veszít, bárhogyan alakuljon is a szóban forgó játék eredménye. Megmutatható (Dutch book-tétel), hogy egy racionális fogadó fogadásai akkor és csak akkor nem alkotnak Dutch bookot, ha szubjektív valószínűségei kielégítik a Kolmogorov-axiómákat. Az elégségesség bizonyítása nem egyszerű, a szükségesség belátása azonban triviális. Vegyük például a Kolmogorov-axiómák azon egyszerű következményét, hogy $p(A)+p(\neg A)=1$. Tegyük fel, hogy valaki figyelmen kívül hagyja ezt a szabályt, és 2/3 valószínűséget tulajdonít annak, hogy az érme feldobásának kimenetele <Fej> lesz, és 2/3 valószínűséget tulajdonít annak is, hogy <Írás> lesz. Ennek megfelelően az egyik ablaknál 2:1 arányban fogadást köt a <Fej>-re, és a másik ablaknál 2:1 arányban fogad az <Írás>–ra is. Ezek a fogadások egy Dutch bookot képeznek, ugyanis, ha az eredmény <Fej>, akkor a fogadó nyer 1 forintot az első fogadása alapján és veszít 2 forintot a másik fogadása miatt. Ha az eredmény <Írás>, akkor veszít 2 forintot és nyer 1 forintot. Tehát mindenképpen veszít.

83. A Dutch book argumentumban felsejlik a szubjektív interpretáció matematikai interpretációként való felfogása is. Egy matematikai interpretáció esetében, a valószínűségelméleti fogalmakat valamely más matematikai elmélet fogalmaival reprezentáljuk. A szubjektív interpretáció esetében ez az elmélet a fentiekben leírt fogadási szituációt absztrakt módon modellező játékelmélet. A Dutch book-tétel értelemszerűen ekkor is érvényben van, tehát a szubjektív valószínűségek ilyenkor is kielégítik a Kolmogorov-axiómákat.

84. A szubjektív interpretációval kapcsolatban érdemes néhány szót szólnunk az úgynevezett *bayesianizmusról*. Az (5.8) Bayes-szabályból, valamint az (5.9) teljes valószínűség tételből azonnal levezethető a következő matematikai összefüggés:

$$p(A|B)=\frac{p(B|A)p(A)}{p(B|A)p(A)+p(B|\neg A)p(\neg A)} \tag{5.19}$$

Tekintsük a következő példát: a szomszéd szobában valaki egy kockát dobál és jelenti nekünk az eredményt. Nem tudjuk, hogy a kocka egy szabályos dobókocka-e, vagy úgy van cinkelve, hogy csak páros számot lehet vele dobni (de az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a kettő közül valamelyik igaz). Jelöljük H-val azt a hipotézist, hogy a kocka cinkelt. Legyen $p_{t_0}(H)\in(0,1)$ egy személy szubjektív valószínűsége a t_0 pillanatban arra vonatkozóan, hogy a H hipotézis igaz, és általában jelöljük p_{t_0}-val az adott személy szubjektív valószínűségeit a t_0 pillanatban. Nyilvánvaló,[13]

[12] És természetesen a világ működésére vonatkozó néhány triviálisnak gondolt, kimondatlan feltételezés mellett...

[13] Pontosabban, egyáltalán nem nyilvánvaló. A **85.** pontban majd rátérek a bayesianizmussal kapcsolatos kritikai gondolatokra. Kérem az olvasót, hogy ettől a mondattól kezdve a **84.** pont végéig mindent tekintsen úgy, mint szabad idézését egy, a téma irodalmából vett tipikus kifejtésnek.

hogy $p_{t_0}(<2>|H) = p_{t_0}(<4>|H) = p_{t_0}(<6>|H) = \frac{1}{3}$, $p_{t_0}(<5>|H) = 0$ és $p_{t_0}(<i>|\neg H) = \frac{1}{6}$ $i = 1,2,\ldots 6$. Most tegyük fel, hogy azt a jelentést kapjuk, hogy a kockadobás eredménye <6>. Mennyi a H hipotézis valószínűsége ezen új információ birtokában az ezt követő t_1 pillanatban? Az (5.19) összefüggés felhasználásával,

$$\begin{aligned} p_{t_1}(H) &= p_{t_0}(H|<6>) = \frac{p_{t_0}(<6>|H)p_{t_0}(H)}{p_{t_0}(<6>|H)p_{t_0}(H) + p_{t_0}(<6>|\neg H)p_{t_0}(\neg H)} \\ &= \frac{\frac{1}{3}p_{t_0}(H)}{\frac{1}{3}p_{t_0}(H) + \frac{1}{6}(1 - p_{t_0}(H))} \end{aligned} \tag{5.20}$$

Hasonlóan, ha arról értesülünk, hogy az eredmény <5>,

$$\begin{aligned} p_{t_1}(H) &= p_{t_0}(H|<5>) = \frac{p_{t_0}(<5>|H)p_{t_0}(H)}{p_{t_0}(<5>|H)p_{t_0}(H) + p_{t_0}(<5>|\neg H)p_{t_0}(\neg H)} \\ &= \frac{0}{0 + \frac{1}{6}(1 - p_{t_0}(H))} = 0 \end{aligned}$$

vagyis a hipotézisnek ellentmondó esemény észlelése (Popper nagy megelégedésére[14]) a hipotézist azonnal nulla valószínűségűvé teszi.

Tegyük most fel, hogy a kocka valóban cinkelt. Ha például Eszter szubjektív valószínűsége a H hipotézist illetően 0.01, akkor a <6> eseményről értesülve ez a szubjektív valószínűség a következő lesz:

$$p_{t_1}(H) = p_{t_0}(H|<6>) = \frac{\frac{1}{3}0.01}{\frac{1}{3}0.01 + \frac{1}{6}(1 - 0.01)} \approx 0.02$$

Ha most ismét a hipotézissel összhangban álló, mondjuk <2> eseményről kapunk jelentést, akkor az (5.20) formula ismételt alkalmazásával Eszter hitének mértéke (szubjektív valószínűsége) a H hipotézis igazságában a következőre változik:

$$p_{t_2}(H) = p_{t_1}(H|<2>) = \frac{\frac{1}{3}0.02}{\frac{1}{3}0.02 + \frac{1}{6}(1 - 0.02)} \approx 0.04$$

és így tovább. A századik páros szám után ez a valószínűség nagy pontossággal 1.

Ha most például Iván szubjektív valószínűsége a H hipotézist illetően 0.7, akkor az első <6> esemény után ez $\frac{\frac{1}{3}0.7}{\frac{1}{3}0.7 + \frac{1}{6}(1-0.7)} \approx 0.82$-re változik, és a századik páros szám után ez is sok jegy pontossággal 1. Vagyis, függetlenül attól, hogy kinek milyen előzetes várakozásai vannak, a bekövetkező események, az empirikus tények, a hipotézist maximálisan konfirmálják.

Érdemes itt két dolgot megfigyelnünk, melynek nagy jelentősége van az induktív „következtetés" Hempel-féle kritikája,[15] és általában a tudományos hipotézisek empirikus megalapozhatóságára vonatkozó bírálatok, és az ezekre adott bayesianus válasz[16] tekintetében:

[14]Popper 1963.
[15]Hempel 1965.
[16]Grünbaum 1976a,b.

1. A $\frac{p(H|<6>)}{p(H)}$ hányados jó mérőszáma annak, hogy milyen mértékben nyer a H hipotézis megerősítést a <6> evidencia észlelése által. Vegyük észre, hogy ez a hányados az egymást követő megerősítések során fokozatosan csökken, és egyhez tart: a kilencvenkilencedik megerősítéshez képest a századik már nem jelent lényeges emelkedést a H hipotézis valószínűségében.

2. Tegyük fel, hogy egy E esemény (evidencia) következik a H hipotézisből, tehát $p(E|H) = 1$. Ekkor az (5.19) összefüggést a következőképpen is olvashatjuk:
$$\frac{p(H|E)}{p(H)} = \frac{1}{p(E)}$$
Vagyis, a megerősítés mértéke fordítottan arányos az E eseménynek a hipotézis feltételezése nélküli valószínűségével. Más szóval, egy hipotézist akkor tudunk jelentősen megerősíteni, ha a van egy olyan következménye, amely egyébként nagyon valószínűtlen volna, és ezt a következményt sikerül megfigyelnünk.

85. Ahogy mondani szokás, ez túl szép ahhoz, hogy igaz legyen! Az első, és nagyon is lényeges probléma, amivel szembe találjuk magunkat – és a valószínűség interpretációja szempontjából is ez a fontos most számunkra –, hogy miként kell az olyan valószínűségeket értelmeznünk, mint $p(< 6 > |H)$, $p(H)$, stb., és honnan tudjuk azok értékét, valamint a változásukra vonatkozó törvényeket. Bár a fenti kifejtésben szubjektív valószínűségekről volt szó, a bayesianizmus, mint ismeretelméleti, a világról szóló (tudományos) teóriák empirikus konfirmációjára vonatkozó tan, ezeket a valószínűségeket általánosabb érvényűnek tűnik tekinteni, mint egyetlen partikuláris személy ilyen vagy olyan állítás igazságába vetett hitének mértékét. De legalábbis a szubjektív valószínűségek változására felírt (5.20) összefüggés egy mindenkire nézve egyformán érvényes törvényszerűség. Hanem akkor kinek a szubjektív valószínűségeiről van szó? Az „emberé”, általában? Tehát az Úristen olyannak teremtette volna az embert, hogy koffeint itatva vele, felmegy a vérnyomása, és felmutatva neki egy evidenciát az (5.20) formula szerint megváltozik a szubjektív valószínűsége? Egyáltalán, honnan tudnak hirtelen a bayesianusok ilyen sokat az emberi elme viselkedésének általános, mindenkire egyformán érvényes törvényszerűségeiről? És egyáltalán, mi köze van ezeknek a pszichológiai felfedezéseknek az episztemológiához?

Azt hiszem, itt valami egészen másról van szó. A bayesianizmus sohasem hivatkozik pszichológiai kísérletekre. Valamiért azonban – a pszichológiai ismereteinktől függetlenül – *felteszi*, hogy egy személy szubjektív valószínűsége egy új evidencia megismerésével az (5.20) formula szerint változik meg. Mire alapozza a bayesianizmus az (5.20) összefüggést? Arra a feltevésre, hogy a szubjektív valószínűség bizonyos tulajdonságaiban ugyanúgy viselkedik, mint „más valószínűségek”, tehát, mint a relatív gyakoriság, vagy a propensity, vagy a klasszikus interpretáció szerint értelmezett valószínűség. Vagyis abból a feltételezésből indul ki, hogy a valószínűség többi interpretációjában teljesül, hogy egy A esemény valószínűsége egy B esemény bekövetkezése pillanatában $p(A)$-ról $p(A|B)$-re változik. Ha így lenne, akkor – a feltételezésnek megfelelően – teljesülne a szubjektív valószínűségekre is, és akkor valóban fennállna az (5.20) összefüggés. Mint a **79.** pontban láttuk, szó sincs azonban arról, hogy $p(A)$-ról $p(A|B)$re változna az A valószínűsége B bekövetkezésének hatására. Tehát, *a bayesianizmus a Bayes-szabály félreértésére épül*.[17]

86. Mielőtt befejeznénk a szubjektív interpretáció áttekintését, érdemes itt még egy kérdést tisztázni. Szokás a filozófiai irodalomban *objektív* és *episztemikus* valószínűségekről beszélni. Az egyik elnevezés arra utal, hogy a valószínűséggel jellemzett esemény objektíve indeterminisztikus, a másik arra, hogy csak számunkra tűnik annak, vagyis, hogy a szóban forgó jelenség számunkra megnyilvánuló valószínűségi jellege csupán tudásunk hiányából fakad. Fontos azonban, hogy ennek a felosztásnak semmi köze a fenti interpretációk szerinti „felosztáshoz". Vagyis például a szubjektív valószínűség nem feltétlenül episztemikus. Éppúgy lehet beszélni arról, hogy milyen mértékben hisz egy személy egy esemény bekövetkezésében, ha a szóban forgó esemény objektíve nem determinált, mint ha determinált, csak nem tudjuk, hogyan. Másfelől pedig, a többi interpretáció nem feltétlenül objektív valószínűséget ír le.

5.4. Kísérlet a valószínűség fizikalista interpretációjára

87. Áttekintve a valószínűség szokásos interpretációs irányzatait azt látjuk, hogy mindegyik megragad valamit a valószínűséggel kapcsolatos intuíciónkból, de egyik sem problémamentes, amennyiben azokat a valószínűség realista interpretációjának tekintjük. Ugyanakkor a fizikai és más valóságleíró elméletek használják a valószínűség fogalmát, és az elméletek empirikus tesztelése során is alkalmazzák azt. Hogyan lehetséges, hogy a valószínűség mibenlétével kapcsolatos alapvető kérdések megválaszolatlansága ellenére a mindennapos tudományos praxisban ezekből a problémákból semmit sem érzékelünk?

Most arra teszünk kísérletet, hogy a valószínűség fogalmának egy új, általam *fizikalista interpretációnak* nevezett értelmezését adjuk meg, amely talán képes feloldani ezt az ellentmondást. A „fizikalista" terminust természetesen az elmefilozófiától kölcsönözzük. A tudat fizikalista értelmezése szerint nincs olyan metafizikai argumentum, amely ellentmondana annak a hipotézisnek, hogy a mentális jelenségek, elvben, teljes egészében redukálhatók a fizikai jelenségekre, tehát leírhatók a fizika fogalmaival. Más szóval, a *mentális* (lokálisan[18]) a *fizikain* nyugszik (supervene), ami alatt azt értjük, hogy két dolog nem különbözhet egymástól mentális értelemben anélkül, hogy fizikai tulajdonságaiban ne különbözne.

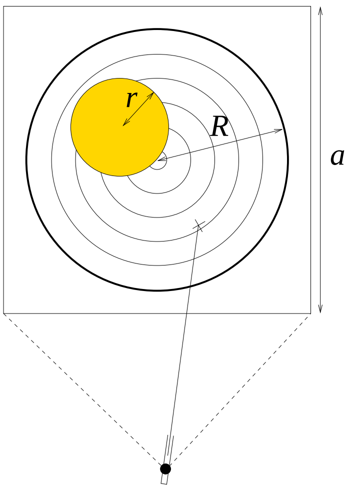
Hasonlóan, az itt kifejtett valószínűség-interpretáció legfőbb gondolata, hogy a valószínűség egy olyan fogalom, amely teljes egészében elhagyható a tudományos diskurzusból. Álláspontom szerint ez az, amit megtanulhattunk az eddig ismertetett stan-

[17]Fontos ezt világosan látnunk például annak érdekében is, hogy helyesen értékelhessük a kortárs teizmus „design-argumentumait" (Craig 1988), illetve annak a bayesiánus konfirmációelméletre épített változatait (Swinburne 1990, 1998). Ezek az argumentumok a kozmológiában is felbukkannak a különböző antropikus elvek formájában.

[18]Vö. Chalmelrs 1996.

dard valószínűség-interpretációk kudarcából. Nincs a valóságban az eseményeknek „valószínűsége”. Ezért nem képesek a standard interpretációk a valószínűség fogalmát konzisztens módon definiálni, és ez magyarázza meg azt is, hogy miért érzéketlenek az empirikus tudományok egy ilyen definíció hiányára.

I. Tézis *Nincs az eseményeknek olyan tulajdonsága, amely a „valószínűségének” felelne meg. Amit valószínűségnek nevezünk, az nem más, mint egy, a dolgoknak az adott eseménynek megfelelő állását jellemző fizikai mennyiség.*



5.6. ábra. *Egy puska úgy van rögzítve, hogy a falon egy meghatározott R sugarú körön belülre lő, úgy, hogy a lövések a körön belül egyenletesen oszlanak el. Mi a valószínűsége annak, hogy a kör elé helyezett r sugarú léggömb kidurran?*

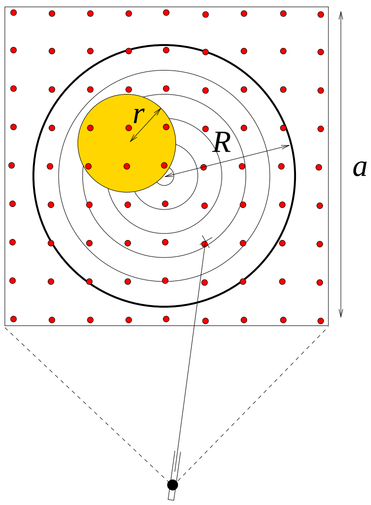
Vegyük a következő példát: Egy puska úgy van felfüggesztve, hogy a falon egy meghatározott a oldalú négyzeten belülre lő, úgy, hogy a lövések a négyzeten belül egyenletesen oszlanak el (5.6. ábra). A négyzeten belül van egy R sugarú céltábla, amely elé egy r sugarúra felfújt luftballont helyezünk. Mi a valószínűsége annak, hogy a luftballon kidurran (A esemény)? Mi a valószínűsége annak, hogy a golyó a céltáblába csapódik (B esemény)? Mi a kidurranás valószínűsége, feltéve, hogy a golyó a céltáblába fúródik?

A standard válasz, amit egy fizikus ezekre a kérdésekre válaszol, a következő:

$$\begin{aligned} p(A) &= \frac{\pi r^2}{a^2} \\ p(B) &= \frac{\pi R^2}{a^2} \\ p(A|B) &= \frac{r^2}{R^2} \end{aligned}$$

Maradjon homályban most, hogy egész pontosan hogyan jut a fizikus ehhez az eredményhez. Ami itt számunkra fontos, hogy ezek a „valószínűségek” ismert, jól definiált fizikai mennyiségek segítségével vannak kifejezve, pontosabban egy ezekből képzett, dimenziótlan, normált mérték segítségével. Az itt javasolt interpretáció legfőbb gondolata, hogy szabaduljunk meg a „valószínűség” valamiféle önálló, kontextusfüggetlen fogalmától. Annak, hogy az ismert valószínűség-interpretációk egyike sem volt képes a valószínűség fogalmát hiánytalanul definiálni, az az oka, hogy nincs az eseményeknek olyan tulajdonsága, ami a „valószínűségüknek” felelne meg. Vagyis, amikor azt mondjuk, hogy $p(A) = \frac{\pi r^2}{a^2}$, akkor ezt nem szabad úgy értenünk, hogy létezik egy jól definiált $p(A)$ mennyiség a bal oldalon, amely kontingens módon egyenlő $\frac{\pi r^2}{a^2}$-tel, hanem csupán arról van szó, hogy a fizikai mennyiségekből képzett $\mu(\ldots) = \frac{\text{...területe}}{a^2}$ mérték kielégíti a Kolmogorov-axiómákat, és más olyan tulajdonságot is mutat, amelyet a valószínűség intuitív fogalma takar. Más kontextusban a szóban forgó szituációt jellemző más tulajdonságokból létrehozott mennyiséget nevezünk valószínűségnek. Tehát a legtöbb, amit a valószínűségről mondhatunk, hogy

II. Tézis *A „valószínűség” elnevezést csak gyűjtőfogalomként szabad használnunk. Más és más konkrét szituációban más és más fizikai mennyiségekből képzett dimenziótlan normált mértéket takar.*



5.7. ábra. *Ha a luftballon mérete állandó, és a lövések garantáltan egyenletesen oszlanak el a négyzeten belül, akkor az A esemény relatív gyakorisága jó közelítéssel megegyezik $\frac{\pi r^2}{a^2}$-tel*

Olyasmiről van itt szó, mint mondjuk a „vektormező” fogalma. A vektormező egy világos matematikai fogalom, melyet különböző fizikai elméletben használunk, s minden alkalommal mást és mást jelent: elektromos térerősséget, mágneses térerősséget, a folyadék áramlási sebességmezőjét, töltésáram-sűrűséget, stb. De nem jut eszünkbe megkérdezni (a vektoranalízisen kívül), hogy „mi az a vektormező”? Nem kezdünk afelett metafizikailag tűnődni, hogy mit is nevezünk vektormezőnek a világban, nem beszélünk a „vektormező interpretációjáról”, nem kérdezzük meg, hogy mi valaminek a „vektormezője”, csak azt például, hogy mi az áramsűrűsége.

A hétköznapi tudományos gyakorlat szempontjából az a legfontosabb kérdés, hogy mi a valószínűség viszonya a relatív gyakorisághoz. A fenti két tézis alapján nem állíthatjuk, hogy a valószínűség általában megegyezne a relatív gyakoriság határértékével, mindenekelőtt azért nem, mert nem is tudjuk, hogy mi az a „valószínűség” általában. A fenti példánkban a „valószínűség” terminust a $\frac{\pi r^2}{a^2}$ mennyiség megnevezésére használtuk. Ennek a mennyiségnek általában semmi köze nincs az A esemény, vagyis a luftballon kidurranása relatív gyakoriságához. A $\frac{\pi r^2}{a^2}$ értéke minden egyes kísérletben egy jól definiált számérték, vagyis ebben az értelemben a A esemény „valószínűségének” minden egyes individuális kísérletben jól definiált értelme van, ugyanakkor kísérletről kísérletre változhat (például változtathatjuk a luftballon méretét), ezért semmi garancia nincs arra, hogy a relatív frekvenciák limesze egyáltalán létezik. Bizonyos speciális körülmények között azonban, ha $\frac{\pi r^2}{a^2}$ állandó, és a lövések eloszlása a négyzeten belül garantáltan egyenletes (5.7. ábra), akkor az A esemény relatív gyakorisága jó közelítéssel, $o\left(\frac{1}{N}\right)$ pontossággal megegyezik $\frac{\pi r^2}{a^2}$ értékével. (És ez nem valamiféle valószínűségelméleti megfontolásból jön ki, hanem egyszerű kinematikai tény!) Általában tehát a következőt mondhatjuk:

III. Tézis *A „valószínűségnek” nevezett fizikai mennyiség általában nem azonos a relatív gyakoriságok limeszével, és nem is kapcsolódik feltétlenül a „gyakoriság” fogalmához. Azonban, a szóban forgó szituáció ismétlődései gyakran olyan feltételek között mennek végbe, hogy a „valószínűség” jó közelítéssel megegyezik a nagy számú kísérletben leszámolt relatív gyakorisággal.*

Tegyük fel, hogy a fenti példánkban nem ismerjük a léggömb keresztmetszetét, de tudjuk, hogy állandó, és biztosítani tudjuk a lövések egyenletes terítését a négyzeten belül. Ekkor a „valószínűséget”, illetve a mögötte álló $\frac{\pi r^2}{a^2}$ mennyiséget $o\left(\frac{1}{N}\right)$ pontossággal meg tudjuk mérni a nagy számú lövés alapján kiszámolt relatív gyakoriságból. Mindez nem jelenti azt, hogy a <kidurranás> valószínűsége valami önálló mennyiség lenne, melynek empirikus definícióját adnánk meg a relatív gyakoriság segítségével. Általában,

IV. Tézis *Előfordulhat, hogy nem ismerjük annak a fizikai mennyiségnek az értékét, melyet „valószínűségnek” nevezünk egy adott szituációban. Ilyenkor, ha egyébként biztosítva látjuk a relatív gyakoriság és a „valószínűségnek” nevezett fizikai mennyiség közötti kapcsolatot, akkor megtehetjük, hogy a „valószínűséget”, tehát a megfelelő fizikai mennyiséget, a relatív gyakoriság mérésével határozzuk meg.*

A $\frac{\pi r^2}{a^2}$ mennyiség létezik és jól definiált értéke van, függetlenül attól, hogy a lövedékek kilövését és pályáját determinisztikus törvényszerűségek szabályozzák-e vagy sem. Továbbá a $\frac{\pi r^2}{a^2}$ mennyiség és a relatív gyakoriság között fennálló kapcsolatot (ha egyáltalán van ilyen kapcsolat) nem befolyásolja, vajon a lövedékek kilövése és mozgása determinisztikus folyamat-e vagy nem. Még egyszer, a $\frac{\pi r^2}{a^2}$valószínűség – függetlenül a determinizmus-indeterminizmus kérdésétől – akkor lesz ($o\left(\frac{1}{n}\right)$ pontossággal) egyenlő a relatív gyakorisággal, ha a relatív gyakoriság egy olyan kísérletsorozatban van értve, melyben garantált (a $\frac{\pi r^2}{a^2}$ állandósága mellett) a lövések egyenletes eloszlása a nagy kör belsejében. Az egyenletes eloszlást egy determinisztikus ergodikus folyamattal is biztosíthatjuk. Ilyen lehet például egy komputer véletlenszám-generátora. Összegezve,

V. Tézis *A „valószínűségnek" nevezett fizikai mennyiség értékét nem befolyásolja, hogy a szóban forgó folyamat determinisztikus-e vagy sem. Továbbá, a priori nem állíthatjuk, hogy ez az érték csak* 0 *vagy* 1 *lehet, csupán azért, mert a folyamat determinisztikus.*

Fenti példánkat folytatva, $\frac{\pi r^2}{a^2}$ értékét nem befolyásolja semmi sem, ami azzal függne össze, hogy mit tudunk a folyamat részleteiről. Mint ahogy, ha teljesül a lövések irányának egyenletes eloszlása az egymást követő ismétlések során, akkor a $\frac{\pi r^2}{a^2}$ értéket jó közelítéssel visszakapjuk a relatív gyakoriság formájában, függetlenül attól, vajon tudjuk-e, hogy a soron következő lövés milyen irányú, vagy nem.

E példán illusztrálva még egy fontos megjegyzést kell tennünk: Hogy az ismétlések során az irányok eloszlása az adott négyzeten belül egyenletes, vagy sem, ez ténykérdés. De nem tekinthető *a priori* egyenletesnek, csak azért, mert nem tudjuk, hogy mikor milyen irányba fog a puska lőni. Két utolsó tézisünk tehát így szól:

VI. Tézis *A „valószínűségnek" nevezett fizikai mennyiség értékét semmi olyan dolog nem befolyásolja, amely kapcsolatban állna „tudásunk hiányával".*

VII. Tézis *Nem lehet a priori tudásunk sem a valószínűséggel azonosított fizikai mennyiség értékéről, sem azoknak a kondícióknak a fennállásáról, melyek biztosítják, hogy ez az érték jó közelítéssel megegyezzen a relatív gyakorisággal.*

Mint láttuk, a standard interpretációk, mint reális interpretációk, nem képesek a valószínűség fogalmát kifogástalanul definiálni. Ugyanakkor a valószínűséggel kapcsolatos intuíciónknak számos fontos aspektusát írják le. Vegyük észre, hogy a példánkban szereplő $\frac{\pi r^2}{a^2}$ mennyiség számos olyan tulajdonsággal rendelkezik, amely összhangban van ezzel az intuícióval: 1) Bizonyos értelemben tükrözi a kedvező esetek számának és az összes, egyformán valószínű esetek számának arányát. 2) Alkalmas feltételek mellett, jó közelítéssel megegyezik az ismételt kísérletekben leszámolt relatív gyakorisággal. 3) Minden egyes individuális kísérletre vonatkozóan értelmes, és jól definiált értéke van. 4) A vizsgált példában a $\frac{\pi r^2}{a^2}$ arány valóban kifejezi az egész rendszer olyan viselkedésre való „hajlamának" mértékét, hogy a luftballon kidurranjon.

A fenti kontextusban természetesen nem foglalkozhattunk a szubjektív valószínűséggel. A tudat fizikalista értelmezésének megfelelően azonban könnyen elgondolhatunk olyan, egy adott személy agyát jellemző fizikai mennyiségekből képzett dimenziótlan normált mértéket, amely – a tipikus fogadási szcenárióban – a szubjektív valószínűségnek megfelelő szerepet tölt be.

Összefoglalva, a valószínűség fentiekben vázolt fizikalista értelmezése integrálja magában a korábban megismert valószínűség-interpretációk pozitívumait, anélkül azonban, hogy örökölné azok ellentmondásait is.

6. fejezet

Kauzalitás

Ha tehát azt kérdezzük, mi az oka a β eseménynek, és β alatt a β téridőtartományban történt partikuláris eseményt értjük, akkor azt kell válaszolnunk, hogy β oka minden, ami a $J^-(\beta)$ téridőtartományban történik.

---

88. A 4.2. fejezetben nagyon közel kerültünk a kauzalitás kérdésköréhez, vagyis ahhoz a metafizikai problémához, hogy mely események (tények, jelenségek, dolgok) állnak egymással ok-okozati viszonyban, és hogy miben is áll ez a viszony. E rövid fejezet kereteit mindenképpen meghaladná az okságra vonatkozó akárcsak lényegesebb filozófiai álláspontok áttekintése.[1] Csupán arra vállalkozhatunk, hogy röviden utaljunk azokra az irányzatokra, melyek említése elkerülhetetlen az itt képviselt álláspont megfelelő kontextusba helyezéséhez.

A hétköznapi gondolkodásban éppúgy, mint a tudományban az oksági magyarázat, az okokra való hivatkozás centrális szerepet játszik. Hume felbecsülhetetlen érdeme, hogy a kauzalitásra vonatkozó kritikai elemzését követően „az okság a metafizikában *magyarázó* fogalomból fokozatosan *magyarázandó* fogalommá vált".[2] Hume legfontosabb felismerése az oksággal kapcsolatban, hogy a jelenségek közötti ok-okozati viszony nem figyelhető meg. A Tanulmány az emberi értelemről Absztraktjában ezt a következő példán mutatja meg:

> Itt egy biliárdgolyó, és egy másik golyó egy bizonyos sebességgel közelít hozzá. Aztán összeütköznek; az a golyó, amelyik eddig nyugalomban volt, most mozgásba jön. Ez éppoly tökéletes példája az ok-okozati viszonynak, mint bármelyik más, amelyről érzékszerveink vagy értelmünk által tudomást nyerhetünk. Érdemes tehát közelebbről megvizsgálnunk.

[1] Az okság problémakörét összefoglaló, és a modern irányzatokat is bemutató magyar nyelvű irodalom: Huoranszki 2001, III. fejezet. A kauzalitásról szóló bővebb, és sokat idézett monográfia: Mackie 1974. Az itt kifejtett állásponthoz közel álló „ontológiai" megközelítést olvashatjuk Wesley Salmonnál (1984).

[2] Huoranszki 2001, 86. o.

> Nyilvánvaló, hogy a két golyó megérintette egymást, mielőtt a mozgás átadódott volna, és nem telt el idő a golyó meglökése és a mozgásbajövés között. Térben és időben való *szomszédosság* tehát az egyik szükséges feltétele annak, hogy egy ok kifejthesse hatását. Hasonlóképpen nyilvánvaló, hogy az a mozgás, amelyik az ok szerepét játszotta időben megelőzte azt a mozgást, amelyik az okozat szerepét tölti be. Következésképpen, az *időbeli elsőbbség* egy másik szükséges rekvizituma annak, hogy valamit oknak tekinthessünk. De ez még nem minden! Próbáljuk ki másik ugyanilyen golyókkal, megismételve az egész szituációt, és mindig azt tapasztaljuk, hogy az egyik lendülete mozgásba hozza a másikat. Ezzel megtaláltuk a *harmadik* feltételt, nevezetesen az ok és az okozat *állandó együttjárását*. Minden az okhoz hasonló dolog az okozathoz hasonló dolgot hoz létre. E három mozzanaton, tehát a szomszédosságon, az időbeli elsőbbségen és az állandó együttjáráson kívül nincs semmi, amit az ok eme példájában felfedezhetnénk.[3]

Amit közvetlenül tapasztalhatunk, az a szomszédosság térben és időben, az időbeli elsőbbség és az állandó együttjárás. Nem tapasztaljuk azonban az ok-okozati viszonyt. A tudományok, jelesül a fizika látványosan kerüli is az ok fogalmának használatát. Bertrand Russell „Az ok fogalmáról” c. tanulmányában a következőket írja:

> Minden filozófus, bármelyik iskolához tartozzék is, úgy képzeli, hogy az okozatiság a tudomány egyik alapvető axiómája vagy posztulátuma; viszont az olyan fejlett tudományokban, mint például az égi mechanika, az „ok” szó furcsa módon soha nem fordul elő. A „Naturalizmus és agnoszticizmus” c. munkájában dr. James Ward panaszt is emel ezen az alapon a fizika ellen: láthatólag úgy gondolja, hogy azoknak, akik a világra vonatkozó végső igazságról akarnak megbizonyosodni, az okok felfedezésével kellene foglalkozniok, a fizika viszont még csak nem is keresi az okokat. Nekem úgy tűnik, hogy a filozófiának nem szabadna ilyen törvényhozói funkciókat magára vállalnia, és hogy a fizika azért nem kutat többé az okok után, mert valójában egyáltalán nincsenek ilyesféle dolgok. Úgy hiszem, az okság törvénye, mint annyi minden más is, egy elmúlt kor emléke, s a monarchiához hasonlóan csak azért él tovább, mert – tévesen – ártalmatlannak vélik.[4]

Az igazsághoz hozzá tartozik, hogy Hume szövegei nem egyértelműek, és nincs egyetértés a filozófiatörténészek között azt illetően, hogy Hume szkepszise azt jelenti-e, hogy van a világban kauzalitás, de lehetetlen az ok-okozati viszonyt közvetlenül tapasztalnunk, vagy pedig hogy tagadja a kauzalitás létezését ontológiai értelemben is. Másrészt, Russell későbbi írásaiban megváltoztatta véleményét, és elismerte, hogy a

[3] Salmon 1984, 136. o.
[4] Russell 1976, 291. o.

kauzalitás fundamentális szerepet játszik a fizikában. E két idézetből inkább csak az a fontos számunkra, hogy lássuk, egyáltalán nem magától értetődő, hogy van-e kauzalitás a világban, és hogy hogy mi az.

Mélyebb metafizikai tartalmát illetően, a kauzalitás három különböző felfogását különböztetjük meg: a kauzalitás *episztemikus, modális* és *ontológiai* értelmezését.

6.1. Episztemikus értelmezés

89. Az általam kifejtett álláspont, mint majd látni fogjuk, tagadja, hogy a kauzalitás feltétlenül összefüggne a természeti törvény és a tudományos magyarázat fogalmával, abban az értelemben, hogy a kauzalitást a másik két fogalomra vezethetnénk vissza. Fordítva, az okság és például a tudományos magyarázat között fennáll bizonyos összefüggés, amennyiben – Wesley Salmon (1984, p. 19) értelmezése szerint – tudományos magyarázatnak azt tekinthetjük, ha a megmagyarázandó jelenséget képesek vagyunk a világ jelenségeinek (eseményeinek) kauzális rendjébe beilleszteni. Mindenesetre, az okságról folytatott filozófiai diskurzusban gyakran keverednek a természeti törvényre, a tudományos magyarázatra és a kauzalitásra vonatkozó megállapítások. Az episztemikus értelmezés szerint ezek nem is elválasztható problémakörök.

Az episztemikus felfogás szerint egy A esemény oka a B eseménynek, ha létezik olyan T természeti törvény (vagy esetleg törvények egy rendszere), hogy A-ból és a T törvényből logikailag következik B. Tehát, ha az asztal egyik végén fekvő mágnesrúd elmozdul, akkor egy nanoszekundum múlva az asztal másik végénél addig nyugalomban álló iránytű is megmozdul. Ez logikai következménye az elektrodinamika egyenleteinek és a <mágnesrúd elmozdul> eseménynek. Az okság ezen értelmezésének episztemikus jellege abban nyilvánul meg, hogy például abból a tényből (kezdeti adatból), hogy a másgnesrúd elmozdult, figyelembe véve a Maxwell-egyenleteket, meg tudjuk jósolni, hogy az iránytű meg fog mozdulni.

90. Világos, hogy a kauzalitásnak ez az értelmezése sokféle problémát vet fel. Az egyik probléma, hogy mi számít eseménynek. Nem igaz ugyanis, hogy minden kijelentés olyan eseményt takar, amelyre nézve a kauzalitási reláció értelmes. Ha Kovács úr lánya New York-ban gyereket szül (A), akkor Kovács úr Budapesten (azonnal!) nagypapává változik (B). (Az ilyen, nem fizikai eseményt hívják „Cambridge event”-nek a filozófiában.) B ugyan logikai következménye A-nak és valami „családtan” elméletnek (T), de mégsem tekintenénk ezt a viszonyt kauzális kapcsolatnak.

Továbbá, Hume szerint, az okozat nem lehet szükségszerű következménye az oknak, *logikai* értelemben. Tehát nem tekinthető ok-okozati viszonynak az, hogy ha egy autó sebessége kétszeresére változik (A), akkor a sebességének négyzete a négyszeresére változik (B). Mint Hume mondja, lehetségesnek kell lennie, hogy az ok és az okozat egymástól függetlenül fennálljanak.

Az sem mindegy, hogy milyen jellegű a szóban forgó T törvény. Vannak olyan természeti törvények, amelyekről úgy gondoljuk, hogy nem fejeznek ki kauzális kapcsolatot. Az impulzusmomentum megmaradásából tudjuk, hogy ha egy szabadon keringő műhold távolodik a Földtől (A), akkor lecsökken a sebessége (B), mégsem mondjuk, hogy az egyik jelenség a másiknak oka.

Vagyis egy törvényszerű kapcsolat eredményezheti két dolog együttjárását, két fajta esemény korrelációját. Az együttjárásban megnyilvánuló szimmetrikus viszony azonban nem feltétlenül jelent kauzális kapcsolatot, abban az aszimmetrikus értelemben, hogy az egyik jelenség oka lenne a másiknak. (Később látni fogjuk, hogy ilyen esetben is mindig van valamilyen kauzális kapcsolat a jelenségek között, nevezetesen, az, hogy a korrelációt egy közös ok magyarázza.)

91. Ha a kauzális kapcsolatnak szükséges feltétele, hogy az ok és az okozat között törvényszerű összefüggés álljon fenn, akkor az okság fogalma máris megterhelődik mindazokkal a metafizikai nehézségekkel, amelyek a természeti törvénnyel kapcsolatban felvetődnek. Itt most arra a nehézségre kell gondolnunk elsősorban, hogy a törvényszerűségek regularitásokhoz kötődnek. A kauzális kapcsolat ezek szerint nem partikuláris események, hanem eseménytípusok közötti viszonyt jelentene. Partikuláris esemény alatt a téridő egy meghatározott tartományában végbement eseményt értjük, vagyis az univerzum történetének azt az epizódját, amely a téridő adott tartományában történik meg.

Igaza van Hume-nak, hogy a kauzális kapcsolatot a regularitások észlelésén keresztül ismerjük fel, a regularitás azonban a kauzális kapcsolat *felismerésének* a szükséges feltétele, és nem magának a kauzális kapcsolatnak. Kérdés azonban, hogy miként lehet a partikuláris események közötti kauzális kapcsolatot értelmeznünk.

6.2. Modális értelmezés

92. A kauzalitás modális értelmezésének lényege a következő: A téridő egy adott tartományában végbement A partikuláris esemény oka a téridő egy adott tartományában végbement partikuláris B eseménynek, ha igaz a következő kontrafaktuális[5] állítás:

Ha A nem következett volna be, akkor B nem következett volna be.

Az ok szükségességének ilyen kontrafaktuális megfogalmazása szintén Hume-tól ered. Hume azonban az okság kontrafaktuális megfogalmazását a regularitáselmélet átfogalmazásának gondolta, miközben az alkalmasnak látszik a partikuláris események közötti oksági viszony kifejezésére is – és ez motiválta a kontrafaktuális kauzális relációk elméletének megalkotóját, David Lewist is.[6]

A kauzalitás kontrafaktuális analízise nagymértékben függ magának a kontrafaktuálisnak az értelmezésétől. Hogyan kell értenünk a tényellentétes kondicionálisokat? Vizsgáljuk meg Lewis híres példáját a „Ha a kengurunak nem lenne farka, felbukfenczne.” mondatot. Lewis szerint ezt a mondatot úgy kell értenünk, hogy minden olyan

[5] tényellentétes

[6] Lewis 1986.

lehetséges világban, amelyikben nincs a kengurunak farka, de minden más vonatkozásban olyan, mint az aktuális világ, a kenguruk felbukfenceznek. Lewis kontrafaktuálisokról szóló művének[7] kiinduló gondolata ez. Ám éppen ez a kezdeti elgondolás az, amely magában hordozza Lewis kontrafaktuális analízisének folyamatosan, újból és újból felmerülő problémáját. Azt tudniillik, hogy milyen mértékben kell hasonlítania egy olyan világnak az aktuális világra, amelyikben nincs a kengurunak farka? Sokféle ilyen alternatív világot képzelhetünk el. Nyilván arra kell gondolnunk, hogy vannak releváns és irreleváns különbségek. Mert nyilvánvaló (talán?), hogy lehetett volna nekem a harmadik elemiben írásból továbbra is hármasom, minden olyan világban, amelyikben a kenguruknak nincs farkuk, de a melbourne-i cirkusz kengurujának farkán nem lehet csokornyakkendő, ha nincs azt mire rákötni. Lewis maga is készséggel elismeri, hogy ezen a ponton a kontrafaktuális analízis homályos, vagyis hogy nem lehetséges világos definíciót adni arra nézve, mit is jelent az, hogy „az alternatív világ olyan, mint az aktuális, csak éppen ...". Lewis szerint azonban e homályosság természetes, és nem érinti a fogalom használhatóságát.

Hangsúlyoznunk kell, hogy a kauzalitás kontrafaktuális értelmezése független attól, hogy egyébként milyen álláspontot foglalunk el az ún. *modális realizmus* ügyében, vagyis azt illetően, hogy léteznek-e az alternatív világok, s ha igen, milyen értelemben. Témánk szempontjából tehát közömbös, hogy a legszélsőségesebb modális realisták szerint[8] a lehetséges világok ontológiai státusza semmiben sem különbözik az aktuális világ ontológiai státuszától.

93. Kérdés az is, hogy milyen értelemben „lehetségesek" ezek a lehetséges világok. Lewis – megint csak hume-i hagyományokat követve – bevezeti az ún. „újrakombinálhatóság elvét"[9] vagyis azt az elvet, mely szerint – tömör egyszerűséggel kifejezve – az aktuális világunkban lévő dolgokat szabadon összekuszálhatjuk, és mindezt elszállásolhatjuk egy lehetséges világban.

> A lehetséges világok teljességének (plenitude) érzékeltetése céljából elfogadom az újrakombinálhatóság elvét, ami szerint különböző lehetséges világok részeinek összetoldozásaiból újabb lehetséges világok jönnek létre. Durván azt mondhatnánk, hogy az elv szerint bármi együtt létezhet bármi mással, feltéve, hogy más helyet foglal el a téridőben. Hasonlóképpen, bármi létezhet bármi más nélkül is.[10]

Ebben az értelemben tehát minden lehetséges. Lewis azonban korlátozza ezt az elvet, mégpedig a következőképpen:

> [A]zt hiszem, hogy léteznek olyan világok, melyekben a fizika különbözik a mi világunk fizikájától, de nem léteznek olyanok, melyekben a logika és

[7] Lewis 1973.
[8] Belnap és Green 1994; Vö. Lewis 1973, 84. o.
[9] Huoranszki 2001, 161. o.
[10] Huoranszki 2001, 161. o. (A szövegrész angol eredetije: Lewis 1986, 87-88. o.)

> az aritmetika más, mint a mi világunk logikája és aritmetikája. Ezzel nem mondok többet, mint hogy szisztematikusan kifejtem azt a naiv, filozófia előtti véleményemet, mely szerint a fizika lehet más, de a logika és az aritmetika nem.[11]

Nem célunk itt Lewis metafizikai álláspontját megvitatni, csak zárójelben megjegyezzük, hogy 1) teljesen indokolatlan a matematika és a logika e kitüntetett státuszba helyezése a természet törvényeivel szemben,[12] és megkérdezzük, 2) *melyik* logika és *melyik* aritmetika, és például *melyik* geometria, stb. *az* aktuális világ „logikája", „aritmetikája" és „geometriája", melyet e kitüntetett státuszba emelünk. Lewis „lehetséges világ"-fogalma nem mentes tehát egyfajta platonizmustól.

A kauzalitás kontrafaktuális értelmezését tekintve azonban nem közömbös, hogy hol húzza meg Lewis az újrakombinálhatóság elvének határait. Első közelítésben tekintsük azt az esetet, amikor az elvet nem korlátozzuk semmivel, tehát nem vagyunk tekintettel a Lewis által respektálni ajánlott logikai és matematikai igazságokra sem. Ebben az esetben nyilván az lesz az aktuális világhoz legközelebbi olyan lehetséges világ, amelyben A nem történik meg, amelyet úgy kapunk, hogy az aktuális világból elvesszük A-t, és kész (azaz benne hagyjuk B-t), minden további változtatás nélkül. Ebben az esetben tehát *nincs kauzalitás*. Nincs két olyan esemény, melyekre a lewisi definíció alkalmazható lenne.

Második lépésben kapcsoljuk be a Lewis által előírt korlátot. Vagyis az újrakombinálhatóságnak egyedüli korlátja a logika és a matematika legyen. Ebben az esetben már nem feltétlenül igaz, hogy létezik olyan lehetséges világ, amelynek nem része A, de része B (minden mást fixen hagyva). Mikor nem lehetséges ilyen világ? Akkor, ha A és B között logikai/matematikai kapcsolat van, pontosan, ha $\neg A \& B$ logikai ellentmondás! Más szóval ez azt jelenti, hogy a lewisi értelmezés szerint az ok és az okozat egymás logikai/matematikai következményei, vagyis azzal az esettel van dolgunk, amit Hume indítványára nem tekintettünk kauzális kapcsolatnak.

94. Ha valódi, kontingens kauzális kapcsolatot kívánunk visszakapni a lewisi értelmezés segítségével, akkor a lehetséges világok családját kiválasztó újrakombinálhatóság elvének máshol kell meghúzni a határait. Például szokás azt mondani, hogy azok a lehetséges világok, amelyek respektálják a természet törvényeit. Ezzel azonban nagyon bizonytalan talajra léptünk. Nehéz ugyanis megmondani, hogy a természet törvényei alapján milyen az a lehetséges világ, amelyikben nem történik meg egy adott (tehát a téridő egy adott helyén végbement) A esemény, és melyik ezek közül az aktuális világhoz legközelebbi. S még nehezebb arra válaszolni, hogy egy ilyen világban bekövetkezik-e B. Mert például az evolúció során, ha nincs farok a kengurun, akkor másképpen alakul a testének súlyeloszlása (mivel, ha mindig felbukfencezett volna, akkor most nem lenne kenguru az élővilágban). Minél gazdagabb képünk van az aktuális világban érvényesülő törvényszerűségekről, annál valószínűtlenebb, hogy az uni-

[11] Lewis 1973, 88. o.

[12] Bővebben erről: E. Szabó 2002.

verzum történetének bármelyik porcikáját elhagyhatjuk, a történet egészének átírása nélkül.

95. Egyáltalán, vizsgáljuk meg a lewisi definíció logikai szerkezetét! Tegyük fel, hogy a lehetséges világoknak egy T elméletet kell kielégíteniük. Vitathatatlan – ha mégoly homályos is ennek a „távolságnak” az értelme –, hogy az aktuális világhoz legközelebbi A nélküli világ az lenne, amelyben – minden mást fixen hagyva – nincs A, de van B. Mikor nem található ott ez a világ a lehetséges világok családjában? Akkor, ha a $\neg A$-ból és a T elméletből következik $\neg B$. Tehát, *a kauzális viszony lewisi értelmezése praktikusan nem különbözik az episztemikus értelmezéstől.* Igaz ez abban az értelemben is, hogy a kontrafaktuális értelmezés sem mellőzheti a regularitásra való hivatkozást, vagyis az azzal történő érvelést, mely szerint A és B események partikuláris esetei bizonyos eseménytípusoknak, melyekről a T elmélet azt állítja, hogy az egyikből következik a másik.

96. Végül megemlítünk néhány olyan problémát, amely a lewisi definícióval kapcsolatban felvetődik, a fenti, részletesebb elemzés nélkül is. Először is tisztáznunk kell, hogy a lewisi definíció csupán a kauzális faktorok értelmezésére alkalmas, és nem az ok definiálására, abban az értelemben, hogy az ok (önmagában) kiváltaná az okozatot. Nyilvánvaló, hogy a szükséges feltétel nem feltétlenül elégséges is. Az ismert orosz népmesében az óriásira nőtt répa kihúzásának szükséges feltétele a sor végén az Egér húzóereje, de nem tekinthetjük úgy, hogy az óriási répa földből történő kimozdulásának oka az Egér által kifejtett húzóerő. Az Egér húzása, csak egy a kauzális faktorok közül, ugyanúgy, mint a Medve húzása, és a többieké. Más szóval, a lewisi értelemben definiált okok konjunkciója tekinthető olyan értelemben oknak, melyek már maguk után vonják (a természeti törvények értelmében, például) az okozatot. Ez nem csupán a kontrafaktuális értelmezés problémája, hanem általános nehézsége a kauzalitásról való elmélkedésnek, s majd csak az általunk javasolt ontológiai értelmezés keretében fog megoldódni.

Megengedve tehát, hogy a Lewis-féle definícióval csupán egy releváns kauzális faktort értelmezünk, újabb nehézség merül fel: Tekintsük például azt az állítást, hogy „Ha Mari locsolta volna a virágaimat, nem hervadtak volna el.” Első közelítésben valóban úgy tűnik, ha ez a kontrafaktuális mondat igaz, akkor a virágok elhervadásának oka Mari nemlocsolása. Úgy értjük, sok minden más mellett, ez egy releváns kauzális faktor. A helyzet azonban ettől bonyolultabb, hiszen nyilván igaz a következő mondat is: „Ha George Bush locsolta volna a virágaimat, akkor nem hervadtak volna el.”[13] Mégsem gondolnánk, hogy virágaim elhervadásának oka az Egyesült Államok elnökének nem-locsolása. Mégcsak azt sem gondoljuk, hogy az elnök nem-locsolása egyike a releváns kauzális faktoroknak.

[13] A találó példa Jaegwon Kimtől származik.

6.3. A kauzalitás valószínűségi elmélete

97. Hume úgy gondolta, hogy az ok nem csak szükséges feltétele az okozat bekövetkezésének, hanem egyben elégséges feltétele is: „Az okot úgy definiálhatjuk, mint *egy olyan objektumot, amelyet egy másik követ, és amelyekre fennáll, hogy minden, az elsőhöz hasonló objektumot követ egy, a másodikhoz hasonló objektum.*”[14]

Későbbi filozófusok finomították ezt a képet. A legismertebb Mackie *inus*-elve:[15] az ok *szükséges, de nem elégséges feltétel a feltételek egy olyan rendszerében, amely elégséges, de nem szükséges* az okozat bekövetkezéséhez. A lényeg azonban, hogy az ok szükséges és elégséges volta nem összeegyeztethető az indeterminizmussal: Ha egy B esemény nincs arra determinálva, hogy megtörténjen, akkor nem lehet egy másik A esemény része kondíciók egy olyan rendszerének, amely elégséges ahhoz, hogy B bekövetkezzen. Az indeterminizmus tételezése mellett, a kauzalitásra vonatkozó elgondolásainkat módosítanunk kell.

98. A valószínűségi kauzalitás alapgondolata a következő: Az okozat bekövetkezhet az ok nélkül is, és fordítva, az is megtörténhet, hogy az ok bekövetkezése ellenére az okozat nem történik meg. Az A és B események közötti ok-okozati viszony abban áll, hogy *az ok bekövetkezése megnöveli az okozat bekövetkezésének valószínűségét*. Ezt a következő formulával szokás kifejezni:

$$p(B|A) > p(B|\neg A) \tag{6.1}$$

A tipikus példa, melyet az sztochasztikus kauzalitásról szóló irodalomban olvashatunk a következő: „A dohányzás tüdőrákot okoz.” Nem jelenti ez azt, hogy egy adott személy dohányzása szükségszerűen rákot okoz, mint ahogy nem dohányzónak is lehet tüdőrákja. A kauzális kapcsolat abban áll, hogy a dohányzás megnöveli a tüdőrák valószínűségét.

99. A kauzalitás valószínűségi értelmezésével kapcsolatban számos problémát szokás felvetni, melyek közül a három legfontosabbat említjük meg:

1. A (6.1) egyenlőtlenség megtévesztő abban az értelemben, hogy azt sugallja, hogy A és B között egy aszimmetrikus viszony áll fenn. Ugyanakkor (6.1) a következőképpen alakítható tovább:

$$\begin{aligned} \frac{p(A\wedge B)}{p(A)} &> \frac{p(B)-p(A\wedge B)}{1-p(A)} \\ p(A\wedge B)(1-p(A)) &> (p(B)-p(A\wedge B))\,p(A) \\ p(A\wedge B) &> p(A)\,p(B) \end{aligned}$$

[14] Hume 1748, VII. fejezet.

[15] Insufficient but Non-redundant part of an Unnecessary but Sufficient condition (Mackie 1974).

Vagyis (6.1) egyszerűen azzal ekvivalens, hogy a két esemény között pozitív korreláció van, ami egy szimmetrikus viszony A és B között, és akár úgy is kifejezhető, hogy

$$p(A|B) > p(A|\neg B)$$

2. A korreláció ténye önmagában nem feltétlenül jelenti azt, hogy az egyik esemény a másiknak oka. A korreláció tudniillik származhat közös okból is. Hogy megint egy tipikus példát említsünk a téma irodalmából, korreláció van aközött, hogy valakinek elsárgultak az ujjai és hogy tüdőrákja van, mégsem a sárga ujjak okozzák a tüdőrákot. A korrelációt a dohányzás mint közös ok magyarázza. A korrelációk közös okkal történő magyarázatával részletesen fogunk foglalkozni a 6.5. fejezetben.

3. Az irodalomban gyakran érvelnek úgy, hogy vannak olyan korrelációk, amelyek mögött sem direkt, sem közös ok típusú kauzális kapcsolat nincs. Tekintsük Eliot Sober ismert példáját:[16] A kenyér ára Londonban az elmúlt néhány évszázadban folyamatosan emelkedik, és a víz szintje Velencében szintén folyamatosan emelkedik az elmúlt néhány évszázadban. Létezik tehát egy (szimultán) korreláció a velencei vízszint és a londoni kenyérár között – mondja Sober. Ugyanakkor joggal feltételezhetjük, hogy sem közvetlen kauzális kapcsolat, sem közös ok nem létezik a korreláció mögött.

E problémákkal kapcsolatban a következőket érdemes megjegyeznünk. Sem a aszimmetria kérdése, sem a közös ok problémája nem a sztochasztikus kauzalitás sajátossága. Minden eddig említett értelmezés szenved ugyanezektől a nehézségektől. Mint ahogyan a valószínűségi értelmezés is szembe találja magát olyan további kérdésekkel, hogy a kauzális viszony szinguláris események között értelmezett viszony-e, vagy csak eseménytípusokra vonatkozik. (Ha tudniillik szinguláris eseményekre vonatkozik, akkor természetesen felmerül az a kérdés, hogyan van értelmezve a szinguláris események valószínűsége.)

A harmadik problémát illetően meg kell jegyeznünk, hogy Sober példája – amennyiben helytálló – ellentmond a 6.5. fejezetben tárgyalt Reichenbach-féle közösok-elvnek. Az elv röviden azt állítja, hogy nem létezik korreláció valamilyen kauzális magyarázat nélkül. Tehát, ha két esemény között korreláció van, akkor a két esemény vagy direkt kauzális kapcsolatban áll egymással, vagy létezik a korrelációt magyarázó közös ok. Más szóval, az elv azt állítja, hogy nincsenek a valóságban „véletlen regularitások”.

100. Szokás a Sober-féle ellenpélda és a Reichenbach-féle közösok-elv közötti ellentmondást a következő érveléssel „feloldani”:[17] A kenyér árát Londonban bizonyos dolgok határozzák meg, például a kenyér korábbi ára. Hasonlóan, a víz szintjét Velencében meghatározza a tengervíz szintje egy korábbi időpillanatban, és esetleg más

[16] Sober 1988.
[17] Arntzenius 1997.

lokális dolgok. Tegyük fel, hogy az időfejlődés mindkét esetben determinisztikus, továbbá, a példa szerint, olyan, hogy mindkét mennyiség értéke folyamatosan növekszik. Tehát a kenyér árának növekedését t időpontban, X_{t^+}-t valamilyen korábbi, lokális (londoni) esemény határozza meg, X_{t^-}. Hasonlóan, a víz szintjének emelkedését, Y_{t^+}-t egy korábbi lokális Y_{t^-} esemény determinálja. Determinisztikus esetben $p(X_{t^+}|X_{t^-}) = p(Y_{t^+}|Y_{t^-}) = 1$. Nyilvánvaló, hogy, ha X_{t^+} és Y_{t^+} között maximális korreláció van, akkor maximális korreláció van X_{t^-} és Y_{t^+} között is. Ha azonban ez igaz – hangzik az érv –, akkor ez egyben megmagyarázza az X_{t^+} és Y_{t^+} közötti korrelációt.

Ezzel azonban nem tettünk mást, mint a két távoli esemény közötti, eddig magyarázatra szoruló korrelációt visszavezettük korábbi két, szintén szeparált esemény közötti korrelációra, amely azonban ugyanúgy magyarázatra szorul, hacsak nem akarjuk ezt a korrelációt egy korábbi események közötti korrelációval magyarázni, és így tovább, az Ősrobbanásig. Ez tehát nem a megfelelő út a Sober által felvetett ellenpélda kezelésére.

101. A Sober-féle példa ugyanis – mint minden más hasonló példa a filozófiai irodalomban, amelyik „véletlen együttjárásról” szól – egyszerűen nem helytálló. Ugyanis nincs korreláció! Ha elfogadjuk a példa feltételezését, hogy a kenyér árának növekedése is és a vízszint emelkedése is évről évre biztosan bekövetkezik, akkor tehát két egyvalószínűségű eseményről van szó, melyek között a korreláció zérus, azaz a két esemény statisztikailag független:

$$\Delta(X,Y) = p(X \wedge Y) - p(X)\,p(Y) = 1 - 1 \cdot 1 = 0$$

102. Persze megpróbálhat valaki azzal érvelni, hogy talán mégsem egy valószínűségű eseményekről van szó, hanem csak, mondjuk, 0.99 mindkét esemény valószínűsége, azaz mindegyikre igaz, hogy egy évszázadban várhatóan egyszer nem következik be. Akkor már lehetséges közöttük korreláció, és ha mégoly gyenge is ez a korreláció, nincs rá kauzális magyarázat.[18] Az érv azért nem elfogadható, mert a „lehetséges, hogy van” és a „van” között igen nagy a különbség! Mert ha $p(X) = p(Y) = 1$, akkor valóban tudjuk $p(X \wedge Y)$ értékét ($= 1$). De ha $0 < p(X), p(Y) < 1$, akkor a **63.** pont (5.12) alapján a konjunkció valószínűsége a

$$\min\{p(X), p(Y)\} \geq p(X \wedge Y) \geq p(X) + p(Y) - 1$$

határok között bármi lehet, beleértve a függetlenséget jelentő $p(X \wedge Y) = p(X)\,p(Y)$ értéket is. És hogy ezen az intervallumon belül mekkora a konjunkció valószínűsége, az kizárólag empirikusan eldönthető kérdés. Ha például $p(X) = p(Y) = 0.99$, akkor a koincidencia (tehát a konjunkció) valószínűsége a $0.98 \leq p(X \wedge Y) \leq 0.99$ intervallumba esik. Ezen a szűk intervallumon belül, a $p(X)p(Y) = 0.9801$ érték felel meg a függetlenség esetének. Ahhoz tehát, hogy azt mondhassuk, hogy valóban van korreláció a londoni kenyérár növekedése és a velencei tengerszint növekedése között, a

[18] Vö. Arntzenius 1997. Hasonló érveket fogalmazott meg J. Berkovitz „On the Relation Between Correlation and Causation in Deterministic Models” c. előadásában, *International Interdisciplinary Workshop on Determinism*, Ringberg, (Németország), 2001 június 4-8.

szóban forgó valószínűségeket 10^{-4} pontossággal ismernünk kellene, amihez sok-sok ezer év megfigyelésére lenne szükség. Ilyen empirikus adatokra való referencia nélkül nem lehet korrelációról beszélni.

103. A kauzalitás valószínűségi elméletének kiterjedt és fontos irodalma van.[19] Nem célunk most e téma további részleteit kifejteni. A Reichenbach-féle közösok-elv tárgyalásához visszatérünk a 6.5. fejezetben, és további részleteket vizsgálunk meg.

Összefoglalóan azt kell hangsúlyoznunk, hogy a valószínűségi értelmezés alapfogalma, a statisztikus korreláció, tökéletes indikátora a mögöttes kauzális mechanizmusoknak. Egész pontosan azt állítjuk, hogy ha korrelációt látunk, amögött mindig – direkt vagy közösok-típusú – kauzális kapcsolat van. Még talán arra is van mód – a valószínűség megfelelő értelmezésével –, hogy a korrelációkat és a mögöttes kauzális kapcsolatokat szinguláris eseményekre vonatkozóan is értelmezzük. *A kauzális viszony azonban nem merül ki, nem azonos a statisztikus korrelációval. A korreláció a kauzális kapcsolat következménye, de nem azonos a két fogalom.* Mindenekelőtt azért nem, mert a valószínűségi leírás nem tükrözi a téridőbeli viszonyokat.

6.4. A kauzalitás ontológiai elmélete

104. A kauzalitás most kifejteni kívánt felfogását elsősorban Russell, Reichenbach és Salmon kauzális folyamatokra vonatkozó nézetei, valamint Salmon *„at-at” theory of causal propagation* néven ismert felfogása motiválta, és bizonyos vonásaiban megegyezik ezekkel az elképzelésekkel. A kauzalitás ontológiai elméletének alapvető nézőpontja ugyanaz a fizikalista szemléletmód, amely a valószínűség **87.** pontban kifejtett fizikalista interpretációját jellemzi.

Fizikalista szemmel áttekintve a kauzalitásról eddig elmondottakat, a következő megjegyzéseket kell tennünk:

- Feltűnő, hogy a téma irodalmában használt példákban olyan események közötti kauzális kapcsolatokat analizálnak, mint <a virág locsolása>, <a virág elhervadása>, <a repülőgép lezuhanása>, <Brunó leesése a lépcsőn>, <a fegyver helyszínen felejtése>, <a rabló lebukása>, <árvíz>, <a ház összeomlása>, <dohányzás>, <a tüdőrák kialakulása>, stb. Ezek olyan „események”, amelyek elemi(bb) fizikai események milliárdjainak összessége, komplex eseménysorozatok, kiterjedt folyamatok. Amikor a kauzalitás végső mibenlétét kutatjuk, akkor feltételezhetően az elemi történések közötti kauzális kapcsolatot kell analizálnunk. Az említett komplex folyamatok „kauzális magyarázatának” azt kellene tekintenünk, ha értelmezni tudjuk azokat a megfelelő kauzális rendbe illesztett elemi történések összességeként.

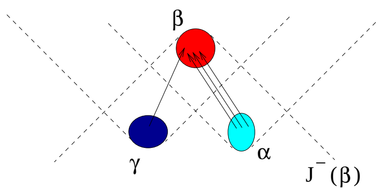
- Mármost, hogy milyen beszámolót adunk ezekről az elemi fizikai eseményekről és azok kauzális viszonyairól, erősen függ attól az ontológiai képtől, amelyet

[19] Suppes 1970; Salmon 1980, 1984; Menzies 1987; Mellor 1995.

a világról előzetesen kialakítottunk. Tény, hogy ennek az ontológiai képnek a megalkotása során a fent említett komplex jelenségek közötti korrelációk megfigyeléséből indulunk ki. Ez nem jelent azonban semmiféle cirkularitást.

- Az elemi fizikai történések mindig partikulárisak. Kauzális viszonyt csak partikuláris események között tételezhetünk fel, vagyis az univerzum életének olyan elemi történései között, amelyeknek definit téridőbeli locusa van. Amikor eseménytípusok között regularitást tapasztalunk, akkor mindig arról van szó, hogy az egyik típusba tartozó partikuláris esemény áll kauzális kapcsolatban egy másik típusba tartozó partikuláris eseménnyel. A partikuláris események közötti kauzális kapcsolat szüli a típusok között észlelt regularitást, nem fordítva.

- A kauzalitás ontológiai szempontból tartalmas fogalom. A kauzális kapcsolatot mindig a négy ismert fizikai kölcsönhatás valósítja meg. Minden további állításunk a kauzális kapcsolatokról úgy értendő, hogy azzal e négy fizikai kölcsönhatás valamilyen tulajdonságát jellemezzük.



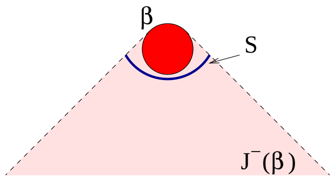
6.1. ábra. *A téridő két tartományában történő esemény közötti kauzális kapcsolat*

105. A kauzális kapcsolatot tehát a téridő adott tartományához tartozó, partikuláris események között értelmezzük (6.1. ábra). Mint tudjuk, egyetlen kölcsönhatást közvetítő mező terjedési sebessége sem nagyobb a fényterjedés sebességénél, tehát ahhoz, hogy az α esemény hatással lehessen a β eseményre, α-nak benne kell lennie a β múltfénykúpjában, $\alpha \subseteq J^-(\beta)$. Természetesen, nem csak az α esemény, vagyis nem csak a téridő α tartományában történtek lehetnek hatással a téridő β tartományában történtekre, hanem minden olyan γ tartományban végbement történés is, amelyre $\gamma \subseteq J^-(\beta)$.

106. Mivel nem csupán egy kauzális faktort kívánunk értelmezni, hanem a partikuláris β esemény okát, abban a hume-i értelemben, hogy az ok legyen szükséges és elégséges feltétele a β esemény bekövetkezésének, nem mondhatjuk azt, hogy β oka az α esemény. Hogy miért nem, ahhoz a következőket kell előzetesen belátnunk:

- A β eseményt a maga totális partikularitásában fogjuk fel, tehát az univerzum történetének azt a darabját értjük alatta, amelyik a β téridőtartományban megy végbe. Lehet, hogy *számunkra* ennek a tartománynak a tartalma lényeges és lényegtelen elemekre bontható, most azonban nincsenek lényegtelen elemek. Ha a β történés beleesik a <lámpa felgyullad> eseménytípusba, az lehet számunkra praktikus megfontolásból lényeges, de a β eseménynek, mint partikuláris eseménynek a kauzális viszonyait illetően semmi jelentősége.

- A téridő minden tartományában történik valami.
- Bármi is történik a téridő egy X tartományában, annak valamilyen hatása van a tartomány $J^+(X)$-szel jelölt jövő-fénykúpjának *egészére*. Ha más nem, a legkisebb átrendeződése a tömegenergia-eloszlásnak megváltoztatja a gravitációs tér tulajdonságait $J^+(X)$-ben. Hasonlóképpen, tetszőleges X téridőtartományra igaz, hogy bármi is történt $J^-(X)$-ben, annak valamilyen hatása van az X tartományban történtekre.



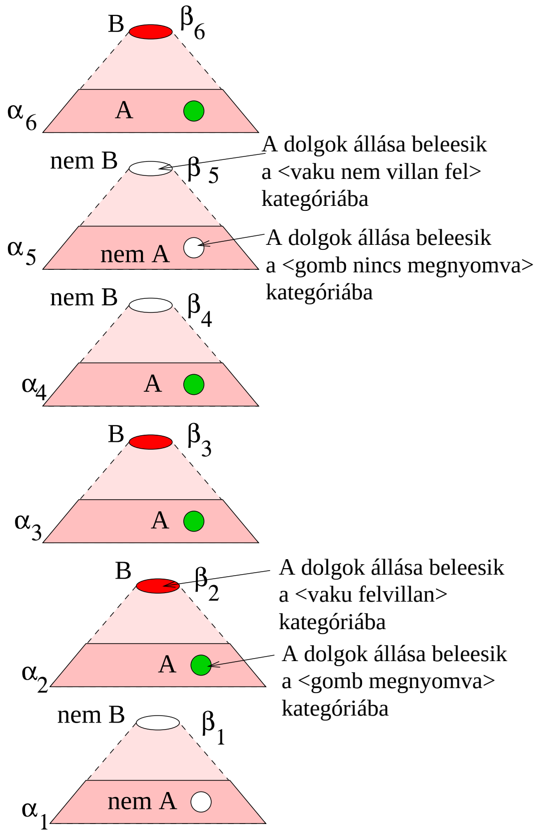
6.2. ábra. *A β esemény oka az egész $J^-(\beta)$ téridőtartomány. A markovitást is figyelembe véve, β oka az S hiperfelülethez tartozó események összessége*

Ha tehát azt kérdezzük, mi az oka a β eseménynek, és β alatt a β téridőtartományban történt partikuláris eseményt értjük, akkor azt kell válaszolnunk, hogy β oka minden, ami a $J^-(\beta)$ téridőtartományban történik (6.2. ábra).

Feltételezve a fizikai folyamatok markovitását – nem látunk példát ugyanis az ellenkezőjére –, $J^-(\beta)$-nak a β tartományban történtekre való hatása ugyanaz, mint az S Cauchy-felület mentén történtek hatása a β tartományban történtekre. Azt is mondhatjuk tehát, hogy a β partikuláris esemény oka az S hiperfelület mentén történt események összessége.

107. Érdemes még egyszer hangsúlyosan átgondolnunk a partikuláris események közötti kauzális kapcsolatok viszonyát az eseménytípusok közötti regularitáshoz, illetve a regularitáselmélet szerinti értelemben vett „kauzális" kapcsolatokhoz.

Vizsgáljuk meg egy vaku „flash" gombjának megnyomása és a vaku felvillanása közötti kapcsolatot. A regularitáselmélet, valamint a kauzalitás valószínűségi elmélete abból a megfigyelésből indul ki, hogy valahányszor megnyomom a gombot, a vaku felvillan, vagy legalábbis $p(B|A) > p(B|\neg A)$, ahol A a gomb megnyomását, B a vaku felvillanását jelöli. A és B itt azonban eseménytípusokat jelöl, eseménytípusok közötti reguláris kapcsolatról van szó. Ez a reguláris kapcsolat azonban nem kauzális kapcsolat ontológiai értelemben. Ontológiai értelemben kauzális kapcsolat csak partikuláris események között van. Viszont a megfigyelt eseménytípusok, és a közöttük megfigyelt reguláris kapcsolat jól értelmezhető, és beilleszthető a világ – ontológiai értelemben vett – kauzális szerkezetébe. A 6.3. ábrán a vaku gombjának megnyomása és a vaku felvillanása közötti kapcsolatra vonatkozó kísérletsorozat téridő diagramját látjuk. A gomb megnyomása egy eseménytípust jelent, vagyis azt, hogy a dolgok állása az adott téridőtartományban (például az α_2 tartományban) beleesik <a gomb megnyomva> kategóriába. Hasonlóan, a B esemény annak felel meg, hogy a dolgok állása a későbbi (például a β_2) téridőtartományban beleesik <a vaku felvillan> kategóriába. Kauzális kapcsolat a partikuláris események, a téridő α_i és β_i tartományaiban történtek között van, függetlenül attól, hogy az univerzum történetének milyen epizódjai



6.3. ábra. *A „flash” gomb megnyomása és a vaku felvillanása közötti reguláris kapcsolat a megfelelő téridőtartományok közötti ontológiai kauzális kapcsolaton nyugszik. Az A eseménytípus akkor történik meg, ha az adott téridőtartományban a dolgok állása beleesik <a gomb megnyomva> kategóriába. Hasonlóan, a B esemény annak felel meg, hogy a dolgok állása a későbbi téridőtartományban beleesik <a vaku felvillan> kategóriába. Az eseménytípusok közötti regularitás az ontológiai kauzális kapcsolatok következménye:* $p(B|A) > p(B|\neg A)$

történnek ezekben a tartományokban. Ezeknek a történéseknek és a köztük lévő kauzális kapcsolatoknak a *tulajdonsága*, hogy éppen olyanok, hogy az $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ és α_7 tartományban történtek beleesnek <a gomb megnyomva> kategóriába, valamint, hogy a $\beta_1, \beta_2, \beta_4$ és β_7 tartományban történtek beleesnek <a vaku felvillan> osztályba, míg történetesen β_3 az univerzum történetének egy olyan darabkája, amelyik <a vaku nem villan fel> kategóriába tartozik, stb., s hogy mindezekből következően az eseményosztályokra történetesen fennáll, hogy $p(B|A) > p(B|\neg A)$. *A korreláció tehát következménye a partikuláris események közötti kauzális kapcsolatoknak, pontosabban a partikuláris események és azok kauzális kapcsolatainak egy tulajdonsága.* Lehetnének ezek a kauzális kapcsolatok olyanok is, hogy a szóban forgó eseményosztályok között nincs korreláció. Ez nem jelentené azt, hogy nincs kauzális kapcsolat a megfelelő (α_i, β_i) partikuláris eseménypárok között. Más szóval, *a partikuláris események szintjén létezik egy mélyebb kauzális ontológia, és ehhez képest esetleges, hogy ez milyen regularitásokat produkál a különböző eseménykategóriák között.* Ezt illusztrálandó, gondoljuk el a következő példát.

108. Legyen a vaku, amellyel kísérletezünk, olyan, hogy változtatja a színét, minden felvillanáskor mondjuk pirosan vagy zölden villan fel. (Könnyű lenne ilyet készíteni.) A vaku nyomógombja legyen hibás, és hol valóban kapcsol, hol nem. A kapcsolásnak legyen valamilyen jellemzője, mondjuk, néha erősen kattan, néha halkan. Induljunk ki abból, hogy a gombot mindig megnyomjuk. E kondíció utáni valószínűségek legyenek a következők:

$$\begin{aligned}
p(<\text{erős}>) &= 0.5\\
p(<\text{halk}>) &= 0.2\\
p(<\text{zöld}>\,|<\text{erős}>) &= 0.2\\
p(<\text{zöld}>\,|<\text{halk}>) &= 0.5\\
p(<\text{piros}>\,|<\text{erős}>) &= 0.8\\
p(<\text{piros}>\,|<\text{halk}>) &= 0.5
\end{aligned}$$

Minden további valószínűség ezekből könnyen kiszámítható. Ugyanazok a partikuláris események és ugyanazok a kauzális kapcsolatok <a kapcsoló kattan> és <a vaku felvillan> eseményosztályok között szoros korrelációt jelent:

$$\begin{aligned}
& p(<\text{villan}>\,|<\text{kattan}> \\
= p(<\text{zöld}> \vee <\text{piros}>\,|<\text{erős}> \vee <\text{halk}>) &= 1\\
p(<\text{villan}>\,|<\text{nem kattan}> &= 0
\end{aligned}$$

Ezzel szemben <a gomb erősen kattan> és <a vaku zölden felvillan> eseményosztályok függetlenek:

$$p(<\text{zöld}> \wedge <\text{erős}>) = 0.1 = p(<\text{zöld}>)p(<\text{erős}>) = 0.2 \times 0.5$$

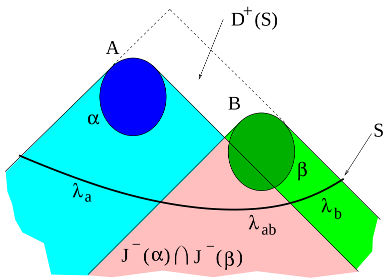
Ugyanakkor, tehát még mindig ugyanazon kauzális ontológia jegyében, a <zölden villan> és a <halkan kattan> eseménytípusok között van korreláció.

E példa is azt a konklúziónkat erősíti meg, hogy a világ kauzális struktúrája nem keverendő össze az eseménytípusok közötti regularitásokkal.

6.5. Nincs korreláció kauzalitás nélkül

109. Az előzőekben azt hangsúlyoztuk, hogy a világ kauzális struktúrája nem keverendő össze az eseménytípusok közötti regularitásokkal. Nem állítjuk azonban, hogy a két dolog között nincs semmilyen összefüggés. A kauzalitás, mint alapvetőbb ontológiai struktúra *produkálja* a regularitásokat – ha vannak. Nem létezik regularitás, eseménytípusok közötti korreláció kauzalitás nélkül! Pontosabban, ha két eseményosztály között korrelációt látunk, akkor van a két eseményosztály összetartozó partikuláris eseményeinek kauzális múltjában valami közös (közös ok), amely megmagyarázza a korreláció tényét.

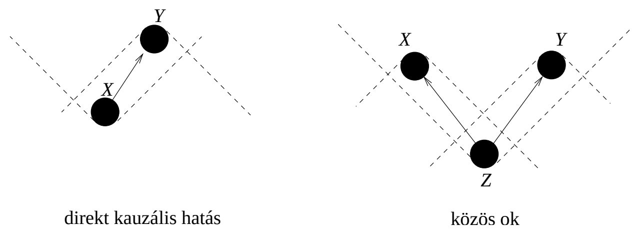
Egy irodaházban a főnöki telefon fejhallgatójában folyamatosan ugyanaz hallatszik, mint a másik szobában hallgatózó titkár telefonkagylójában (6.4. ábra). Ha ezeket a hangjeleket összehoznánk egy oszcilloszkóp ernyőjére, nagyon szép koincidenciát látnánk, azaz a két jel között erős korreláció van: Valahányszor a főnöknő férjének hangján elhangzó „drágám”-nak megfelelő mintázat jelenik meg a főnöki membrán rezgéseiben (*A* esemény), a „drágám”-nak megfelelő mintázat észlelhető a titkár fülére tapasztott membrán rezgéseiben is (*B* esemény).



6.4. ábra. *A főnöki telefon fejhallgatójában folyamatosan ugyanaz hallatszik, mint a másik szobában hallgatózó titkár telefonkagylójában: Valahányszor a főnöknő férjének hangján elhangzó „drágám”-nak megfelelő mintázat jelenik meg a főnöki membrán rezgéseiben (A esemény), a „drágám”-nak megfelelő mintázat észlelhető a titkár fülére tapasztott membrán rezgéseiben is (B esemény). Ha a világ LDM tulajdonságú, akkor a* $D^+(S)$ *tartományban történteket egyértelműen meghatározza a dolgok állása az S Cauchy-felületen*

110. Szándékosan olyan példát választunk, amelyben a két esemény nem kauzálisan szeparált, de nem is olyan, hogy az egyik esemény a másiknak kauzális faktorát képezné. A telefondrót először a titkár íróasztalához megy, onnan tovább a főnökhöz. Tehát a bejövő jel, a drótban terjedő elektromágneses hullám először a titkár telefonjára van hatással, de a titkár telefonjának rezgésbe jövő membránja, a telefon áramkörein keresztül nyilván vissza is hat a drótban terjedő elektromágneses hullámra, és ennek a visszahatásnak még van módja módosítani a főnöki telefon membránjának rezgéseit.

Szokás az irodalomban a közös ok fogalmát arra az esetre szűkíteni, amikor a két esemény „nincs direkt kauzális kapcsolatban”. E megfogalmazás mögött az a dichotómia áll, mely szerint két esemény közötti korrelációt látva két lehetőséget tudunk elképzelni (6.5. ábra). Vagy az egyik esemény direkt kauzális hatással van a másik



6.5. ábra. *Ha két esemény között korrelációt látunk, két lehetőséget tudunk elképzelni. Vagy az egyik esemény direkt kauzális hatással van a másik eseményre, vagy létezik egy közös ok, amelyik mindkettőre hatással van, és ez eredményezi a korrelációt. Mint a 6.4. ábrán bemutatott példán láthatjuk, a direkt és közösok-típusú kauzális séma esetei nem mindig válnak szét ilyen tiszta formában*

eseményre, vagy létezik egy közös ok, amelyik mindkettőre hatással van, és ez eredményezi a korrelációt.[20] Mint példánk mutatja, ez nem mindig van így. A direkt és közösok-típusú kauzális séma esetei nem mindig válnak szét ilyen tiszta formában. Mondandónk lényegét tekintve azonban az a fontos, hogy ennek nincs is jelentősége. A lényeg ugyanis az, hogy mindkét esetben van a két esemény kauzális múltjában valami közös, amely megmagyarázza a korrelációt.

111. De mit jelent pontosan az, hogy valami „megmagyarázza” a korrelációt? Vegyük észre, hogy ennek a kifejezésnek nincs eleve adott jelentése. Ellenkezőleg, most adunk ennek értelmet. Induljunk ki abból, hogy ha feltesszük, hogy a világ LDM tulajdonságú, akkor a $D^+(S)$ tartományban történteket egyértelműen meghatározza a

[20] Reichenbach (1956) és Salmon (1984) a direkt és közösok-típusú kauzális séma, más szóval a valóságos és pszeudo-folyamatok megkülönböztetésére az ún. „jel átvivési kritériumot” (mark criterion) alkalmazza. Egy elforduló reflektor által a falon létrehozott mozgó fényfolt egy pszeudo-folyamat, mert ha egy ponton megváltoztatjuk, például megszínezzük egy színes üveggel, akkor ez az elszíneződés nem halad tovább, a fényfolt a fal másik végénél ugyanolyan lesz, mintha semmit sem csináltunk volna. A fény terjedése a reflektortól a falig viszont valóságos folyamat, mert ha a reflektor előtt a fényt „megfestjük”, akkor a falon keletkező fényfolt is „megfestődik”. A jel átvivés kritériuma nem minden esetben alkalmazható. Nem alkalmazható például az EPR-kísérlet random eseményeivel kapcsolatban. Mint a **170.** pontban bemutatott távíró példáján láthatjuk, lehetséges olyan kauzális folyamat, amelyik nem alkalmas jelek továbbítására. Fontos azt is tudatosítanunk, hogy a kritérium a szabad akaratra vonatkozó előzetes metafizikai feltevésekre épül.

dolgok állása az S Cauchy-felületen. A statisztikai sokaság 6.4. ábrán látható mintázat egymást követő ismétlődéseiből áll, a Cauchy-adatok valamilyen statisztika szerint szóródó értékével. Az A és B eseménytípusok közötti korrelációt mindenképpen megértettük az adott statisztikai sokaságban, ha 1) értjük, hogy az egymást követő esetekben a $(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b), (\lambda'_a, \lambda'_{ab}, \lambda'_b), (\lambda''_a, \lambda''_{ab}, \lambda''_b), \ldots$ Cauchy-adatok értéke miért pont annyi, amennyi, továbbá 2) hogy hogyan determinálják ezek az értékek a megfelelő eseménytípusok bekövetkezését. Ez azonban a korreláció létrejöttének túl ambiciózus magyarázata. Annak megértéséhez, hogy a példánkban miért hallatszik ugyanaz a szöveg a két telefonkagylóban, elégséges azt látnunk, hogy a közös bejövő telefonkábelre van csatlakoztatva mindkét telefon, és értenünk a telefonok működését. Nem kell azonban tudnunk/értenünk azt is, hogy a betelefonáló férj miért mondja pont azt, amit mond. Vagyis a korreláció megértéséből elhagyhatjuk az 1) pontot.

112. Foglalkozzunk tehát a 2) ponttal. A klasszikus fizikai képnek megfelelően tehát az S hiperfelület mentén a Cauchy-adatok értéke egyértelműen meghatározza, hogy mi történik $D^+(S)$-ben, így az, hogy az A és B események bekövetkeznek-e vagy sem, a $(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b)$ adatoktól függ. λ_a a Cauchy-adatoknak az a része, melyek az S hiperfelület azon részére esnek, amelyik beleesik az α partikuláris esemény hátrafénykúpjába, de kívül van β hátrafénykúpján, λ_b jelentése hasonló a fordított esetre vonatkozóan, míg λ_{ab} az adatoknak az a része, amelyik a Cauchy-felületnek a két fénykúp metszetébe eső részére esik.

Egy X eseménytípus bekövetkezése azt jelenti, hogy a megfelelő $D^+(S)$ tartományban a dolgok állása beleesik az X kategóriába. Hogy mely eseménytípusok következnek be és melyek nem, elvben kifejezhető a következő függvényekkel:

$$u^X(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b) = \begin{cases} 1 & \text{ha a } D^+(S) \text{ beleesik az } X\text{-típusba} \\ 0 & \text{ha nem} \end{cases} \tag{6.2}$$

Figyelembe véve, hogy egy eseményre nem lehet hatással olyan esemény, amely a fénykúpján kívül esik,

$$\begin{aligned} u^A(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b) &= u^A(\lambda_a, \lambda_{ab}) \\ u^B(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b) &= u^B(\lambda_{ab}, \lambda_b) \end{aligned} \tag{6.3}$$

A statisztikus sokaságot alkotó ismétlődő szituációkban a $\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b$ paraméterek mindenkori értékei – a (6.2) függvényeknek megfelelően – egyértelműen determinálják, hogy mi történik az adott esetben. Az egymást követő téridő mintázatokon – képzeletben – leszámolhatjuk a különböző $(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_b)$-kombinációk relatív gyakoriságát. Így adottnak vesszük a $p(\lambda_a), p(\lambda_{ab}), p(\lambda_b), p(\lambda_a \wedge \lambda_{ab}), \ldots p(\lambda_a \wedge \lambda_{ab} \wedge \lambda_b)$ valószínűségeket. Ezek segítségével, felhasználva a (6.3) függvényeket, az események valószínűsége a következőképpen reprodukálható:

$$p(A) = \sum_{\lambda_a, \lambda_{ab}} u^A(\lambda_a, \lambda_{ab})\, p(\lambda_a \wedge \lambda_{ab}) \tag{6.4}$$

$$p(B) = \sum_{\lambda_{ab},\lambda_b} u^B(\lambda_{ab},\lambda_b)\, p(\lambda_{ab}\wedge\lambda_b) \tag{6.5}$$

$$p(A\wedge B) = \sum_{\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_b} u^A(\lambda_a,\lambda_{ab})\, u^B(\lambda_{ab},\lambda_b)\, p(\lambda_a\wedge\lambda_{ab}\wedge\lambda_b) \tag{6.6}$$

És természetesen a valószínűségek reprodukálásával együtt reprodukáltuk az A és B eseménytípus közötti korrelációt is. Ha tehát elfogadjuk Wesley Salmon meghatározását, hogy egy jelenség megértése annyit tesz, hogy képesek vagyunk azt elhelyezni a világ jelenségeinek kauzális rendjében, akkor azt mondhatjuk, hogy megértettük, megmagyaráztuk az A és B közötti korrelációt.

113. λ_a, λ_{ab} és λ_b általában nem függetlenek statisztikailag. Tehát az A és B eseménytípusok közötti korreláció (6.4)–(6.6) egyenletekben megnyilvánuló „magyarázata" annyit jelent, hogy alkalmas u^A és u^B függvények mellett, ha van korreláció a térszerűen szeparált λ_a, λ_{ab} és λ_b értékek között, akkor van korreláció A és B között is. Más szóval, az A és B közötti korrelációt más, korábbi korrelációkra vezettük vissza.

Fontosabb azonban, hogy a (6.4)–(6.6) összefüggések akkor is eredményezhetnek korrelációt, amikor λ_a, λ_{ab} és λ_b értékek között nincs statisztikus korreláció, vagyis az A és B közötti korreláció mintegy a semmiből keletkezik. Tulajdonképpen ezt az esetet kell a korreláció igazi magyarázatának tekintenünk! Most megmutatjuk, hogy ennek szükséges feltétele, hogy a két fénykúp metszetébe eső λ_{ab} paraméter minden lehetséges értéke kielégítse az ún. *árnyékolási (screening off) feltételt*:

$$p(A\wedge B|\lambda_{ab}) = p(A|\lambda_{ab})\, p(B|\lambda_{ab}) \tag{6.7}$$

vagyis a λ_{ab} rögzített értéke mellett az A és B közötti korrelációnak el kell tűnnie. Ha ugyanis feltételezésünk szerint

$$p(\lambda_a\wedge\lambda_{ab}\wedge\lambda_b) = p(\lambda_a)\, p(\lambda_{ab})\, p(\lambda_b) \tag{6.8}$$

akkor ezt behelyettesítve a (6.4)–(6.6) egyenletekbe, a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned} p(A\wedge B|\lambda_{ab}) &= \sum_{\lambda_a,\lambda_b} u^A(\lambda_a,\lambda_{ab})\, u^B(\lambda_{ab},\lambda_b)\, p(\lambda_a)\, p(\lambda_b) \\ &= \sum_{\lambda_a} u^A(\lambda_a,\lambda_{ab})\, p(\lambda_a) \sum_{\lambda_b} u^B(\lambda_{ab},\lambda_b)\, p(\lambda_b) \\ &= p(A|\lambda_{ab})\, p(B|\lambda_{ab}) \end{aligned}$$

Ez tehát azt jelenti, hogy – eltekintve attól a triviális esettől, amikor más, korábbi események közötti korrelációra vezetjük vissza – *az A és B eseménytípusok közötti korrelációt akkor lehet a kauzális ontológia szintjén maradéktalanul megértenünk, ha a két eseménytípus eseteit megvalósító partikuláris események hátrafénykúpjainak metszetében, pontosabban annak egy Cauchy-felülettel való szelésén, a dolgok állása klasszifikálható úgy, hogy minden egyes osztályra teljesüljön az árnyékolási feltétel*, vagyis ha az osztályokat egy $\lambda_{ab}, \lambda'_{ab}, \ldots$ paraméterezéssel adjuk meg, akkor minden λ_{ab} paraméterérték teljesítse a (6.7) feltételt.

114. Érdemes megvizsgálni, hogy mi annak a feltétele, hogy több esemény között fellépő korreláció-rendszert elhelyezzünk egy LDM világ kauzális rendjében? Tekintsük azt az egyszerű esetet, amikor három különböző eseménytípus közötti három különböző korrelációról van szó. A fentiekhez hasonlóan,

$$\begin{aligned}
p(A) &= \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_{ab}\\ \lambda_{ac},\lambda_{abc}}} u^A(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc})\, p(\lambda_a)\, p(\lambda_{ab})\, p(\lambda_{ac})\, p(\lambda_{abc})\\
p(B) &= \sum_{\substack{\lambda_b,\lambda_{ab}\\ \lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^B(\lambda_b,\lambda_{ab},\lambda_{bc},\lambda_{abc})\, p(\lambda_b)\, p(\lambda_{ab})\, p(\lambda_{bc})\, p(\lambda_{abc})\\
p(C) &= \sum_{\substack{\lambda_c,\lambda_{ac}\\ \lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^C(\lambda_c,\lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc})\, p(\lambda_c)\, p(\lambda_{ac})\, p(\lambda_{bc})\, p(\lambda_{abc})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p(A\wedge B) &= \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_{ab}\\ \lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^A(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc})\, u^B(\lambda_b,\lambda_{ab},\lambda_{bc},\lambda_{abc})\\
&\times\ p(\lambda_a)\, p(\lambda_b)\, p(\lambda_{ab})\, p(\lambda_{ac})\, p(\lambda_{bc})\, p(\lambda_{abc})\\
p(A\wedge C) &= \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_{ab}\\ \lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^A(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc})\, u^C(\lambda_c,\lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc})\\
&\times\ p(\lambda_a)\, p(\lambda_c)\, p(\lambda_{ab})\, p(\lambda_{ac})\, p(\lambda_{bc})\, p(\lambda_{abc})\\
p(B\wedge C) &= \sum_{\substack{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_{ab}\\ \lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc}}} u^B(\lambda_b,\lambda_{ab},\lambda_{bc},\lambda_{abc})\, u^C(\lambda_c,\lambda_{ac},\lambda_{bc},\lambda_{abc})\\
&\times\ p(\lambda_b)\, p(\lambda_c)\, p(\lambda_{ab})\, p(\lambda_{ac})\, p(\lambda_{bc})\, p(\lambda_{abc})
\end{aligned}$$

Vegyük észre, hogy most a három fénykúp metszetére vonatkozó λ_{abc} paraméter általában nem elégíti ki a három korrelációra vonatkozó árnyékolási feltétel mindegyikét (sőt, általában egyiket sem). Ezzel szemben a

$$\begin{gathered}
\lambda_{ab}\wedge\lambda_{abc}\\
\lambda_{ac}\wedge\lambda_{abc}\\
\lambda_{bc}\wedge\lambda_{abc}
\end{gathered}$$

paraméterek külön-külön igen, például

$$p(A\wedge B|\lambda_{ab}\wedge\lambda_{abc}) = \sum_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_{ac},\lambda_{bc}} u^A(\lambda_a,\lambda_{ab},\lambda_{ac},\lambda_{abc})$$

$$
\begin{aligned}
& \times \quad u^B(\lambda_b, \lambda_{ab}, \lambda_{bc}, \lambda_{abc})\, p(\lambda_a)\, p(\lambda_b)\, p(\lambda_{ac})\, p(\lambda_{bc}) \\
& = \quad \sum_{\lambda_a, \lambda_{ac}} u^A(\lambda_a, \lambda_{ab}, \lambda_{ac}, \lambda_{abc})\, p(\lambda_a)\, p(\lambda_{ac}) \\
& \times \quad \sum_{\lambda_b, \lambda_{bc}} u^B(\lambda_b, \lambda_{ab}, \lambda_{bc}, \lambda_{abc})\, p(\lambda_b)\, p(\lambda_{bc}) \\
& = \quad p(A|\lambda_{ab} \wedge \lambda_{abc})\, p(B|\lambda_{ab} \wedge \lambda_{abc})
\end{aligned}
$$

115. Az a gondolat, hogy két esemény közötti korreláció magyarázata mindig a két esemény közös kauzális múltjában, mint „közös okban” keresendő, Reichenbachtól származik.[21] Reichenbach a $\Delta(A,B) \neq 0$ korrelációt magyarázó közös okot egy olyan C eseményként definiálta, amely kielégíti az alábbi feltételeket:

$$p(A \wedge B|C) = p(A|C)\, p(B|C) \tag{6.9}$$

$$p(A \wedge B|\neg C) = p(A|\neg C)\, p(B|\neg C) \tag{6.10}$$

Vegyük észre, hogy a (6.9)–(6.10) egyenletek ugyanazok, mint a (6.7) árnyékolási feltétel, arra a speciális esetre vonatkozóan, amikor a λ_{ab} paraméter két lehetséges értéket vehet fel, vagyis, amikor a „dolgok állását” egyszerűen két lehetséges osztályba soroljuk, történetesen a „C” és „nem C” osztályokba.[22]

Reichenbach a közös ok fogalmának fenti definícióját intuitív példákra alapozta. Egyik ilyen példa – kis módosítással – a következő: Képzeljünk el egy dobozt, amelybe be van szerelve két hagyományos izzólámpa. A lámpák időnként kiégnek, és megfigyeljük, hogy ez gyakrabban történik meg egyszerre, mint az a statisztikus függetlenség esetén várható lenne, vagyis $p(A \wedge B) > p(A)\, p(B)$, ahol A és B a két lámpa kiégését jelöli, mondjuk egy adott órában. A korrelációt az magyarázza meg, hogy időnként az elektromos hálózatban valami zavar támad, és a feszültség hirtelen megnő, s ez a zavar egyszerre megnöveli mindkét lámpa kiégésének valószínűségét. A korreláció magyarázatának valami olyasmit kell megmagyaráznia, hogy „honnan tudja az egyik lámpa, hogy most a másik lámpa nagy valószínűséggel kiég, ezért lehetőleg ő is kiég”, ha feltevésünk szerint az egyik lámpa nincs közvetlen hatással a másikra. Ha el akarjuk dönteni, hogy valóban a feszültségingadozás az a C esemény, ami a korrelációt okozza, akkor azt tehetjük, hogy a statisztikus sokaságot azokra az esetekre szűkítjük le, amikor például soha sincs áramingadozás. Ilyenkor már – egymástól függetlenül – csak a vak véletlenen múlik, hogy kiég-e az egyik vagy a másik égő. Ez tehát azt jelenti, hogy ezen a részsokaságon a korrelációnak el kell tűnnie. Teljesen hasonló eredményre jutunk, ha azt a részsokaságot vizsgáljuk, amikor mindig van áramingadozás. A korrelációnak ilyenkor is el kell tűnnie. Vagyis a C és $\neg C$ eseményekre vett kondicionális valószínűségekre nézve az A és B eseményeknek függetleneknek kell lenniük, azaz pontosan a (6.9)–(6.10) árnyékolási feltételeknek kell teljesülniük.

---

[21] Reichenbach 1956, 19. fejezet.

[22] Természetesen, szemben a λ_{ab} paraméterrel a Reichenbach-féle közös ok „nem tud” a téridőbeli viszonyokról, a közös ok fogalmát csak valószínűségi szempontból ragadja meg.

Reichenbach szerint, a definíció helyességét az intuitív példákon túl a következő (triviális) tétel is alátámasztja:

5. Tétel. *Legyen A, B és C három tetszőleges olyan esemény, melyekre teljesülnek a (6.9)–(6.10) feltételek. Ekkor*

$$\left.\begin{array}{lll} p(A\wedge C) > p(A)\,p(C) & \& & p(B\wedge C) > p(A)\,p(C) \\ p(A\wedge C) < p(A)\,p(C) & \& & p(B\wedge C) < p(A)\,p(C) \end{array}\right. \Rightarrow \Delta(A,B) > 0$$

$$\left.\begin{array}{lll} p(A\wedge C) > p(A)\,p(C) & \& & p(B\wedge C) < p(A)\,p(C) \\ p(A\wedge C) < p(A)\,p(C) & \& & p(B\wedge C) > p(A)\,p(C) \end{array}\right. \Rightarrow \Delta(A,B) < 0$$

116. A közös ok fenti fogalmát felhasználva Reichenbach „közösok-elv” néven a következő metafizikai tézist fogalmazta meg: *Bármely két korreláló eseményhez létezik a világban olyan esemény, amelyik a korrelációt megmagyarázó közös ok, a fenti értelemben.*

117. Hogy bizonyos korrelációk megmagyarázhatók-e közös okkal, vagy sem, az EPR–Bell, illetve a GHZ-kísérletek kapcsán kruciális kérdéssé vált a kvantummechanikában (lásd a 9.6. és a 9.7. fejezetet). Első pillantásra úgy tűnhet, hogy a közös ok fogalmának Reichenbach-féle valószínűségi leírása alkalmas arra, hogy a világban tapasztalt korrelációk közül kiragadjuk azokat, amelyek közös okkal megmagyarázhatók. Így a reichenbachi közös ok fogalom elemzése – explicite vagy implicite – a nyolcvanas és kilencvenes évek EPR–Bell-irodalmának középpontjába került.[23] Nem célunk itt ezeknek az eredményeknek az áttekintése. Elsősorban azért nem, mert a számos, sokszor messze nem triviális részletkérdés tisztázása után az derült ki, hogy a reichenbachi közös ok általános filozófiai szempontból éppúgy, mint a spin-korrelációs kísérletek leírása szempontjából alkalmatlan fogalom. Mindezt megvilágítandó, a következő rövid megjegyzéseket tesszük.

1. Nancy Cartwright helyesen mutat rá[24], hogy a közös ok definíciójában megkövetelt tulajdonságokat, jelesül a (6.9)–(6.10) árnyékolási feltételeket kizárólag a determinisztikus világból vett példákból olvastuk ki, vagyis olyan példákból, amelyekben a valószínűségek episztemikusan értelmezhetők. Semmiféle megalapozott ismeretünk nincs azt illetően, hogy mit kell tudnia a közös ok fogalmának egy objektíve indeterminisztikus világban.

2. A közös ok definíciója természetesen csak olyan szükséges feltételeket tartalmaz, melyeket a valóságos közös oknak ki kell elégítenie. Több, akár kontinuum sok olyan esemény létezhet, amelyek kielégítik ezeket a feltételeket (lásd a 4. megjegyzésben adott példát).

[23] Van Fraassen 1977, 1982, 1989; Salmon 1978, 1980, 1984; Skyrms 1984; Cartwright 1987; Butterfield 1989; Suppes 1990; E. Szabó 1993, 2000a; Hofer-Szabó, Rédei és E. Szabó 1999, 2000a, 2002.; Placek 2000; Rédei és Summers 2002; Rédei 2002; Gyenis és Rédei 2002.

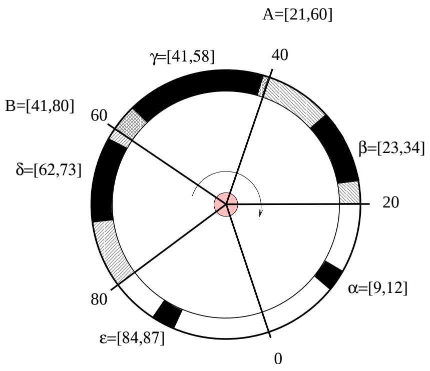
[24] Uo.

3. Egy közös okot valószínűségi szempontból öt adattal jellemezhetünk (a **115.** pont jelöléseit használva): $p(A|C)$, $p(A|\neg C)$, $p(B|C)$, $p(B|\neg C)$ és $p(C)$, melyek közül kettő független. Előfordulhat, hogy a vizsgált jelenségkört leíró valószínűségi modell nem tartalmaz olyan eseményt, amely egy adott korreláció közös oka lenne, vagyis nem tartalmaz a modell olyan eseményt, amelyik eleget tesz a Reichenbach-féle kritériumoknak és amelyre nézve a megfelelő valószínűségek a valamilyen más megfontolás alapján előírt $p(A|C)$, $p(A|\neg C)$, $p(B|C)$, $p(B|\neg C)$ és $p(C)$ értékekkel egyeznek meg. Bebizonyítható, hogy ilyen esetben a valószínűségi modell mindig kibővíthető úgy, hogy a bővebb modell már tartalmazza a megfelelő tulajdonságú közös okot. Sőt, a kibővítés korreláló eseménypárok tetszőleges véges
$$\{(A_i, B_i)\}_{i=1,2,\ldots N}$$
halmazára és tetszőleges
$$\{(p(A_i|C_i), p(A_i|\neg C_i), p(B_i|C_i), p(B_i|\neg C_i), p(C_i))\}_{i=1,2,\ldots N}$$
típusokra elvégezhető úgy, hogy a kibővítés mindegyik korrelációra nézve tartalmazzon egy megfelelő típusú közös okot.[25] Ez azt jelenti tehát, hogy nincs valószínűségelméleti akadálya annak, hogy tetszőleges korrelációkat közös okkal magyarázzunk meg.[26]

4. Sokkal problematikusabb azonban a Reichenbach-féle közös ok jelentése. Vizsgáljuk meg a következő egyszerű példát. Mari és Kati szeretnek rulettezni és gyakran játszanak. Mindkettőjüknek nagyon egyszerű stratégiája van: Mari minden alkalommal az $A = [21, 60]$, Kati pedig a $B = [41, 80]$ intervallumra tesz (6.6. ábra). Sokáig játszva, észreveszik, hogy nyeréseik között pozitív korreláció van:
$$p(A \wedge B) - p(A)\,p(B) = 0.2 - 0.4 \times 0.4 = 0.04$$
Izgatja őket, hogy mi ennek a magyarázata, és megkérdezik Reichenbach legjobb tanítványát, aki a következő választ adja: Azért van korreláció a nyeréseitek között, mert a rulett golyó időnként (0.5 valószínűséggel) az ábrán feketével jelölt
$$C = [9, 12] \cup [23, 34] \cup [41, 58] \cup [62, 73] \cup [84, 87]$$
tartományban áll meg.
El lehet képzelni a két lány arckifejezését, amikor ezt a választ hallják! Nem csak, és elsősorban nem az fogja okozni megrökönyödésüket, hogy a Reichenbach-tanítvány kontinuum sok különböző ilyen halmazt jelölhetett volna meg (az öt fekete tartományt tetszés szerint eltolhatjuk az egyes szektoron

[25] Hofer-Szabó, Rédei és E. Szabó 1999.

[26] Ezzel nem állítjuk azt, hogy a releváns kauzális modelljeink közösok-zárttá tehetők, abban az értelemben, hogy minden korrelációnak lenne benne közös oka. (A részletekről lásd Gyenis és Rédei 2002.)



$$C = \alpha \cup \beta \cup \gamma \cup \delta \cup \varepsilon$$

$$p(C) = \frac{4+4+12+12+18}{100} = 0.5$$

$$\begin{aligned}
p(A \wedge B|C) &= \frac{18/100}{0.5} = 0.36 \\
&= \left(\frac{(18+12)/100}{0.5}\right)^2 \\
&= p(A|C)\,p(B|C) \\
p(A \wedge B|\neg C) &= \frac{2/100}{0.5} = 0.04 \\
&= \left(\frac{(2+8)/100}{0.5}\right)^2 \\
&= p(A|\neg C)\,p(B|\neg C)
\end{aligned}$$

6.6. ábra. *Mari és Kati ruletteznek. Mari minden alkalommal az* $A = [21,60]$, *Kati pedig a* $B = [41,80]$ *intervallumra fogad. Nyereséik korrelálnak. Mint a fenti számolás mutatja, a feketével jelölt tartomány teljesíti a Reichenbach-féle feltételeket*

belül), hanem hogy egy ilyen *C* egy „Cambridge event", aminek nyilvánvalóan semmi szerepe nincs a világ kauzális rendjében, s aligha lehet őt értelmesen felhasználni a korreláció létrejöttének kauzális magyarázatában.

A korreláció létrejöttének kauzális magyarázata sokkal inkább abban áll, hogy a golyó bizonyos valószínűséggel ezen vagy azon a számon áll meg (történetesen minden szám valószínűsége $\frac{1}{100}$), és ha egy számon megállt, az egyértelműen meghatározza, hogy melyik lány nyer és melyik nem. Vegyük észre azonban, hogy ezeknek a <0>, <1>,... <99> eseményeknek egyike sem elégíti ki a Reichenbach által előírt feltételeket, hiszen csak (6.9) teljesül, (6.10) nem. A <0>, <1>,... <99> események az egységelemnek olyan diszjunkt partícióját alkotják viszont, melynek minden eleme teljesíti a (6.9) árnyékolási feltételt.

5. Gondolatmenetünket folytatva, vegyünk egy másik esetet. A **115.** pontban használt példát módosítsuk úgy, hogy a lámpák kiégése közötti korrelációt nem a feszültségingadozás (*C*) okozza – mert garantáltan állandó a feszültség –, hanem mondjuk az, hogy a lámpákat tartalmazó dobozt időnként kalapácsütés éri (*D*). *D* tökéletes reichenbachi közös ok, s kielégíti a (6.9)–(6.10) feltételeket. Mi a helyzet azonban akkor, ha mindkét esemény, *C* is és *D* is megtörténhet? Világos, hogy mindkét esemény egy-egy kauzális faktor a korreláció létrejöttében. Ugyanakkor, jól értett okokból egyik sem fogja kielégíteni az árnyékolási feltételeket: ha például a statisztikai sokaságot leszűkítjük azokra az esetekre, amikor *C* nem következik be, akkor most nem kell a korrelációnak eltűnnie, hiszen *D* bekövetkezése vagy be nem következése még eredményezhet korrelációt *A* és *B* között. El kell tűnnie azonban a korrelációnak a $C \wedge D$, $C \wedge \neg D$, $\neg C \wedge D$ és

$\neg C \wedge \neg D$ kondíciókra nézve. Vagyis megint, $C \wedge D$, $C \wedge \neg D$, $\neg C \wedge D$, $\neg C \wedge \neg D$ egy olyan egységpartíciót képez, melynek minden eleme teljesíti a (6.9) árnyékolási feltételt.

6. Azt látjuk tehát, hogy az eredeti Reichenbach-féle koncepció – noha bizonyos esetekben jól alkalmazható – általában alkalmatlan a korrelációk eredetének kauzális magyarázatára, s hogy helyette a reichenbachi közös ok fogalom egy általánosítására van szükség. Nevezzük ezt az általánosított fogalmat *közösok-rendszernek*, amely tehát eseményeknek egy olyan $\{C_i\}_{i=1,2,\ldots}$ rendszere, amely eleget tesz a következő feltételeknek:

$$\begin{aligned} & \bigcup_i C_i = \mathbf{1} \\ (\forall i \neq j) \quad & \left[C_i \wedge C_j = \emptyset\right] \\ (\forall i) \quad & \left[p\left(A \wedge B | C_i\right) = p\left(A | C_i\right) p\left(B | C_i\right)\right] \end{aligned}$$

7. A Reichenbach-féle közösok-elvet úgy illő tehát módosítanunk, hogy *bármely két korreláló eseményhez létezik a világban olyan eseményrendszer, amelyik a korrelációt, a fenti értelemben megmagyarázó közösok-rendszert alkot.*

8. Csakhogy az elv ebben a formájában metafizikai értelemben üres. Könnyen belátható ugyanis, hogy

6. Tétel. *Tetszőleges $(\mathcal{A}, p)$ valószínűségi modellben, korreláló párok tetszőleges véges halmazához létezik közös közösok-rendszer.*

Bizonyítás. Tekintsük ugyanis a korreláló párokban előforduló események halmazát, s vegyük az ezeket tartalmazó részhálót $\mathcal{A}$-ban. A végesség miatt ez a részháló garantáltan atomos, s az atomok halmaza olyan közösok-rendszert alkot, amely egyszerre közösok-rendszere az összes korrelációnak.

Azt mondani tehát, hogy a $p(A \wedge B) \neq p(A)\, p(B)$ korrelációnak létezik közös oka (értsd: közösok-rendszere) a reichenbachi értelemben, az nem egy szintetikus ítélet, hanem analitikus. Egyszerű logikai következménye annak a ténynek, hogy $p(A)\,, p(B)$ és $p(A \wedge B)$ valószínűségeket jelölnek.

118. Nem meglepő, hogy a közös ok fogalmának Reichenbach-féle értelmezése semmitmondónak bizonyul, hiszen semmit sem ragad meg a partikuláris események közötti, ontológiai értelemben vett kauzális viszonyokból. Nem lenne azonban helyes, ha a közös ok Reichenbach-féle statisztikus értelmezésének elvetésével együtt elvetnénk a Reichenbach által megfogalmazott közösok-elvet is, abban az általános metafizikai értelemben, ahogyan azt a **109.** pontban megfogalmaztuk, hogy tehát nincs korreláció kauzalitás nélkül, vagyis bármely két esemény között tapasztalt korreláció a két esemény kauzális múltjának közös részéből vezethető le, annak alapján érthető meg.

7. fejezet

A kvantummechanika mint nem klasszikus valószínűségelmélet

*...a kvantummechanika **formálisan** felfogható egy olyan „valószínűségelméletként”, ahol az „eseményháló” a Hilbert-tér altérhálója.*

7.1. Valószínűségelmélet a Hilbert-hálón

119. A kvantummechanikában minden fizikai rendszerhez egy H szeparábilis Hilbert-teret asszociálunk, s minden fizikai mennyiséghez hozzárendelünk egy, a H Hilbert-téren értelmezett önadjungált operátort. (Nem feltétlenül igaz, hogy minden operátorhoz tartozik egy fizikai mennyiség, és mint látni fogjuk a hozzárendelés nem kölcsönösen egyértelmű.) Egy fizikai mennyiség lehetséges értékeinek halmaza a hozzá tartozó operátor sajátértékeiből áll. A rendszernek minden időpillanatban van egy állapota, melyet az ún. állapot- vagy más néven sűrűségoperátorral írunk le, vagyis egy olyan $\widehat{W}$ korlátos, önadjungált lineáris operátorral, melyre fennáll, hogy

$$(\forall\varphi \in H)\left[\left\langle \varphi, \widehat{W}\varphi \right\rangle \geq 0\right]$$

$$tr\left(\widehat{W}\right) = 1$$

A kvantummechanika a fizikai rendszerek egy statisztikus leírását nyújtja, melyet a következő posztulátummal szokás megalapozni: Az $\widehat{A}$ fizikai mennyiség várható értéke a rendszer egy $\widehat{W}$ állapotában

$$\left\langle \widehat{A} \right\rangle_{\widehat{W}} = tr\left(\widehat{W}\widehat{A}\right) \tag{7.1}$$

Speciálisan, ha $\widehat{W} = \widehat{P}_\varphi$, ahol $\widehat{P}_\varphi$ egy φ egységvektor által meghatározott irányra történő projektor, akkor

$$\left\langle \widehat{A} \right\rangle_{\widehat{W}} = \left\langle \varphi, \widehat{A}\varphi \right\rangle$$

120. A **119.** pontban leírtak rögzítik a kvantummechanika statisztikus algoritmusát. A várható érték (7.1) definíciója azonban semmilyen háttérrel nem rendelkezik. Nem tudjuk mit tekintsünk itt eseménynek, nem tudjuk hogyan van értelmezve ezek valószínűsége, és nincs képünk arról, hogy a fizikai mennyiségek hogyan értelmezhetők sztochasztikus változókként, amelyeknek a várható értékéről lehetne beszélni. Csupán a várható értékekre vonatkozó végeredményt posztuláltuk. A felvetett problémára – legalábbis a formalizmust illetően – a Gleason-tétel[1] ad megoldást. A tétel kimondásához azonban előzetesen definiálnunk kell néhány fogalmat.

Jelölje $L(H)$ a H Hilbert-tér zárt altereinek halmazát. Két altér,[2] E és F, *metszetén* az $E \sqcap F = E \cap F$ alteret értjük. Az E és F alterek *uniójának* nevezzük az

$$\{a\phi + b\varphi \,|\, a, b \in \mathbb{C}; \phi \in E; \varphi \in F\}$$

lineáris sokaság lezártját, melyet $E \sqcup F$-vel fogunk jelölni. Az E altér *ortokomplementuma* a következő altér:

$$E^{\perp} = \{\phi \in H \,|\, (\forall \varphi \in E)\,[\langle \phi, \varphi \rangle = 0]\}$$

Az a fenti műveletek segítségével a következő parciális rendezést vezetjük be az alterek között:

$$E \leq F \Leftrightarrow E \sqcap F = E, \text{ ami egyébként } \Leftrightarrow E \subseteq F$$

$L(H)$ a $\sqcap, \sqcup, \perp$ műveletekkel egy ortokomplementumos σ-hálót képez, amelynek van minimális és maximális eleme, eleget tesz ugyanis a következőknek:

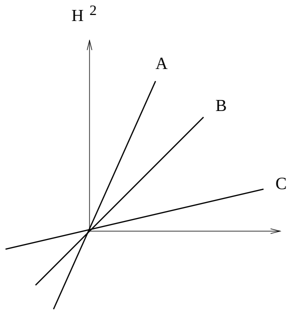
$$\begin{gathered}
A \sqcup (B \sqcup C) = (A \sqcup B) \sqcup C \\
A \sqcap (B \sqcap C) = (A \sqcap B) \sqcap C \\
A \sqcup B = B \sqcup A \\
A \sqcap B = B \sqcap A \\
A \sqcup (A \sqcup B) = A \sqcup B \\
A \sqcap (A \sqcap B) = A \sqcap B \\
\\
A \sqcup \emptyset = \emptyset \sqcup A = A \qquad A \sqcap \emptyset = \emptyset \sqcap A = \emptyset \\
A \sqcup H = H \sqcup A = H \quad A \sqcap H = H \sqcap A = A \\
\\
A \sqcap A^{\perp} = \emptyset \\
A \sqcup A^{\perp} = H \\
\left(A^{\perp}\right)^{\perp} = A \\
\\
(A \sqcup B)^{\perp} = A^{\perp} \sqcap B^{\perp} \\
(A \sqcap B)^{\perp} = A^{\perp} \sqcup B^{\perp} \\
\sigma\text{-teljes}
\end{gathered} \tag{7.2}$$

[1]Gleason, 1957.

[2]Altér alatt mindig zárt alteret fogunk érteni.

$L(H)$-nak természetesen további fontos tulajdonságai vannak, amelyekre most nem térünk ki.[3] Fontos azonban, hogy $L(H)$ nem disztributív, vagyis léteznek olyan elemek (7.1. ábra), amelyekre nem teljesül, hogy

$$A \sqcap (B \sqcup C) = (A \sqcap B) \sqcup (A \sqcap C)$$
$$A \sqcup (B \sqcap C) = (A \sqcup B) \sqcap (A \sqcup C)$$



7.1. ábra. *Példa három olyan egydimenziós altérre a kétdimenziós Hilbert-térben, amelyekre nem teljesül a disztributivitás*

$L(H)$, algebrai tulajdonságai alapján, nagyon emlékeztet a **60.** pontban definiált eseményalgebrára, azzal a különbséggel, hogy nem disztributív.

Folytatva ezt az analógiát, definiáljunk – formálisan – $L(H)$-n egy „valószínűségi" mértéket: Egy $p : L(H) \to [0,1]$ függvényt *kvantumvalószínűségi mértéknek* nevezünk, ha $p(H) = 1$, és – (5.7) mintájára –

$$(\forall E_1, E_2, \ldots) \left[(\forall i \neq j) \left[E_i \leq E_j^{\perp} \right] \Rightarrow \left[p \left(\bigsqcup_{k=1,2,\ldots} E_k \right) = \sum_{k=1,2,\ldots} p(E_k) \right] \right]$$

továbbá

$$(\forall E, F) \left[p(E) = p(F) = 1 \Rightarrow p(E \sqcap F) = 1 \right]$$

A Hilbert-tér minden alteréhez kölcsönösen egyértelmű módon egy projektor rendelhető, nevezetesen az a projektor, amelyik a szóban forgó altérre vetít. Ennek alapján nyilvánvaló, hogy tetszőleges $\widehat{W}$ állapotoperátor esetén az $E \in L(H) \mapsto tr\left(\widehat{W}E\right)$ hozzárendelés egy kvantumvalószínűségi mértéket definiál $L(H)$-n.[4] Az állítás fordítottjának bizonyítása azonban messze nem triviális:

7. Tétel. [Gleason 1957] *Kettőnél nagyobb dimenziós valós, illetve komplex Hilbert-terek esetén minden $L(H)$-n értelmezett p kvantumvalószínűségi mértékhez található olyan $\widehat{W}$ állapot, hogy* $(\forall E \in L(H)) \left[p(E) = tr\left(\widehat{W}E\right) \right]$.

A fizikai mennyiségeket pedig értelmezhetjük úgy, mint az altérhálón definiált „valószínűségi változókat". Legyen ugyanis egy fizikai mennyiséghez tartozó operátor

[3] Lásd Fáy és Tőrös 1978; Rédei 1995, 1998, Piron 1976; Pták és Pulmannová 1991.

[4] Az altereket és a hozzájuk tartozó projektorokat nem különböztetem meg a jelölésben.

spektrálfelbontása $\widehat{A} = \sum_i a_i E_i$ (az egyszerűség kedvéért csak a diszkrét spektrumú esetre korlátozzuk tárgyalásunkat). E fizikai mennyiséget úgy is értelmezhetjük, mint olyan hozzárendelést, amely a spektrum egy eleméhez a megfelelő saját alteret rendeli:

$$f_A : \{a_1, a_2, \dots\} \to L(H)$$
$$a_i \mapsto E_i$$

Világos, hogy $p \circ f_A$ a spektrumon egy (klasszikus) valószínűségi eloszlás, és az $\widehat{A}$ fizikai mennyiség várható értékét a valószínűségelméletben szokásos

$$\left\langle \widehat{A} \right\rangle_{\widehat{W}} = \sum_i (p \circ f_A)(a_i)\, a_i$$

formulával számolhatjuk ki, ugyanis

$$\sum_i (p \circ f_A)(a_i)\, a_i = \sum_i p(E_i)\, a_i = \sum_i tr\left(\widehat{W} E_i\right) a_i = tr\left(\widehat{W}\widehat{A}\right)$$

121. A Gleason-tétel alapján tehát a kvantummechanika *formálisan* felfogható egy olyan „valószínűségelméletként”, ahol az „eseményháló” a Hilbert-tér altérhálója. Felmerül a kérdés, vajon e kínálkozó formális lehetőség megragadásának van-e valamilyen intuitíve is elfogadható alapja. E kérdésre adott válaszunk kissé összetettebb lesz. Kezdetben azt fogjuk látni, hogy ez a lépés talán nem indokolatlan. Később azonban be fogjuk látni, hogy a „kvantumvalószínűség-elmélet” teljesen tarthatatlan, sőt felesleges is, és a fenti konstrukció csupán a matematika által produkált játékok egyike marad.

Elsőként tehát ismerkedjünk meg néhány olyan argumentummal, mellyel $L(H)$-nak „eseményhálóként” való interpretálását indokolni szokás:

1. Egy fizikai rendszerrel kapcsolatos fizikai eseményeket – vagyis a rendszerre vonatkozó lehetséges mérések lehetséges kimeneteleit – reprezentálhatjuk olyan fizikai mennyiségekkel, melyek 1 értéket vesznek fel, ha a szóban forgó esemény bekövetkezik, és 0 értéket, ha nem következik be. A klasszikus mechanikában az ilyen fizikai mennyiségek a rendszer fázisterének Borel-halmazaihoz tartozó karakterisztikus függvények. Birkhoff és Neumann[5] ismerték fel először, hogy – analóg módon – a kvantumelméletben a fizikai eseményeket a rendszer Hilbert-terének projektoraival azonosíthatjuk. A projektorok ugyanis azok az önadjungált operátorok, amelyeknek két sajátértékük van, 0 és 1. A projektorok és az alterek között egy-egy értelmű megfelelés áll fenn.

2. Az $E \leq F$ reláció az „E-ből következik F” logikai műveletnek felel meg, amennyiben

$$E \leq F \Leftrightarrow \left(\forall \widehat{W}\right) \left[tr\left(\widehat{W} E\right) = 1 \Rightarrow tr\left(\widehat{W} F\right) = 1 \right]$$

[5] Birkhoff és Neumann 1936.

3. Hasonlóan,

$$\left(\forall\widehat{W}\right)\left[tr\left(\widehat{W}(E\sqcap F)\right)=1\Leftrightarrow tr\left(\widehat{W}E\right)=1 \text{ és } tr\left(\widehat{W}F\right)=1\right]$$

   aminek alapján azt mondhatjuk, hogy $E\sqcap F$ az az E és F események konjunkciója.

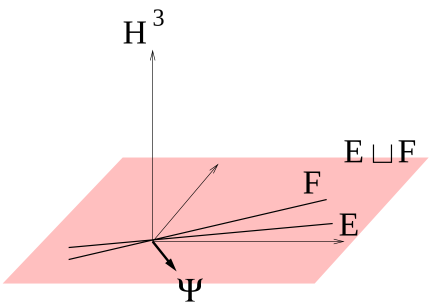
4. Az ortokomplementációnak a negációval való azonosítását alátámasztani látszik, hogy

$$\left(\forall\widehat{W}\right)\left[tr\left(\widehat{W}E^{\perp})\right)=1\Leftrightarrow tr\left(\widehat{W}E\right)=0\right]$$

5. Végül a (7.2) de Morgan-azonosságog alapján $E\sqcup F$-t az E és F események diszjunkciójával szokás azonosítani. Vegyük azonban észre, hogy *nem igaz*, hogy

$$\left(\forall\widehat{W}\right)\left[tr\left(\widehat{W}(E\sqcup F)\right)=1\Leftrightarrow tr\left(\widehat{W}E\right)=1 \text{ vagy } tr\left(\widehat{W}F\right)=1\right]$$

   $E\sqcup F$ diszjunkcióként való értelmezése tehát már egyáltalán nem olyan magától értetődő. Ha ezt elfogadjuk, meg kell barátkoznunk azzal a gondolattal, hogy a kvantummechanikában az „E vagy F” esemény akkor is bekövetkezhet, ha sem E, sem F nem következik be (110. ábra).



7.2. ábra. *Legyen a rendszer állapota a Ψ vektornak megfelelő tiszta állapot. Az E és F egyenesek, valamint a Ψ vektor egy síkban fekszenek. Ekkor $tr(P_\Psi(E\sqcup F))=1$, ugyanakkor $tr(P_\Psi E)\neq 1$ és $tr(P_\Psi F)\neq 1$, vagyis előfordulhat, hogy sem E, sem F nem következik be, miközben $E\sqcup F$ biztosan bekövetkezik*

7.2. A kvantum- és a klasszikus valószínűségelmélet viszonya

122. Most azt vizsgáljuk meg, hogy milyen elméletek tartoznak a kvantumvalószínűség-elmélet körébe. Pontosabban, tegyük fel, hogy bizonyos eseményekhez 0 és 1 közötti számokat rendeltünk, melyekről úgy gondoljuk, hogy azok az események valószínűségei. A **62.** ponthoz hasonlóan azt kérdezzük, hogy milyen feltételeket kell ezeknek a számoknak kielégíteniük ahhoz, hogy a szóban forgó események és a hozzájuk rendelt „valószínűségek” reprezentálhatóak legyenek egy kvantumvalószínűségi modellben. Megtartva a **62.** pont jelöléseit, akkor mondjuk, hogy a $\overrightarrow{p} \in R(n,S)$ korrelációvektornak létezik kvantumreprezentációja, ha létezik olyan $\left(H, \widehat{W}\right)$ kvantumvalószínűségi modell (vagyis egy Hilbert-tér egy állapotoperátorral), és az eseményeknek megfelelő olyan $E_1, E_2 \ldots E_n \in L(H)$ alterek, hogy

$$p_i = tr\left(\widehat{W} E_i\right) \tag{7.3}$$

$$p_{ij} = tr\left(\widehat{W}\left(E_i \sqcap E_j\right)\right) \tag{7.4}$$

Jelöljük $q(n,S)$-sel $R(n,S)$ azon vektorainak halmazát, amelyeknek van kvantumreprezentációja. Továbbá vezessük be a kvantumvertexek fogalmát: $v \in R(n,S)$ egy kvantumvertex, ha

$$v_i = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$v_{ij} = \begin{cases} 0 \\ v_i v_j \end{cases}$$

Jelölje $V_{n,S}$ a kvantumvertexek halmazát. Mint a fenti definícióból is kitűnik, a klasszikus vertexek egyben kvantumvertexek is. Végül vezessük be a következő jelölést:

$$l(n,S) = \left\{ \overrightarrow{p} \in R(n,S) \middle| \overrightarrow{p} = \sum_{\overrightarrow{v} \in V_{n,S}} \alpha_v \overrightarrow{v}; \sum_{\overrightarrow{v} \in V_{n,S}} \alpha_v = 1; \alpha_v \geq 0 \right\}$$

vagyis $l(n,S)$ a kvantumvertexek konvex lineáris kombinációiként előállítható vektorok konvex politópja. A következő állításokat lehet bizonyítani:[6]

8. Tétel.

1. *$c(n,S) \subset q(n,S) \subset l(n,S)$*
2. *$q(n,S)$ konvex, de nem zárt*
3. *$int\,(l(n,S)) \subset q(n,S)$*

Bizonyítás. A tétel bizonyítása Pitowsky-tól ered,[7] és főbb lépései a következők: Könnyen belátható, hogy az $l(n,S)$ konvex politópot definiáló lineáris egyenlőtlenségek a következők:

$$\begin{array}{rl} 0 \leq p_i \leq 1 & i = 1,2,\ldots n \\ 0 \leq p_{ij} \leq \min\left(p_i, p_j\right) & (i,j) \in S \end{array} \tag{7.5}$$

$\overrightarrow{p} \in q(n,S)$-ből következik, hogy (7.3) és (7.4) teljesül, amiből következően teljesülnek a (7.5) egyenlőtlenségek is, tehát $q(n,S) \subseteq l(n,S)$.

[6] Pitowsky 1989, 3.5 fejezet.
[7] Pitowsky 1989, 65-75. o.

Legyen $\overrightarrow{p} \in q(n,S)$. Ekkor minden $\varepsilon \in \{0,1\}^n$-hez létezik olyan $\lambda(\varepsilon) \geq 0$ és $\sum_{\varepsilon\in\{0,1\}^n} \lambda(\varepsilon) = 1$, hogy $\sum_{\varepsilon\in\{0,1\}^n} \lambda(\varepsilon)\varepsilon_i = p_i$ és $\sum_{\varepsilon\in\{0,1\}^n} \lambda(\varepsilon)\varepsilon_i\varepsilon_j = p_{ij}$. Legyen H egy tetszőleges 2^n-dimenziós Hilbert-tér, és benne $\{\psi_\varepsilon\}_{\varepsilon\in\{0,1\}^n}$ egy tetszőleges ortonormált bázis. Legyen a $\widehat{W}$ állapotoperátor olyan, hogy e bázisban diagonális, és a diagonális elemei legyenek a következők: $W_{\varepsilon\varepsilon} = \lambda(\varepsilon)$. Rendeljük az eseményekhez a következő altereket: $E_i = span\{\psi_\varepsilon\}_{\varepsilon_i=1}$, illetve $E_i \sqcap E_j = span\{\psi_\varepsilon\}_{\varepsilon_i=\varepsilon_j=1}$. Ekkor

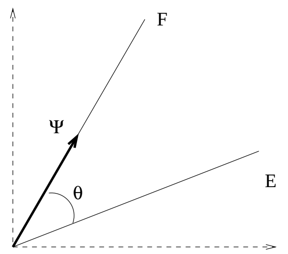
$$tr\left(\widehat{W}E_i\right) = \sum_{\varepsilon\in\{0,1\}^n} \lambda(\varepsilon)\varepsilon_i = p_i$$

$$tr\left(\widehat{W}\left(E_i \sqcap E_j\right)\right) = \sum_{\varepsilon\in\{0,1\}^n} \lambda(\varepsilon)\varepsilon_i\varepsilon_j = p_{ij}$$

és ezzel megmutattuk, hogy $c(n,S) \subseteq q(n,S)$.

Most megmutatjuk, hogy $q(n,S)$ konvex. Legyen $\overrightarrow{p}, \overrightarrow{p}' \in q(n,S)$ és $0 \leq \eta \leq 1$ tetszőleges szám. Azt kell megmutatnunk, hogy $\eta\overrightarrow{p} + (1-\eta)\overrightarrow{p}' \in q(n,S)$. Legyen H és H' a $\overrightarrow{p}$ és $\overrightarrow{p}'$ korrelációvektorok kvantumreprezentációjának Hilbert-tere. Könnyen belátható, hogy a $\eta\overrightarrow{p} + (1-\eta)\overrightarrow{p}'$ vektornak létezik kvantumreprezentációja a $H \oplus H'$ Hilbert-térben.

Végül – az egyszerűség kedvéért – $n = 2$ esetére megmutatjuk, hogy $l(n,S)$ minden vertexe tetszőleges pontossággal megközelíthető $q(n,S)$-be tartozó vektorokkal. $l(n,S)$-nek öt vertexe van: $(0,0,0), (1,0,0), (0,1,0), (1,1,1)$ és $(1,1,0)$. Az utolsó kivételével egyben mindegyik vertexe a klasszikus politópnak, tehát eleme a $q(n,S)$-nek is. Az $(1,1,0)$ vertex pedig tetszőlegesen megközelíthető $q(n,S)$ elemeivel. Tekintsünk ugyanis egy kétdimenziós Hilbert-teret (7.3. ábra). Legyen az állapot $\widehat{W} = \widehat{P}_\Psi$, és tekintsük az ábrán látható E és F alterekhez tartozó korrelációvektor komponenseit: $p_1 = tr\left(\widehat{W}E\right) = \cos^2\theta$, $p_2 = tr\left(\widehat{W}E\right) = 1$ és $E \sqcap F = \emptyset$ következtében $p_{12} = 0$. Mint látható, $\lim_{\theta\to 0}\left(\cos^2\theta, 1, 0\right) = (1,1,0)$.



7.3. ábra. *Ha* θ *szöggel tartunk nullához a* $\left(\cos^2\theta, 1, 0\right)$ *korrelációvektor tart a* $(1,1,0)$ *nem klasszikus vertexhez*

Vegyük észre, hogy $\theta = 0$ esetén az $E = F = span\{\Psi\}$, tehát a vertex maga nem tartozik hozzá a kvantumpolitóphoz. Hátra van még annak megmutatása, hogy van olyan vektora $q(n,S)$-nek, amelyik nincs benne a $c(n,S)$-ben. Ilyenre a későbbiekben számtalan példát fogunk látni. A fenti esetben például, ha θ kellően kicsi, a $\left(\cos^2\theta, 1, 0\right)$ korrelációvektor sérti az (5.12) egyenlőtlenségeket, tehát $c(n,S) \subset q(n,S)$.

123. Alapvető témánk szempontjából – hogy tudniillik létezik-e a világban objektív modalitás – érdemes a bizonyításban néhány dologra felfigyelnünk:

1. Azt szokás mondani, hogy a (7.5) egyenlőtlenségek azt a minimumot foglalják magukban, amit egy valószínűségfogalomtól feltétlenül elvárunk. Ennek tükrében a tétel 3. állítása úgy interpretálható, hogy a kvantumvalószínűség fogalma praktikusan a legtágabb valószínűségfogalomnak felel meg.

2. Legyen mondjuk $\cos^2\theta = 0.9$. A tény, hogy a $(0.9,1,0)$ korrelációvektor sérti az (5.12) egyenlőtlenségeket, azt jelenti, hogy *nem* teljesül a klasszikus valószínűségszámításban alapvetőnek tekintett
$$p(E \sqcup F) = p(E) + p(F) - p(E \sqcap F) \tag{7.6}$$
összefüggés. (7.6) a klasszikus esetben ekvivalens az általunk axiómaként használt az (5.7) „ortoadditivitással”. Ez az ekvivalencia tehát a kvantumvalószínűség-elméletben nem áll fenn. Megmutatható,[8] hogy (7.6) sérülése nem a 7.3. ábrán bemutatott példa valamilyen speciális tulajdonsága, hanem *tetszőleges* két nem kommutáló $E_1, E_2 \in L(H)$ elemekhez mindig létezik olyan ψ tiszta állapot, hogy
$$\underbrace{\langle\psi, E_1\psi\rangle}_{1} + \underbrace{\langle\psi, E_2\psi\rangle}_{>0} - \underbrace{\langle\psi, (E_1 \wedge E_2)\psi\rangle}_{0} > 1 \tag{7.7}$$
Mármost a (7.7) egyenlőtlenség nyilvánvaló képtelenséget fejez ki: Ha az E_1 esemény biztosan bekövetkezik, hogyan tud E_2 úgy bekövetkezni, hogy nem következik be mindkettő? Ezt szem előtt tartva, kérdéses, hogyan lehet a hálóműveleteket logikai konnektívekként és a kvantumvalószínűséget relatív gyakoriságként értelmezni.

3. Mutattunk tehát példát olyan korrelációvektorra, amelyik eleme $q(n,S)$-nek, de nem eleme a klasszikus politópnak. Vegyük észre, hogy ez a $(p(E), p(F), p(E \sqcap F))$ korrelációvektor olyan eseményekre – az $L(H)$ olyan elemeire – vonatkozott, melyek nem kommutálnak. Márpedig a nem kommutáló projektorokhoz tartozó alterek konjunkciója a kvantumlogika megszületésének pillanatától fogva problematikusnak volt tekintve. A vita abból eredt, hogy a kvantummechanikában – a szokásos feltételezés szerint – két nem kommutáló operátorhoz tartozó fizikai mennyiség nem mérhető egyszerre,[9] és ez értelmetlenné, de legalábbis problematikussá teszi a nem kommutáló projektorok konjunkciójának operacionalista értelmezését.[10] Ezért is fontos a következő fejezetben tárgyalt Einstein–Podolsky–Rosen-kísérlet, amelynek kvantummechanikai leírásában olyan kvantumvalószínűségekkel találkozunk, melyekből képzett korrelációvektor sérti az (5.14) Clauser–Horne-egyenlőtlenségeket, ugyanakkor a konjunkciókban csak kommutáló projektorok fordulnak elő. A **154.** pontban meg fogjuk mutatni, hogy a kvantumvalószínűségek ebben az esetben sem interpretálhatók relatív gyakoriságként.[11]

---

[8] E. Szabó 1998, 2001.

[9] Valójában az „egyszerre nem mérhetőség” és a „nem-kommutálás” kapcsolata közel sem olyan automatikus, mint ahogyan azt a tankönyvi irodalomban szokás állítani. (Lásd Park és Margenau 1968; Uffink 1994.)

[10] Erre a problémára először Strauss (1937) hívta fel a figyelmet, röviddel a Birkhoff–Neumann-cikk megjelenését követően.

[11] Megmutatható, hogy (7.6) sérülésének az oka tulajdonképpen nem a disztributivitás sérülése, ha-

4. Az objektív modalitás problémáját ezen a ponton elintézettnek tekinthetnénk, ha – mint azt sokan tévesen hiszik – a kérdés az lenne, hogy egy kvantumvalószínűségi modell, általában, helyettesíthető-e egy vele ekvivalens, klasszikus valószínűségi modellel.[12] Erre a kérdésre ugyanis a fenti tétel 1. állításában egyértelmű, nemleges választ kapunk.[13] A kérdés azonban nem ez, hanem hogy azok a *valóságos* jelenségek, melyeket ma a kvantummechanika kvantumvalószínűségi modelljeivel írunk le, értelmezhetők-e és leírhatók-e egy alkalmas klasszikus valószínűségi modellel. Erre a kérdésre a 8. tétel természetesen nem ad választ.

7.3. Kvantumlogika

124. A Gleason-tétel formális lehetőséget nyújt tehát arra, hogy a kvantummechanikára úgy tekintsünk, mint egy olyan valószínűségelméletre, amelyben az eseményháló az $L(H)$. Mint látjuk, $L(H)$-nak eseményalgebraként való értelmezése azt jelenti, hogy az események közötti *logikai konnektíveket* a megszokottól eltérő módon értelmezzük. A klasszikus valószínűségszámításban megtehetjük, hogy az eseményalgebra elemeit egy formális nyelv mondataival, az eseményalgebra $\wedge, \vee, \neg$ műveleteit pedig a nyelv logikai konnektívjeivel, vagyis az „és", „vagy", valamint „nem" logikai műveletekkel azonosítsuk. Ezt az azonosítást konzisztens módon megtehetjük, mert 1) az így nyert logika a klasszikus logika, tehát 2) azonos azzal a logikával, amelyet a valószínűség-

nem az, hogy a végtelendimenziós Hilbert-terek altérhálója még csak nem is moduláris, ami a disztributivitásnál gyengébb tulajdonság (lásd Fáy és Tőrös 1978). Rédei Neumann-kutatásaiból tudhatjuk, hogy Neumann – éppen a (7.6) tulajdonság elvesztése miatt – nem volt elégedett azzal a „kvantumlogikával", melynek alapjait Birkhoffal megalkották, s élete utolsó éveiben sokat dolgozott egy olyan nem klasszikus (nem kommutatív) valószínűségelmélet megalkotásán, amelyben a klasszikus valószínűségszámítás e fontos törvénye megőrződik. (Bővebben, Rédei 1996, 1998, 1999, 2001.)

A tény, hogy a kvantumvalószínűségek általában nem interpretálhatók relatív gyakoriságként, arra is rávilágít, miért járt szükségszerűen kudarccal egy nem kommutatív valószínűségelméletet megalkotása. Neumann törekvése ugyanis az volt, hogy az új elmélet keretében a kvantumvalószínűségeknek ugyanazokat az értékeit reprodukálja:

$$\text{valami új} = tr(WE) \overset{?}{=} \text{események relatív gyakorisága}$$

Világos, hogy azzal, hogy találunk valamit, ami eleget tesz az első egyenlőségnek, nem oldottuk meg a második egyenlőség mögötti ellentmondást, sőt éppen az első egyenlőség teljesülése garantálja, hogy az új konstrukció is ellentmondásban álljon a relatív gyakoriság fogalmával.

[12] A későbbiekben majd látni fogjuk, miért következne a valószínűségi modell kolmogorovitásából a rejtett determinizmus(nak a lehetősége).

[13] Pontosabban, a teljes $\left(L(H), \widehat{W}\right)$ kvantumvalószínűségi modell és egy kolmogorovi modell ekvivalenciája már csak egyszerű algebrai okok miatt sem állhat fenn, hiszen egy Hilbert-háló nem lehet izomorf egy Boole-háló részhálójával. A 8. tétel az inekvivalencia egy ennél is erősebb esetét állítja: $\left(L(H), \widehat{W}\right)$-nek vannak olyan véges részstruktúrái, amelyek nem ágyazhatók be egy kolmogorovi modellbe, még akkor sem, ha a beágyazás csak a metszetre nézve homomorfizmus.

elmélet kiépítése során a matematikában használunk, és 3) megegyezik a metanyelv „logikájával”, legalábbis a szóban forgó logikai relációk nincsenek ellentmondásban a metanyelv szabályaival. Első közelítésben, *kvantumlogikának* valami olyasmit nevezünk, amit a kvantumvalószínűség-elmélet eseményalgebrájából olvashatunk ki, tehát egy olyan logikát, melyben az „és”, „vagy”, „nem” logikai műveletek által generált algebrai struktúra izomorf egy Hilbert-tér altérhálójával.

Vissza fogunk térni arra a problémára, hogy szükséges-e és tartható-e a valószínűségelméleti, illetve logikai fogalmak ilyetén általánosítása. Most csupán a tényt kell rögzítenünk, hogy a kvantumvalószínűség-elmélet jegyében arra vagyunk felszólítva, hogy az olyan szavainknak, mint „és”, „vagy” valamint „nem” a tradicionálistól eltérő jelentést tulajdonítsunk. Ahogyan a relativitáselméletben fel lettünk szólítva arra, hogy a „tér”, „idő”, „egyidejűség”, „távolság”, stb. fogalmainkat revideáljuk, most a logikai konnektívekkel történik ugyanez. Putnam szerint a kvantummechanikának a viszonya a kvantumlogikához olyan, mint a relativitáselmélet viszonya a nem euklideszi geometriához:

$$\frac{\text{kvantummechanika}}{\text{kvantumlogika}} = \frac{\text{relativitáselmélet}}{\text{nem euklideszi geometria}}$$

A hatvanas és hetvenes évek kvantummechanika alapjaival foglalkozó irodalmát teljesen áthatotta ennek a felismerésnek az izgalma. Sokan gondolták úgy, hogy ahogyan a relativitáselmélet lényegét abba a kis mínusz előjelbe lehet sűríteni, melyben a Lorentz-metrika különbözik az euklideszitől, ugyanúgy a kvantumelmélet esszenciája az eseményháló nem disztributív voltában rejlik.

Ha a logikára úgy gondolunk, mint egy tisztán formális/matematikai struktúrára, akkor egy ilyen változtatásnak nincs különösebb akadálya. A valóság leírását szolgáló tudományok (valamilyen értelemben a filozófia is ilyen) esetében azonban sokkal óvatosabbnak kell lennünk.[14] Megtehető-e tehát, hogy a fizikai elméleteinkbe *beépített* klasszikus logikai konnektíveket valamilyen általánosított (nem disztributív) logikai konnektívekre cseréljük fel, hogy jelentésüket és használatukat (talán ez a kettő ugyanaz) megváltoztassuk, anélkül, hogy ellentmondásba kerülnénk a tapasztalattal? Eltekintve most azoktól az általános problémáktól, melyek a nem klasszikus logikák valóságmegragadó/metafizikai alkalmazhatóságával kapcsolatban felvetődnek,[15] vegyük számba, hogy mivel is járna a kvantumvalószínűség-elmélet és a kvantumlogika programjának beteljesülése.

125. Azt kívánjuk tisztázni tehát, hogy lehet-e egyáltalán, és ha igen, milyen értelemben lehet egy Hilbert-tér altérhálóját logikának tekintenünk. A kvantumlogikai irodalomban egy fizikai rendszer „logikáján” a rendszerre vonatkozó, empirikusan tesztelhető kijelentések algebrai struktúráját szokás érteni. Első hallásra furcsa lehet, hogy „egy fizikai rendszer logikája”. Furcsa is, hiszen bármilyen álláspontra is helyezkedjünk a logika mibenlétét illetően, a logikát mindenképpen valamilyen tágabb érvényes-

[14] Bármennyire is fájlalja ezt Feyerabend (1994)!

[15] Dummett 2000; Hellman 1980.

ségű elméletnek/struktúrának gondoljuk, semmint, hogy egyetlen fizikai rendszerre vonatkozzon. Átmenetileg azonban menjünk bele ebbe a játékba, és vizsgáljuk meg egy olyan leszűkített nyelv logikai szerkezetét, amelynek mondatai egyetlen fizikai rendszerre vonatkoznak.

Jelölje $\mathcal{K}$ a nyelvnek az elemi mondatait. A nyelv elemi mondataiból további kifejezéseket képezhetünk. Bevezetjük a $\sim$ és $\triangle$ konstansokat, s a nyelv kifejezéseit a következő szabály szerint képezzük:

(i) Minden elemi mondat kifejezés.

(ii) Ha a egy kifejezés, akkor $\sim a$ is az.

(iii) Ha a és b kifejezések, akkor $a \triangle b$ is kifejezés.

Jelölje $\mathcal{F}$ a nyelv kifejezéseinek halmazát. A $\sim(\sim a \triangle \sim b)$ kifejezés rövidítéseként bevezethetjük az $a \bigtriangledown b$ kifejezést, de ennek nincs különösebb jelentősége. A $\sim$,$\triangle$ és $\bigtriangledown$ konstansok jelölésére szándékosan nem használjuk a *nem*, *és*, illetve *vagy* szavakat, sem pedig az eddig bevezetett, szokásos logikai jelöléseket, hiszen ezek a konstansok pillanatnyilag még semmilyen jelentéssel nem rendelkeznek, a nyelv szemantikáját csak ezután fogjuk bevezetni. Logikai szempontból, mint tudjuk, a szemantika nem egyebet jelent, mint hogy a nyelv kifejezéseihez az 1 (*igaz*) vagy 0 (*hamis*) igazságértékeket rendeljük, más szóval megadjuk a nyelv kifejezéseinek egy értékelését. Az igazságértékek megadásának szabályai a következők (Egy a kifejezés igazságértékét $|a|$-val jelöljük.):

(iv) $|\sim a| = 1 - |a|$

(v) $|a \triangle b| = |a|\,|b|$

Vagyis egy értékelés egyértelműen adott, ha megadjuk az igaz elemi mondatok $T \subseteq \mathcal{K}$ halmazát. Jelölje $\mathcal{T} \subseteq 2^{\mathcal{K}}$ a lehetséges értékelések halmazát. (Lehetnek olyan elveink, amelyek megszorításokat adnak a lehetséges értékeléseket illetően, így nem feltétlenül igaz, hogy $\mathcal{T} = 2^{\mathcal{K}}$.)

A nyelv kifejezéseinek értékelései alapján a következő ekvivalencia relációt vezethetjük be: $a \equiv b$ akkor és csak akkor, ha minden $T \in \mathcal{T}$ esetén $|a|_T = |b|_T$, ahol$|\ldots|_T$ az igaz elemi mondatok T halmazához tartozó értékelést jelöli. Legyen $\mathcal{F}' = \mathcal{F}|_{\equiv}$, az $\mathcal{F}$ ekvivalencia osztályainak halmaza. Könnyen belátható, hogy a $\sim$ és $\triangle$ műveletek kanonikus módon átvihetők az ekvivalencia osztályokra. Az így nyert $(\mathcal{F}', \sim, \triangle)$ struktúrát a nyelv Tarski–Lindenbaum-algebrájának nevezzük. [16]

A kvantumlogikai program értelmében, e nyelv Tarski–Lindenbaum-algebrájának izomorfnak kellene lennie egy Hilbert-tér altérhálójával. A probléma azonban az, hogy

[16]Nem gondoljuk, hogy a fenti egyszerű konstrukció ténylegesen bemutatná, hogyan kell egy fizikai elméletet formális nyelvként felépíteni. (Vö. Andréka, Németi és Madarász 1999, valamint a Madarász 2002 bevezető fejezeteit.) De ez egy fizikai rendszert leíró nyelv természetes szerkezete abban az egyszerű formában, ahogyan ezt a kvantumlogikai irodalomban láthatjuk.

bárhogyan is adjuk meg a szóban forgó nyelv elemi mondatait, és bármilyenek is legyenek a megengedett értékelések, a Tarski–Lindenbaum-algebra mindig reprezentálható lesz $\mathcal{T}$ részhalmazainak Boole-hálójában, következésképpen sohasem lehet izomorf egy nem disztributív hálóval.

126. A kvantumlogikának különböző, és sok-sok problémától terhes megfogalmazását találhatjuk az irodalomban. Rédei nyomán[17] azt a precíz megfogalmazást kívánom itt röviden bemutatni, melyből világosan kitűnik, milyen kompromisszumok árán juthatunk olyan logikához, amelynek Tarski–Lindenbaum-algebrája izomorf egy Hilbert-tér altérhálójával.

Az elemi mondatokat a rendszert leíró, empirikusan tesztelhető,

$$(X,\Delta x) =< \text{Annak a valószínűsége, hogy az } X \text{ obszervábilis} \\ \text{értéke a } \Delta x \text{ intervallumba esik} = 1 >$$

alakú metanyelvi mondatokkal azonosítjuk, ahol Δx a valós számegyenes egy Lebesgue-mérhető halmaza. A kvantummechanika szerint egy ilyen $(X,\Delta x)$ mondat akkor igaz, ha a rendszer állapota egy olyan P_ψ tiszta állapot, ahol a ψ állapotvektor benne van a $P^X(\Delta x)$ spektrálprojektorhoz tartozó altérben. ($\widehat{X} = \int_{\mathbb{R}} P^X(dx)$ az $\widehat{X}$ obszervábilis spektrálfelbontása. A **119.** pontban alkalmazott egyszerűsítések mellett, vagyis diszkrét spektrumú operátorokra szorítkozva, $P^X(\Delta x)$ helyett az obszervábilis x_i értékéhez tartozó, az $\widehat{X} = \sum_i x_i P_i$ spektrálfelbontásban szereplő P_i projektorra gondolhatunk.)

Az első kompromisszum máris szembeötlő: Az elemi mondatokat olyan speciális módon kell megválasztanunk, hogy kétséges, mire használható az így megkonstruált nyelv. A nyelv kifejezései között ugyanis éppen azok nem találhatók meg, melyek a kvantummechanika megfogalmazásához nélkülözhetetlenek. Nem találunk például olyan kifejezéseket, melyek a kvantumvalószínűség-elmélet eseményeit reprezentálják, vagyis nem reprezentáltak egy kvantummechanikai mérés kimeneteleihez tartozó fizikai események.

A másik, talán még súlyosabb kompromisszum, hogy fel kell adnunk az értékelés kétértékűségét, nevezetesen a (iv) tulajdonságot. Más szóval, abból, hogy egy kifejezés *nem igaz*, nem fog következni, hogy *hamis*. (Mint majd látni fogjuk, tulajdonképpen fel kell adnunk (v)-t is.) A kvantumlogikában ugyanis az értékelés a következőképpen van megadva:

(A) $(X,\Delta x)$ *igaz* akkor és csak akkor, ha $\psi \in P^X(\Delta x)$

(B) $(X,\Delta x)$ *hamis,* akkor és csak akkor, ha $\psi \in \left(P^X(\Delta x)\right)^\perp$

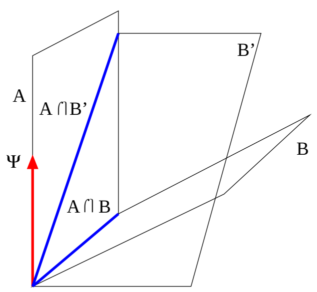
(C) $\sim (X,\Delta x)$ *igaz*, akkor és csak akkor, ha $(X,\Delta x)$ *hamis*, és fordítva.

[17] Lásd Rédei 1995, 5. fejezet; 1998, 5. fejezet.

(D) $(X,\Delta x) \triangle (Y,\Delta y)$ *igaz*, akkor és csak akkor, ha $\psi \in P^X(\Delta x) \sqcap P^Y(\Delta y)$, és hamis, akkor és csak akkor, ha $\psi \in \left(P^X(\Delta x) \sqcap P^Y(\Delta y)\right)^{\perp}$.

Ezzel a definícióval az értékelés, induktíve, az egész $\mathcal{F}$-re kiterjeszthető.

Vegyük észre, hogy előfordulhat, hogy egy kifejezés (például egy elemi mondat) egy adott állapotvektorhoz tartozó értékelésben sem nem *igaz*, sem nem *hamis*. Szokás erre az esetre bevezetni egy harmadik igazságértéket, melyet általában *határozatlan* igazságértéknek neveznek. Természetesen a logika tudománya ismeri a többértékű logika fogalmát. A kvantumlogika azonban nem tekinthető a logika szokásos fogalmai szerinti háromértékű logikának. A logika egyik alapelve ugyanis, hogy bizonyos logikai szabályok attól függetlenül érvényesülnek, hogy mi a szóban forgó mondatok jelentése. Egy kifejezés igazságértékét például egyértelműen meghatározzák a kifejezés alkotórészeinek igazságértékei, függetlenül attól, hogy mi a szóban forgó kifejezések jelentése. Tehát, mondjuk, $A \& B$ igazságértéke – bárhogyan is legyen az értékelés definiálva – kizárólag A *igazságértékétől* és B *igazságértékétől* függ, és nem függ attól, hogy az A szimbólum és a B szimbólum konkrétan milyen jelentésű kifejezést jelöl. Például az értékelés (iv)–(v) definíciója teljesíti ezt a követelményt. A kvantumlogikában azonban ez nem teljesül: Tekintsük a 7.4. ábrán látható két esetet. A rendszer állapota legyen ψ. Az A altérhez tartozó kifejezés igazságértéke *igaz*, a B-hez illetve B'-höz tartozó kifejezés igazságértéke *határozatlan*. Ennek ellenére a „konjunkció” igazságértéke különböző az $A \triangle B$ és $A \triangle B'$ esetben:



7.4. ábra. *A* ψ *állapotvektor benne van az* A *síkban, tehát* A igaz. B *és* B' *alterekhez tartozó kifejezések igazságértéke* határozatlan. *Ugyanakkor* ψ *merőleges az* $A \cap B$ *metszetre, tehát az* $A \cap B$ *altérhez tartozó kifejezés* hamis, *ezzel szemben, nem merőleges az* $A \cap B'$ *egyenesre, tehát az* $A \cap B'$*-hez tartozó kifejezés* határozatlan

$$
\begin{array}{lcll}
(\text{igaz}) \triangle (\text{határozatlan}) & = & (\text{hamis}) & \text{az } A \triangle B \text{ esetben} \\
(\text{igaz}) \triangle (\text{határozatlan}) & = & (\text{határozatlan}) & \text{az } A \triangle B' \text{ esetben}
\end{array}
$$

Kétséges tehát, hogy az (A)–(D) definícióval megadott értékelés mennyiben tekinthető *logikai* értékelésnek.[18]

Összefoglalva, a kvantumlogikával kapcsolatban az alábbi súlyos problémák merülnek fel:

[18]Fáy és Tőrös (1978, 293. o.) megmutatták, hogy a Hilbert-hálón nem adható meg véges értékű logikai értékelés.

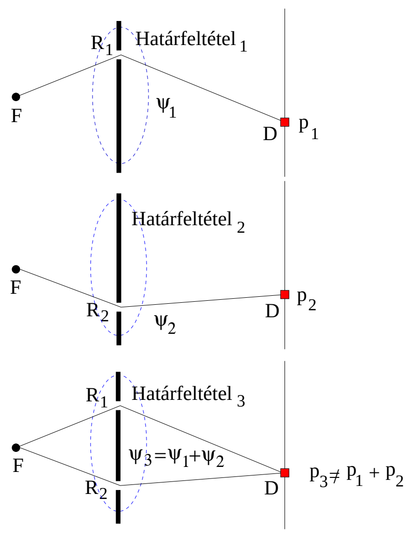
1. Kérdéses, lehetséges-e egy fizikai elmélethez külön logikát rendelnünk, amely lényegesen különbözik attól a logikától, amely a) részét képezi a szóban forgó elmélet leírásában használt matematikának, b) részét képezi annak a metanyelvnek, amelynek keretében az elmélet az empíriára támaszkodik.

2. A kvantumlogika egy olyannyira leszűkített formális nyelv, hogy kifejezései között még azok sem találhatók meg, melyek a kvantummechanika leírásához elengedhetetlenül szükségesek.

3. A kvantumlogika, az itt kifejtett hromértékű értékeléssel, nem teljesíti azokat az alapvető elvárásokat, amelyeket egy (extenzionális) logikától általában megkövetelünk.

127. Befejezésül ismerkedjünk meg azzal, hogyan gondolják a kvantumlogika hívei feloldani a kvantummechanika paradoxonjait a kvantumlogika alkalmazásával.

Már Reichenbach is felvetette, hogy a kvantummechanika olyan „paradoxona”, mint a kétréses interferencia, feloldható a nem klasszikus logika alkalmazásával.[19] Később azonban Putnam nevéhez kötődött az a gondolat,[20] hogy a kvantummechanika paradoxonjai feloldhatók, pontosabban elkerülhetők, ha tudomásul vesszük, hogy a mikrovilág fizikájában nem a klasszikus logika, hanem a kvantumlogika érvényesül. Putnam gondolatmenetét egy tipikus esetben, a kétréses interferencia kísérlet példáján mutatjuk meg: Az F forrásból kisugárzott részecske (7.5. ábra) az R_1 vagy az R_2 résen keresztül a D detektorba csapódik. Három esetet különböztetünk meg. Az első



7.5. ábra. *Az F forrásból kisugárzott részecske az R_1 vagy az R_2 résen keresztül a D detektorba csapódik. Három esetet különböztetünk meg. Az elsőben az R_1 rés nyitva van és az R_2 rés zárt. Ilyenkor a detektálás valószínűsége p_1. A második esetben az R_1 rés zárt, az R_2 rés nyitott, a detektálás valószínűsége p_2. A harmadik esetben mindkét rés nyitva van. Ekkor a detektorba csapódás valószínűsége p_3*

esetben a részecske az R_1 résen halad keresztül. Ilyenkor a detektálás valószínűsége $p(R_1 \sqcap D) = p_1$. A második esetben az R_1 rés zárt, tehát a részecske az R_2 résen

[19] Reichenbach 1944.

[20] A korai Putnamről van szó, vagyis a 60-as és 70-es években született írásairól. Később lényegesen megváltoztatta álláspontját. Egyik ilyen korai írása: Putnam 1979.

keresztül érkezik a detektorhoz. A detektálás valószínűsége $p(R_2 \sqcap D) = p_2$. A harmadik esetben mindkét rés nyitva van, vagyis a részecske vagy az egyik vagy a másik résen halad át. Ekkor a detektorba csapódás valószínűsége $p((R_1 \sqcup R_2) \sqcap D) = p_3$. Létrehozhatók olyan kísérleti körülmények, hogy $R_1 \sqcap R_2 = \emptyset$. A klasszikus logika szabályai szerint – hangzik Putnam érvelése –,

$$\begin{aligned} p_3 = p((R_1 \sqcup R_2) \sqcap D) &= p((R_1 \sqcap D) \sqcup \vee (R_2 \sqcap D)) \\ &= p(R_1 \sqcap D) + p(R_1 \sqcap D) = p_1 + p_2 \end{aligned}$$

A kísérletben ugyanakkor azt tapasztaljuk, hogy $p_3 \neq p_1 + p_2$! Az ellentmondás Putnam szerint a kvantumlogika alkalmazásával kerülhető el. A kvantumlogikában ugyanis – a disztributivitás sérülése miatt – nem lesz feltétlenül igaz, hogy

$$(R_1 \sqcup R_2) \sqcap D = (R_1 \sqcap D) \sqcup (R_2 \sqcap D)$$

és ezért nem is várjuk, hogy p_3 megegyezzen p_1 és p_2 összegével.[21]

A **158** pontban vissza fogunk térni a kétréses interferencia kísérlet elemzésére, és meg fogjuk mutatni, hogy az állítólagos „paradoxon" forrása semmi más, mint a klasszikus valószínűségszámítás szabályainak helytelen használata. Most csak annyit jegyzünk meg, hogy a fenti gondolatmenetnek van egy súlyos hiányossága. Az tudniillik, hogy teljesen figyelmen kívül hagyja, hogy a három különböző esetben a rendszer állapota a Schrödinger-egyenlet három különböző határfeltételhez tartozó megoldása, tehát a p_1, p_2 és p_3 valószínűségek nem ugyanahhoz a kvantumvalószínűségi mértékhez tartoznak. Mindenesetre a fenti példa jól illusztrálja, hogy milyen kontextusban gondolta Putnam a kvantumlogika alkalmazásával elkerülni a kvantummechanika paradoxonjait.

128. A kvantumlogikára vonatkozó kritikai észrevételeink során az empíriára hivatkoztunk. Ebből nem következik azonban, hogy feltétlenül egyet kell értenünk Putnam álláspontjával, hogy tudniillik[22]

> *A logika éppúgy empirikus, mint a geometria.* Éppannyira van értelme „fizikai logikáról" beszélni, mint „fizikai geometriáról". Egy nem klasszikus logikájú világban élünk. Bizonyos kijelentések – éppen azok, melyekkel a hétköznapi életben van dolgunk – a klasszikus logikának engedelmeskednek, de ez csak azért van így, mert a megfelelő alterek $L(H)$-ban

[21] Fel kell hívnunk a figyelmet arra, hogy az R_1, R_2 és D projektorok nem a „helyzet" obszervábilis spektrálfelbontásában szereplő három diszjunkt Borel-halmazhoz tartozó spektrálmértékek. Mint ilyenek, ugyanis egy Boole-részháló elemei lennének, következésképpen – az egyébként valóban nem disztributív altérhálón belül – egy disztributív elemhármast alkotnának. Valójában itt Heisenberg-operátorokra kell gondolnunk, tehát például D itt a detektor helyéhez tartozó P projektormérték időbeli transzformáltja, $D = UPU^{-1}$, ahol U a szabad részecske Hamilton-operátorához tartozó állapotfejlesztő unitér operátor. Így R_1, R_2 és D már valóban sérthetik a disztributivitást.

[22] Putnam 1979, 191. o.

> egy nagyon speciális hálót, úgynevezett Boole-hálót alkotnak a tartalmazás relációra nézve. Maga a kvantummechanika szolgáltat magyarázatot a *klasszikus* logika *közelítő* érvényességére a „nagy méretek” világában, ugyanúgy, ahogyan a nem euklideszi geometria magyarázatul szolgál arra, miért érvényes *közelítőleg* az *euklideszi* geometria a „kis méretekre”.

Úgy, ahogyan ezt Putnam érti, a geometria sem empirikus! A relativitáselméletre vonatkozó elemzésünkben láttuk, hogy nincs arról szó, hogy a relativitáselmélet előtti fizika és a relativitáselmélet ugyanazt értené „téridő” alatt, és hogy annak geometriájáról empirikus ismereteink bővülése során derült volna ki, hogy nem ilyen, hanem olyan. Az új, nem euklideszi téridő-geometria bevezetése nem empirikus alapon történt, nem valamilyen empirikus tények kényszerítették ki ezt a lépést, hanem a szemantikai konvencionalizmus jegyében egyszerűen mást kezdtünk téridőnek nevezni, és annak a másnak más geometriája van. Óvatosabban kell tehát Putnam empirista tézisét megítélnünk.

Ha a logikára mint tisztán formális/matematikai struktúrára gondolunk, akkor nem empirikus. Ezzel együtt persze nincs is semmiféle vonatkozása az empirikus világra.[23] Ha viszont úgy gondolunk rá, hogy a világ tényeire való vonatkozással bír, akkor be van ágyazódva abba a fizikai elméletbe, amellyel a világot leírjuk. A kvantumlogikát ilyen, az fizikai elméletekbe beágyazott, „alkalmazott” logikaként fogtuk fel, mikor kritikai észrevételeink során az empíriára hivatkoztunk. Poincaré konvencionalista felfogásának megfelelően, a **24.** pontban mondottakkal analóg módon, a logikára is igaz, hogy önmagában nem vonatkoztatható az empirikus világra, csupán a világ leírására szolgáló (fizikai) elmélettel együtt. Elvben tehát nem zárható ki, hogy különböző logikai struktúrákat különböző fizikai elméletekkel kombináljunk:

$$
\begin{array}{ccccc}
(\text{logika}) & + & (\text{fizika}) & = & (\text{világ empirikus tényei}) \\
(\text{logika})' & + & (\text{fizika})' & = & (\text{világ empirikus tényei}) \\
(\text{logika})'' & + & (\text{fizika})'' & = & (\text{világ empirikus tényei}) \\
 & & & \vdots &
\end{array}
$$

A fizikai elméletek esetében a logika legalább három különböző ponton játszik szerepet. Ha a fizikai elméletről feltesszük, hogy egy többé-kevésbé formalizált nyelv, akkor 1) a logika jelen van ennek a nyelvnek a közvetlen szabályaiban, 2) megjelenik mint az elmélet által használt matematikai formalizmus szerves tartozéka, végül 3) a logika jelen van annak a metanyelvnek a struktúrájában is, amelynek segítségével az elméletet az empirikus világ jelenségeivel összekötjük (abban a természetes nyelvben megnyilvánuló logikáról van szó, amelyen az elméleti fizikus kísérleti kollégájával kommunikál, mondjuk arról, hogy egy detektor sípolt-e vagy sem). Ezért a logika

[23] A matematikai realisták/empiristák (például Mill) persze úgy gondolták, hogy a matematika empirikus. A matematika filozófiájának ma uralkodó irányzatai szerint azonban nem az. A teljesség kedvéért megjegyezzük, hogy egy radikálisan formalista nézőpontból persze a matematika valami egészen más értelemben véve empirikus (lásd E. Szabó 2002, 2003).

konvencionális jellegét nehezebb megmutatni, mint a geometria konvencionális jellegét, mert a logika megváltoztatásával nemcsak a szűken értelmezett fizikai elméletet kellene megváltoztatnunk, hanem a benne alkalmazott matematikai struktúrákat is új alapokra kellene helyeznünk, és a fizikai elmélet alkalmazásának a metanyelv által determinált szabályait is meg kellene változtatnunk. Ha Putnam szerint az igaz, hogy egy „nem klasszikus logikájú világban élünk", akkor kevesebbnek is igaznak kell lennie: léteznie kell egy olyan fizikának és egy hozzá – az említett három ponton – illeszkedő nem klasszikus logikának, hogy a kettő együtt kompatibilis legyen a világ empirikus tényeivel. A klasszikus logikán kívül azonban nem látunk más példát ilyen, az empíriával összeegyeztethető logikára.

Röviden tehát a logika vagy konvencionális, és akkor nem empirikus, vagy empirikus, és akkor egy klasszikus logikájú világban élünk.

7.4. A kvantumvalószínűség két lehetséges értelmezése

129. Az eddigiekben elsősorban a kvantumvalószínűség-elmélet formális, matematikai illetve logikai vonatkozásait elemeztük. Számos ponton felsejlettek azonban azok a kvantumvalószínűség fogalmával kapcsolatos interpretációs problémák, melyekkel a következő fejezetekben részletesebben is foglalkozni fogunk. A későbbiekben, például a *no go* tételek helyes értelmezésében, fontos iránytűként szolgál majd számunkra, ha előzetesen világosan különbséget teszünk a kvantumvalószínűség két lehetséges értelmezése között. E kettősség abból fakad, hogy egy valószínűségi modell mögött általában többféle valóságos mechanizmus, többféle ontológia húzódhat meg.

130. Tekintsük a következő példát: egy kalapból dobókockákat húzunk, majd dobunk velük. Jelöljük a „dobás" eseményt D-vel, az ezt követő hat lehetséges kimenetelt pedig $<1>, <2>, \ldots <6>$-tal. Tegyük fel, hogy a megfigyelt relatív gyakoriságok alapján azt állapítjuk meg, hogy

$$\begin{aligned} p(<1>|D) &= 0.05 \\ p(<2>|D) = \ldots = p(<5>|D) &= 0.1 \\ p(<6>|D) &= 0.55 \end{aligned} \tag{7.8}$$

Nyilván $p(D) = 1$, így $p(<1>) = 0.05$,... $p(<6>) = 0.55$. A valószínűségi modellünk tehát ezeket a valószínűségeket fogja tartalmazni, és kitűnően leírja a rendszer viselkedését; visszaadja a relatív gyakoriságokat, helyesen ad számot arról, hogy például a dobott szám várható értéke 4.75, stb. Vagyis mindent tud, amit egy ilyen valószínűségi modelltől várhatunk. E valószínűségi leírás mögött azonban különböző valóságos kép húzódhat meg:

(A) A dobókockák mindegyike preparálva van, méghozzá úgy, hogy a tömegeloszlásuk annyira aránytalan, hogy gyakorlatilag – 1 valószínűséggel – mindegyikkel csak egyetlen számot lehet dobni. A kalapban a különbözőképpen preparált kockák eloszlása olyan, hogy 5%-a $<1>$-re, 10%-a $<2>$-re, ... 55%-a pedig $<6>$-ra van predesztinálva. Azt is mondhatnánk, hogy egy kihúzott kocka az eldobás előtt rendelkezik egy *tulajdonsággal*, mondjuk a „2” tulajdonsággal, és a dobás mint mérés, csupán feltárja ezt a tulajdonságát a kockának, mikor a $<2>$ eredményt kapjuk. Jelöljük azt az eseményt, hogy a kihúzott kocka „2” tulajdonságú $\widetilde{<2>}$-vel. Vagyis ilyenkor létezik a valóságban egy olyan $\widetilde{<2>}$ esemény amelyre igaz, hogy

$$p\left(\widetilde{<2>}\right) = p\left(<2>|D\right) \tag{7.9}$$

$$p\left(<2>|\widetilde{<2>}\right) = 1 \tag{7.10}$$

Itt a lényeg az, hogy a $\widetilde{<2>}$ esemény 0.1 valószínűséggel bekövetkezik, függetlenül attól, hogy elvégezzük-e a kockadobást vagy sem (például (7.9) akkor is igaz, ha a kihúzott kockáknak csak egy töredékével végezzük el a kísérletet).

(B) A kalapban lévő dobókockák mindegyike egyformán van preparálva, történetesen a tömegeloszlás a szimmetrikustól csak egy kicsit tér el, úgy, hogy a dobás kimenetele a (7.8) valószínűségekkel bármi lehet. Ilyenkor, ha a dobás eredménye $<2>$, értelmetlen azt mondanunk, hogy megmértük a kocka valamely tulajdonságát, és az „2”. Egy individuális kockadobás eredménye semmit sem mond az individuális kocka tulajdonságairól. Ilyenkor a valóságban nem létezik egy $\widetilde{<2>}$ esemény, amelyre (7.9) és (7.10) igaz lenne. A sok megismételt dobásból kiolvasott (7.8) kondicionális valószínűségek persze így is tükrözik a kalapban lévő kockák egy tulajdonságát, történetesen a tömegeloszlásukat. Hangsúlyoznunk kell – mert ezt sokszor félreértik –, hogy ezek a valószínűségek nem a kalapban lévő kockák kollektív tulajdonságát tükrözik, hanem egy olyan tulajdonságot, amely a kalapban lévő kockák mindegyikére individuálisan jellemző.

131. Sok félreértés származik abból, hogy a valószínűségi modell (A) interpretációját úgy tekintik, mint egy rejtett paraméteres értelmezést, míg a (B) interpretációt olyannak tekintik, amelyik nem enged meg rejtett paraméteres értelmezést, vagyis rejtett determinizmust. Semmi ilyenről nincs szó. Az (A) esetben is elképzelhető, hogy a $\widetilde{<1>}, \widetilde{<2>}, \ldots$ események objektíve indetermináltak, ugyanakkor a (B) szcenárióban is elképzelhető, hogy a folyamat, ami a kockadobáskor végbemegy, teljesen determinisztikus, és a szóban forgó valószínűségek episztemikus természetűek.

132. Teljesen hasonló a helyzet a kvantummechanikával. Tekintsünk egy $\widehat{A} = \sum_i a_i P_i$ spektrálfelbontású obszervábilist. Amikor azt mondjuk, hogy „a rendszer egy $\widehat{W}$ állapotában $tr\left(\widehat{W}P_i\right)$ annak a valószínűsége, hogy az A mennyiség értéke a_i”, akkor nem egészen világos, hogy mire gondolunk. Hogy ezt tisztázzuk, induljunk ki abból, ami biztos: a kvantummechanika kísérleti igazolása során a $tr\left(\widehat{W}P_i\right)$ mennyiséget a kísérletben mért relatív gyakoriságok alapján a $p\left(<a_i>|a\right)$ kondicionális valószínűséggel azonosítjuk, ahol a azt az eseményt jelöli, amit a mérés végrehajtása jelent, $< a_i >$ pedig az „a_i” mutatóállás bekövetkezését. Tehát az empirikus értelmezés alapján biztosan állíthatjuk, hogy

$$tr\left(\widehat{W}P_i\right) = p\left(< a_i > |a\right) \tag{7.11}$$

és ha ennél többet nem feltételezünk, akkor ez, a **130.** pontban mondottaknak megfelelően, egy (B) típusú interpretáció. Nevezzük ezt *minimális interpretációnak*. Ebben az esetben az $< a_i >$ mérési eredmény nem tükrözi a mért objektum valamilyen tulajdonságát. A $\widehat{W}$ állapot azonban, függetlenül attól, hogy tiszta vagy kevert állapotról van szó, tükrözi (pontosabban tükrözheti) az individuális rendszer valamilyen tulajdonságát (akár propensity értelemben, akár a valószínűség fizikalista értelmezése szerint), ugyanúgy, ahogyan a (7.8) kondicionális valószínűségek tükrözik a dobókocka tömegeloszlását.

De elképzelhető a $tr\left(\widehat{W}P_i\right)$ kvantumvalószínűség egy (A) típusú értelmezése is, melyet *tulajdonság interpretációnak* fogunk nevezni. Eszerint minden egyes kísérlet, minden egyes $< a_i >$ kimenetele mögött létezik a rendszernek egy, a méréstől függetlenül meglévő $\widetilde{< a_i >}$ tulajdonsága, [24] melyet a mérés szóban forgó eredménye juttat kifejezésre. Vagyis, mint a kockadobás példáján megmutattuk, a (7.11) egyenlőség tovább folytatható:

$$tr\left(\widehat{W}P_i\right) = p\left(< a_i > |a\right) = p\left(\widetilde{< a_i >}\right) \tag{7.12}$$

ahol $p\left(\widetilde{< a_i >}\right)$ annak a valószínűsége, hogy a rendszer rendelkezik ezzel a tulajdonsággal.

Lássuk világosan, hogy a minimális és a tulajdonság interpretáció nem egymást kizáró értelmezések. A tulajdonság interpretáció nem teszi érvénytelenné a minimális interpretációt, csak valami pluszt tesz hozzá. Hogy melyik értelmezés lesz tartható, arra a későbbiekben még visszatérünk.

[24] Ezt majd később a *realitás egy elemének* is fogjuk nevezni, az Einstein–Podolsky–Rosen-terminológiában (**153.** pont).

8. fejezet

A méréselméleti paradoxon

A kvantummechanika mint valószínűségi elmélet nem határozza meg, hogy mi lesz a mérések kimenetele. Mint ilyen, univerzális érvényű: a mérési folyamatra, tehát az objektum és a mérőberendezés kölcsönhatására is érvényes. Természetesen ezt a folyamatot sem írja le másképpen, mint amilyen leírást általában nyújt a világról...

8.1. A hullámfüggvény két különböző interpretációja

133. Az eddigiekben a kvantumvalószínűségekkel foglalkoztunk, és a kvantumállapotra – a Gleason-tételnek köszönhetően – úgy gondoltunk, mint a kvantumvalószínűségi mérték ekvivalensére. A történeti hűség, valamint néhány később sorra kerülő „paradoxon" jobb megvilágítása kedvéért különböztessük meg a hullámfüggvény, azaz a tiszta kvantummechanikai állapot két különböző értelmezését.[1]

(A) A *valószínűségi vagy statisztikus interpretáció* szerint a tiszta állapot (következésképpen egy kevert állapot is) azonosan preparált rendszerek absztrakt statisztikus sokaságát jellemzi, vagyis az individuális objektumokat csak valószínűségi értelemben jellemzi.

(B) A *koppenhágai értelmezés* szerint – amely a kvantummechanika történetének első évtizedeire volt jellemző – egy φ hullámfüggvény, vagyis egy tiszta állapot *nem csak* valószínűségi értelemben jellemzi az *individuális kvantummechanikai rendszert*, hanem tükrözi annak „állapotát", abban az értelemben, hogy tükrözi a valóság minden egyes mozzanatát, amely a dolgok állásáról a rendszerrel kapcsolatban elmondható. Egy $\widehat{A}$ operátorral reprezentált fizikai mennyiség értéke akkor és csak akkor a, ha $\widehat{A}\varphi = a\varphi$.

[1] A hullámfüggvény statisztikus és koppenhágai értelmezésének kitűnő összehasonlítását találjuk Ballentine 1970-ben. A kvantummechanika statisztikus interpretációjának szisztematikus kifejtése olvasható Ballentine 1990-ben.

A hullámfüggvény (A) értelmezése természetesen kétféle ontológiai elképzelést takarhat, attól függően, hogy a kvantumvalószínűséget a **132.** pontban kifejtett tulajdonság interpretáció vagy minimális interpretáció szerint értelmezzük.

A hullámfüggvény koppenhágai értelmezése, hogy összeegyeztethető legyen a hullámfüggvény valószínűségi jelentésével is, s hogy képes legyen számot adni arról az empirikus tényről, hogy abban az esetben is lesz a mérés után a mérésnek eredménye, ha a rendszernek a mérés előtti állapota nem sajátállapota a mért fizikai obszervábilisnak, feltételezi, hogy a mérés során a hullámfüggvény a $\psi = \sum_i c_i |a_i\rangle$ „szuperponált” állapotból valamelyik sajátállapotba „ugrik be”, nevezetesen $p(a_i) = |c_i|^2$ a valószínűsége annak, hogy éppen $|a_i\rangle$-be. A hullámfüggvénynek ez a Schrödinger-egyenlet által le nem írt „kollapszusa” aztán számtalan interpretációs nehézség és „paradoxon” forrása lett, melyekkel a következő bekezdésben foglalkozunk.

A hullámfüggvény (B)-típusú értelmezéséről még azt szükséges megjegyeznünk, hogy e felfogások szerint fel kell tennünk, hogy olyan állapotban, amely nem sajátállapota egy adott fizikai mennyiség operátorának, a rendszer a szóban forgó fizikai mennyiség értékeinek megfelelő atributumok egyikével sem rendelkezik.

134. A következőkben többször lesz szó a kvantummechanika *teljességéről*, pontosabban nemteljességéről. Nem könnyű ennek a kifejezésnek pontos értelmet tulajdonítanunk. A lényeg mindenképpen az, hogy a kvantummechanika egy valószínűségi leírása a szóban forgó rendszernek. A valószínűségi modelljeinktől megszoktuk, hogy nem teljesek, abban az értelemben, hogy nem adják meg a rendszer viselkedésének minden részletét. A dobókocka viselkedését leíró valószínűségi modell meg tudja mondani, hogy melyik végeredmény milyen valószínűséggel történik meg. A kocka viselkedésének azonban számos olyan részlete van, amelyet ez a modell nem ír le, tehát ez a modell nem teljes. Egy edénybe zárt ideális gáz makroszkopikus tulajdonságait leírhatjuk a termodinamika törvényeivel, mondjuk a gáztörvénnyel, de nyilvánvaló, hogy vannak a gáz ontológiájának olyan részletei, amelyet ez a leírás nem ad vissza. A gáz makroszkopikus jellemzőire vonatkozó leírás nyilvánvalóan nem tükrözi például a gáz mikroállapotát, vagyis mind a 10^{23} részecskéjének állapotát. A termodinamikai leírás tehát nem teljes.

Akkor mondhatjuk, hogy a kvantummechanika nem teljes, ha fel tudunk mutatni a valóságnak olyan elemeit, amelyeket az elmélet nem ír le. Világos, hogy ebben a tekintetben nagy különbség van a hullámfüggvény (A) és (B) interpretációja között. Míg az első megengedi, hogy a kvantummechanika ne legyen a valóság teljes leírása, a (B) értelmezés, nem. A koppenhágai interpretáció szerint a rendszerrel kapcsolatban a dolgok állása, a valóság minden részlete, hűen és kimerítően tükröződik a kvantumállapotban.

Éppen ezért, téves az a felfogás, mely szerint: „Adott a kvantummechanika mint fizikai elmélet, és attól függetlenül különböző interpretációk lehetségesek. Az előbbi a tudásunknak az a stabil része, amely a fizikus számára lényeges, az utóbbi csupán »filozofálás«.” Az állapot e két értelmezése az egész kvantummechanikának egymástól sokban különböző értelmet ad. Azok a világok, amelyeket az (A) illetve (B) értelmezés szerinti kvantummechanika ír le, sokban különbözhetnek egymástól. E különbségeket jól illusztrálják majd a következő bekezdésekben tárgyalt példák.

8.2. A méréselméleti paradoxon

135. Tekintsünk egy ψ_0 kvantumállapotban lévő rendszert. A rendszeren egy olyan fizikai mennyiség értékét mérjük meg, melyhez tartozó operátor $\widehat{A}$. Legyen χ_0 a mérőberendezés kezdeti állapota. Vagyis a mért rendszerből és a mérőműszerből álló csatolt rendszer kezdeti állapota $\psi_0 \otimes \chi_0$. Tegyük fel, hogy a kölcsönható csatolt rendszernek a mérési folyamat alatti időfejlődését egy U lineáris operátor írja le.

Ha a rendszer kezdeti állapota az $\widehat{A}$ obszervábilis α sajátértékhez tartozó $\psi_0 = |\alpha\rangle$ sajátvektora, akkor a mérés után a csatolt rendszer az

$$U\left(|\alpha\rangle \otimes \chi_0\right) = \Phi_\alpha$$

állapotban lesz, ahol feltételezzük, hogy a Φ_α állapot a műszer „α” mutatóállásának felel meg, abban az értelemben, hogy ebben az állapotban annak a valószínűsége, hogy a mutató α értéket mutat

$$p_{\Phi_\alpha}(\alpha \text{ értéket mutat}) = 1$$

Most tegyük fel, hogy a rendszer kezdeti állapota nem sajátállapota az $\widehat{A}$ operátornak:

$$\psi_0 = \sum_i c_i |\alpha_i\rangle$$

Ekkor, az U operátor feltételezett linearitása miatt, a csatolt rendszer állapota a mérési folyamat végén:

$$U\left(\left(\sum_i c_i |\alpha_i\rangle\right) \otimes \chi_0\right) = \sum_i c_i \Phi_{\alpha_i} \tag{8.1}$$

Ez a végállapot nem olyan, amelyik egy bizonyos mutatóálláshoz tartozik, hanem a különböző mutatóállásokhoz tartozó Φ_{α_i} állapotok egy lineáris kombinációja, vagy ahogy inkább – sokat sejtetően – mondani szoktuk, ilyeneknek a „szuperpozíciója”.[2] A méréselméleti probléma, „paradoxon”, ennek a végállapotnak az értelmezésében áll.

136. A kvantumállapot koppenhágai interpretációja számára a (8.1) állapot komoly ellentmondást jelent. A (B) értelmezés szerint ugyanis az állapot hűen és kimerítően jellemzi az individuális rendszert, és egy adott fizikai mennyiség értéke akkor és csak akkor vesz fel egy bizonyos értéket, ha a rendszer a megfelelő sajátállapotban van. Ámost az objektumból és a mérőberendezésből álló rendszer nincs egy meghatározott mutatóálláshoz tartozó sajátállapotban, hanem ilyen állapotok szuperpozíciójában.

[2]A hely szűke miatt itt nem számoljuk végig, de hasonlóan egyszerű belátni, hogy ha sem a mérőberendezés, sem az objektum kezdeti állapota nem tiszta állapot, akkor az eredmény nem változik lényegesen, vagyis a csatolt rendszer végállapota továbbra is a különböző mutatóállásokhoz tartozó állapotok „szuperpozíciója”.

Vagyis a mutatónak *nincs állása a mérés végén*. Ez nyilvánvalóan ellentmondásban áll a tapasztalattal. Mint Wigner írja,[3]

> Le kell vonnunk a következtetést*: olyan mérések, amelyek elvégzése után az objektum s az apparátus rendszere meghatározott mutatóállású állapotok valamelyikében marad vissza, a kvantummechanika lineáris törvényeivel nem írhatók le.* Ennek folytán ha vannak ilyen mérések, a kvantummechanika törvényeinek érvényessége csupán korlátozott.

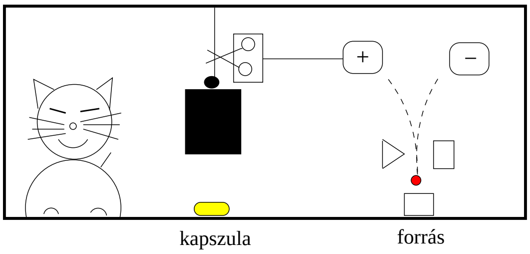
A fenti ellentmondás csak úgy oldható fel a (B) interpretáció keretei között, ha feltételezzük, hogy a mérési folyamat során a csatolt rendszer időfejlődése nem írható le egy U lineáris operátorral, tehát nem írhatja le a Schrödinger-egyenlet. A kvantummechanika dinamikája tehát két részből áll e feltevés szerint: Két mérés között az állapot időfejlődését a Schrödinger-egyenlet írja le, a mérés alatt pedig a folyamat más, olyan, amelyik a (8.1) szuperponált állapotot random, $|c_i|^2$ valószínűséggel, valamelyik Φ_{α_i} sajátállapotba ugrasztja. Ezt az utóbbit szokás a hullámfüggvény „kollapszusának" vagy „redukciójának" nevezni. Mivel a koppenhágai elképzelés szerint a tiszta kvantumállapot hűen és kimerítően tükrözi a rendszer valóságos „állapotát", vagyis mindazt, ami a rendszert a valóságban jellemzi, a kvantummechanikai rendszer időfejlődése két mérés között szigorúan determinisztikus (hiszen a Schrödinger-egyenlet írja le), s a kvantummechanikai randomitás csupán a mérés során, a kollapszus alatt lép fel.

Összefoglalva, a koppenhágai interpretáció szerint a kvantummechanikai leírás teljes, az állapotok – feltételezés szerint – hűen tükrözik a rendszer ontológiai meghatározottságait, de – az ellentmondás elkerülése érdekében – fel kell tételeznünk egy random kimenetelű folyamatot, a hullámfüggvény-kollapszusát, amelyről semmi közelebbit nem tudunk. A kollapszussal kiegészített kvantummechanika univerzális érvényű, noha ezt az univerzalitást nagymértékben lerontja, hogy a világ folyamatait a Schrödinger-egyenlettel leírható időfejlődésre és a hullámfüggvény kollapszusra, vagyis mérésre osztja, anélkül azonban, hogy bármiféle fogódzót nyújtana annak eldöntésére, hogy mikor milyen típusú folyamatról van szó.

137. A hullámfüggvény (A) értelmezése szerint a (8.1) végállapot semmiféle ellentmondást nem rejt magában. A valószínűségi interpretáció szerint a tiszta kvantumállapot az individuális objektumot csak abban az értelemben jellemzi, hogy kifejezi annak valószínűségét, hogy a különböző mérési szituációkban hogyan viselkedjen. Vagyis, a kvantummechanikai leírás csak a mérés során való ilyen vagy olyan viselkedés valószínűségét írja le. A kvantummechanika mint valószínűségi elmélet nem határozza meg, hogy mi lesz a mérések kimenetele. Mint ilyen, univerzális érvényű: a mérési folyamatra, tehát az objektum és a mérőberendezés kölcsönhatására is érvényes. *Természetesen, ezt a folyamatot sem írja le másképpen, mint amilyen leírást általában nyújt a világról*, tehát a (8.1) állapot jelentése az, hogy a csatolt rendszer milyen valószínűséggel milyen viselkedést mutat, ha rajta ilyen vagy olyan mérést hajtunk végre.

[3]Wigner 1972, 210. o.

138. A méréselméleti paradoxon mintegy „felnagyítható”, ha a mérőberendezés kijelzője egy macska, s a szerencsétlennek az élete vagy halála múlik azon, hogy mi lesz mondjuk egy spinmérés kimenetele. Képzeljünk el egy vasládát (8.1. ábra), melyben van egy macska, egy ciános kapszula, felette egy felfüggesztett súllyal, melyet egy szerkezet aszerint oldhat ki, hogy egy forrásból kisugárzott részecske spinje a mérés szerint *up*, vagy nem. Ezt a – jobblelkű állatvédőkben garantált felháborodást kivál-



8.1. ábra. *Schrödinger macskája*

tó – kvantum-orosz-rulettet az irodalom az elnéző „Schrödinger macskája” címen tartja számon. A paradoxon nyilván a (8.1) végállapotnak megfelelő, egy élő és egy halott macska hullámfüggvényének szuperpozíciójából álló kvantumállapot értelmezésével kapcsolatban merül fel. A hullámfüggvény (B), koppenhágai értelmezése szerint egy ilyen szuperpozíció súlyos ellentmondást fejez ki. A macska akkor és csak akkor lehet élő, vagy halott, ha a megfelelő sajátállapotban van. A (8.1) állapotnak megfelelő, mérés utáni végállapotban se nem élő, se nem holt. A feltételezett hullámfüggvény-kollapszus sem problémamentes: hiszen olyan bizarr kérdéseket vet fel, hogy mikor is történik meg a kollapszus, magyarán a macska az evilági lét és a túlvilág közötti tranziens lebegéséből melyik pillanatban zuhan, mondjuk, vissza az élő macskák társaságába. Amikor „kiolvassuk” a mérés eredményét? Tehát, amikor kinyitjuk a dobozt? Vagy már korábban? A koppenhágai interpretáció súlyos nehézségeinek megoldása érdekében például Wignernek odáig kellett elmennie, hogy feltételezze:[4]

> ...a tudat elkerülhetetlenül és megváltoztathatatlanul helyet kér az elméletben. Ha a hullámfüggvény fogalmát felhasználva fejezzük ki magunkat, azt kell mondanunk, hogy amikor benyomások hatolnak be tudatunkba, ez maga után vonja a hullámfüggvény megváltozását.

Ezzel szemben, a hullámfüggvény (A) interpretációja szerint semmiféle probléma nincs: a hullámfüggvény az individuális rendszert csak valószínűségi értelemben jellemzi. Ha sokszor megismételjük az azonosan preparált hasonló rendszerekkel a kísérletet, akkor mindegyikben történik majd valami, az egyikben a macska halott lesz, a másikban élő.

[4]Wigner 1972, 225. o.

9. fejezet

A kvantummechanika *no go* tételei

A no go tételek ... nem kevesebbet állítanak, mint hogy a világ objektíve indeterminisztikus. S ha hinni lehet ezeknek a tételeknek, akkor itt egy több mint két évezredes metafizikai kérdésre kapunk választ, méghozzá olyan választ, amely bármikor megismételhető kísérletekben nyert megfigyeléseken nyugszik.

---

139. A kvantumvalószínűség-elmélet és a kvantumlogika alapvető motivációja az a több évtizedes múltra visszatekintő meggyőződés, mely szerint a kvantummechanika törvényszerűségei nem redukálhatók, nem vezethetők vissza valamilyen klasszikus törvényszerűségekre. Pontosabban, s témánk, az objektív modalitás problémája szempontjából lényegesebb megfogalmazásban, a kvantummechanika törvényeinek engedelmeskedő jelenségek olyan, objektíve indeterminisztikus jelenségek, melyek *elvileg sem* írhatók le valamilyen determinisztikus elmélettel. A kvantummechanika olyan tételeit, melyek egy ilyenfajta állítást fogalmaznak meg, szokás *no go* tételeknek nevezni.

A *no go* tételek jelentőségét sokáig csak abban látták, hogy metodológiai útmutatót adott, van-e értelme a klasszikus fizika determinisztikus szemléletéhez szokott fizikusnak a kvantummechanika statisztikus törvényeit tovább pontosító, a jelenségek részletesebb, nem statisztikus leírását nyújtó elmélet után kutatnia. S minthogy a *no go* tételek erre a kérdésre nemmel válaszoltak, ez nagy mértékben meg is határozta az elmúlt fél évszázad fizikáját. Az uralkodó felfogás szerint a *no go* tételek birtokában a kvantummechanikát felváltó, determinisztikus törvények után kutatni körülbelül olyan értelmetlenségnek számít, mint a termodinamika első és második főtételének ismeretében örökmozgót tervezni.

Metafizikai szempontból azonban a tételek jelentősége ettől sokkal nagyobb. *A* no go *tételek ugyanis nem kevesebbet állítanak, mint hogy a világ objektíve indeterminisztikus.* S ha hinni lehet ezeknek a tételeknek, akkor itt egy több mint két évezredes metafizikai kérdésre kapunk választ, méghozzá olyan választ, amely bármikor megismételhető kísérletekben nyert megfigyeléseken nyugszik. Nem véletlenül nevezte Bell a *no go* tételekkel kapcsolatos kutatásokat „kísérleti metafizikának”. Kérdés, hogy hihetünk-e a kvantummechanika *no go* tételeinek? A könyv hátralévő fejezeteiben lényegében erre a kérdésre keresünk választ.

A *no go* tételek természetesen különböző konkrét feltételek mellett, különböző, pontosan megfogalmazott állításokat mondanak ki, s mint ahogyan az lenni szokott, a lényeg ezekben a részletekben van.

9.1. Neumann-tétel

140. Az első *no go* tételt Neumann János bizonyította 1932-ben.[1] Neumann azt mutatta meg, hogy a kvantummechanikában a rendszernek nincsen olyan állapota, amelyben minden fizikai mennyiség eloszlása szórásmentes lenne. A tétel pontos kimondásában volt egy feltétel (a (9.4) additivitás nem csak kommutáló elemekre volt megkövetelve), melyet később Gleasonnak sikerült gyengítenie.[2] Mi most a Neumann-tételnek e Gleason-féle erősebb változatát mondjuk ki:

9. Tétel. (Neumann) *Legyen H egy kettőnél nagyobb dimenziós komplex Hilbert-tér. Jelölje O H önadjungált operátorainak halmazát. Tegyük fel, hogy a várható érték egy olyan $\langle \ldots \rangle$ funkcionál O felett, amely kielégíti a következő feltételeket*:

$$\langle 1 \rangle = 1 \tag{9.1}$$

$$(\forall A \in O)\,[A \geq 0 \Rightarrow \langle A \rangle \geq 0] \tag{9.2}$$

$$(\forall A \in O)\,(\forall r \in \mathbb{R})\,[\langle rA \rangle = r\,\langle A \rangle] \tag{9.3}$$

$$\left(\forall \{A_i\}_{i \in I} \subseteq O\right)\left[(\forall i,j)\,\left[\left[A_i, A_j\right] = 0\right] \Rightarrow \left\langle \sum_i A_i \right\rangle = \sum_i \langle A_i \rangle\right] \tag{9.4}$$

Ekkor $(\exists A \in O)\left[\left\langle A^2 \right\rangle - \langle A \rangle^2 \neq 0\right]$.

Bármennyire is fontos kvantummechanikai tételről van szó, Neumann tételének metafizikai súlya közel sem olyan nagy, mint amennyire ezt hangsúlyozni szokás a kvantummechanika tankönyvekben. A tétel ugyanis teljes egészében a kvantummechanika Hilbert-tér formalizmusának keretei között marad, s joggal merül fel, miért kellene a kvantummechanikának képesnek lennie arra, hogy leírja a kvantumjelenségek mögötti – esetleg determinisztikus – jelenségeket. Nyilvánvaló, hogy még csak az sem követelmény, hogy a kvantumjelenségek mögötti determinisztikus folyamatokat leíró elmélet teljes egészében kompatibilis legyen a kvantummechanika formalizmusával. Az egyetlen követelmény, hogy a determinisztikus háttérelmélet tökéletesen reprodukálja azt, amit a kvantummechanikából empirikus szinten, a laboratóriumban látunk.

[1] Neumann 1980.

[2] Gleason 1957.

9.2. Jauch–Piron-tétel

141. Jauch és Piron éppen ezért egy olyan tétel bizonyításával próbálkoztak, amelyben nincs kihasználva a kvantummechanika szokásos matematikai apparátusa. Abból indultak ki, hogy a kvantumvalószínűség-elmélet tovább általánosítható, s a **119.** pontban elmondottak formális elismétlésével tetszőleges $\mathcal{L}$ egyértelműen ortokomplementumos hálón definiálható valószínűségi mérték. Nevezzük ezeket Jauch–Piron-mértéknek. Egy μ Jauch–Piron-mértéket *diszperziómentesnek* nevezünk, ha minden $E \in \mathcal{L}$ esetén $\mu(E) \in \{0, 1\}$. Egy $(\mathcal{L}, p)$ kvantumvalószínűségi modell *determinisztikus*, ha

$$p(E) = \sum_i \lambda_i \mu_i(E) \tag{9.5}$$

ahol $\sum_i \lambda_i = 1$, $\lambda_i \geq 0$ és minden μ_i diszperziómentes. Az elnevezés onnan ered, hogy ilyenkor a klasszikus valószínűségfogalomnak megfelelően, a valószínűség felfogható a dolgok mindenkori állását reprezentáló kétértékű klasszikus igazságfüggvények súlyozott számtani közepeként, s ez lehetőséget nyújt a valószínűség episztemikus értelmezésére. Más szóval, (9.5) fennállása esetén a különböző μ_i-k rejtett állapotoknak volnának tekinthetők, melyek determinálják, hogy mely események történnek meg, és melyek nem. A λ_i faktorok pedig nem mások, mint a különböző rejtett állapotok valószínűségei.

10. Tétel. (Jauch és Piron 1963) *Ha az $\mathcal{L}$ hálón létezik determinisztikus valószínűségi mérték, akkor $\mathcal{L}$ disztributív.*

Ez a állítás[3] még nem tekinthető a kvantummechanika *no go* tételének. Jauch és Piron azonban még azt is állították, hogy a fizikai események hálója nem disztributív, s erre – állításuk szerint – egyszerű empirikus bizonyítékot lehet felmutatni. Gondolatmenetük a következő volt: Tekintsük azt a kijelentést, hogy

> A_0 =<Az egyetlen fotont tartalmazó fénynyalábnak egy adott polarizátoron való merőleges beesése esetén[4] a polarizátor másik oldalán fényhatás van.>

Jelöljük A_α-val azt a kijelentést, amely úgy áll elő, hogy a fenti kijelentésben a polarizátort a beeső fénysugár – mint tengely – körül α szöggel „elforgatjuk”. Állításuk szerint két ilyen kijelentés konjunkciója, $A_\alpha \wedge A_\beta$, annak a kijelentésnek felel meg, amely azt állítja, hogy

> $A_\alpha \triangle A_\beta$ =<Az egyetlen fotont tartalmazó fénynyalábnak az *egymás mögé* helyezett α illetve β szöghöz tartozó polarizátorokra való merőleges beesése esetén a polarizátorok másik oldalán fényhatás van.>

[3] A tétel bizonyítása az eredeti Jauch–Piron-cikken (1963) kívül magyarul is olvasható: Fáy és Tőrös 1978, 307. o.

[4] Az „esetén” úgy értendő, hogy valahányszor egy foton beesik a polarizátorra, a másik oldalon fényhatás van.

Hasonlóan az $A_\alpha \vee A_\beta$ diszjunkcióról Jauch és Piron azt állítják, hogy a következő kijelentéssel azonos:

> $A_\alpha \bigtriangledown A_\beta$ =<Az egyetlen fotont tartalmazó fénynyalábnak az *egymás mellé* helyezett α illetve β szöghöz tartozó polarizátorokra való merőleges beesése esetén a polarizátorok másik oldalán fényhatás van.>

Világos, hogy a fenti kijelentések a $\bigtriangleup, \bigtriangledown$ műveletekre nézve hálót alkotnak, és A_π a háló egységeleme. Az A_α kijelentés $\neg A_\alpha$ negáltját Jauch és Piron az egyértelműen definiált ortokomplementummal, $\sim A_\alpha = A_{\alpha+\frac{\pi}{2}}$-vel azonosította.

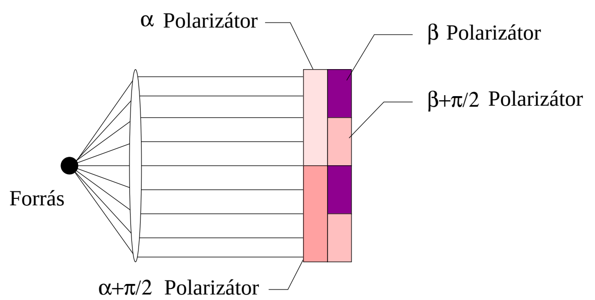
Mármost, hangzik az érvelés, ismeretes, hogy az így definiált egyértelműen ortokomplementumos háló akkor és csak akkor disztributív, ha teljesül, hogy

$$\left(A_\alpha \wedge A_\beta\right) \vee \left(A_\alpha \wedge \neg A_\beta\right) \vee \left(\neg A_\alpha \wedge A_\beta\right) \vee \left(\neg A_\alpha \wedge \neg A_\beta\right) \tag{9.6}$$

a mindig igaz kijelentéssel egyenlő. Vagyis a

$$\left(A_\alpha \bigtriangleup A_\beta\right) \bigtriangledown \left(A_\alpha \bigtriangleup \sim A_\beta\right) \bigtriangledown \left(\sim A_\alpha \bigtriangleup A_\beta\right) \bigtriangledown \left(\sim A_\alpha \bigtriangleup \sim A_\beta\right)$$

kijelentésnek a tökéletesen átlátszó elrendezés kellene, hogy megfeleljen. A fenti kifejezésnek megfelelő kísérleti elrendezés azonban (9.1. ábra) nem átlátszó!

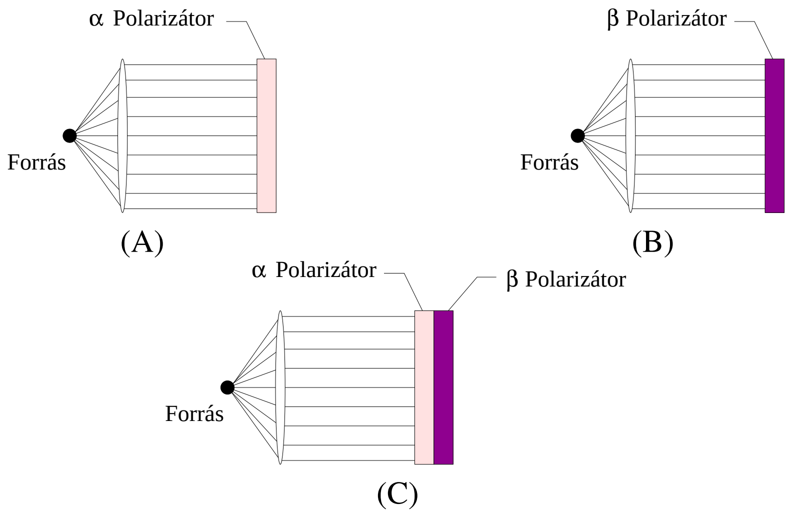


9.1. ábra. *A konjunkció és a diszjunkció Jauch–Piron-féle „értelmezése" szerint (9.6) kifejezés ennek az elrendezésnek felel meg*

142. Jauch és Piron érvelésének nagy előnye az, hogy csupán a fizikai események hálójára vonatkozó, igen általános feltevésekre épül. Így a rejtett paraméterek lehetetlenségének bizonyítása rendkívül meggyőző lenne, ha nem kellene azonban elutasítanunk a logikai műveletek általuk használt „operacionalista" értelmezését. A probléma, amivel itt szembe találjuk magunkat, kettős, s mindkettőről már volt szó a kvantumlogika kapcsán a **126.** pontban. Egyrészt nem lehetséges az $\wedge, \vee, \neg$ logikai konnektíveket a fenti módon definiált $\bigtriangleup, \bigtriangledown, \sim$ műveletekkel azonosítani. Hiszen például $A_\alpha \wedge A_\beta$ az a mondat, hogy

> $A_\alpha \wedge A_\beta$ =<Az egyetlen fotont tartalmazó fénynyalábnak az α szöghöz tartozó polarizátorra való merőleges beesése esetén a polarizátor másik oldalán fényhatás van, és az egyetlen fotont tartalmazó fénynyalábnak a β szöghöz tartozó polarizátorra való merőleges beesése esetén a polarizátor másik oldalán fényhatás van.>

és ez nyilvánvalóan nem azonos az $A_\alpha \triangle A_\beta$ mondattal, mert egyszerűen a fizikai szituáció, amit az egyik, illetve a másik mondat jelent, nem azonos. Ha egy laboránstól azt kérjük ellenőrizze vajon az $A_\alpha \wedge A_\beta$ mondat igaz-e, akkor valami olyasmit tesz, hogy sokszor elvégzi a 9.2. (A) ábrán látható kísérletet, majd sokszor elvégzi a 9.2. (B) ábrán látható kísérletet, és ha mindkét esetben mindig lát fényhatást a polarizátor túloldalán, akkor azt mondja, $A_\alpha \wedge A_\beta$ igaz. De sohasem jutna ehelyett eszébe egy egészen más kísérletet elvégezni, mondjuk azt, amelyet a 9.2. (C) ábrán látunk.



9.2. ábra. (A): *Az A_α kijelentést tesztelő kísérlet* (B): *Az A_β kijelentést tesztelő kísérlet* (C): *Az $A_\alpha \triangle A_\beta$ kijelentést tesztelő kísérlet*

A másik probléma, amely a Jauch–Piron-féle bizonyítással kapcsolatban felmerül, hogy az A_α mondatok a rendszernek valamiféle tulajdonságait írják le (az $\mathcal{L}$ hálót Jauch és Piron több helyen „tulajdonság-hálónak” nevezi) és *nem eseményeket*. Minthogy a kvantummechanika nem tárgyalható az esemény fogalma nélkül, az esemény fogalmát külön értelmezniük kell. Ezért bevezetik az „az A_α tulajdonság tesztje” fogalmat. Ez egy olyan kísérlet, amely ellenőrzi, hogy a szóban forgó tulajdonság fennáll-e. Az a_α esemény – definíciójuk szerint – akkor történik meg, ha az A_α tulajdonság tesztje pozitív, vagyis az „igen” választ adja. A $\sim a_\alpha$ esemény pedig akkor, ha $\sim A_\alpha$ tesztje ad pozitív választ. Ezzel az eseményfogalommal nem csak az a baj, hogy – a **126.** pontban kifejtetteknek megfelelően – a „$\sim a_\alpha$” és a „$\neg a_\alpha$” jelentése összeegyeztethetetlen, hanem az is, hogy semmi sem garantálja, hogy a valóságban elvégzett tesztek eredményeiként kapott események algebrája izomorf lenne az $\mathcal{L}$ hálóval.[5]

Összegezve, a 10. tétel matematikai szépsége és bizonyításának messze nem triviális volta ellenére a tételnek *no go* tételként való alkalmazása egyszerűen értelmetlenség. Talán egyet kell értenünk Bell véleményével, aki a kvantummechanikai mérés fogalmának félreértésében látta az effajta értelmetlenségek forrását:[6]

> Hogy lehet, hogy komoly emberek komolyan vettek olyan axiómákat, melyek mára teljesen indokolatlannak tűnnek? A tévedés, úgy sejtem, a „mérés” szónak a kortárs elméletekben történő végzetes félreértéséből fakad. E szó erősen azt sugallja, hogy a mérés során valamilyen dolognak valamilyen előzetesen létező tulajdonságát tárjuk fel, s hogy az ehhez használt bármiféle berendezésnek csupán passzív szerepe van. A kvantummechanikai kísérletek éppen, hogy nem ilyenek, mint azt – mindenekelőtt Bohrtól – megtanulhattuk. A mérés eredményére úgy kell gondolnunk, mint a „rendszerből” és a „mérőberendezésből” álló teljes kísérleti elrendezés együttes produkciójára. A „mérés” szó helytelen használata azonban könnyen oda vezet, hogy ezt elfelejtjük, és azt várjuk, hogy a „mérési eredmények” valamiféle egyszerű logikának engedelmeskedjenek, melyben a mérőberendezés említésre sem kerül. Ebből aztán olyan nehézségek fakadnak, melyekből arra következtetünk, hogy egy ilyen logika nem lehet a közönséges logika. Az a benyomásom, hogy az egész „kvantumlogika” ebből, vagyis egy szó félreértéséből nőtte ki magát. Meg vagyok róla győződve, a „mérés” szó mára már oly mértékben meg lett erőszakolva, hogy az egész szakterület jelentős fejlődését eredményezné, ha egyszerűen megtiltanánk a használatát, és helyette például azt mondanánk, hogy „kísérlet”.

9.3. Kochen–Specker-tétel

143. A kvantummechanika fundamentális kérdéseivel foglalkozó irodalomban a Kochen–Specker-tételt az egyik legerősebb *no go* tételként szokás számon tartani, holott egyáltalán nem az. A tételt gyakran úgy interpretálják, mint ami – tisztán algebrai megfontolások alapján – azt állítja, hogy nincs a kvantummechanikában egy adott rendszerre vonatkozó fizikai mennyiségek mindegyikének értéke.[7] Mint majd látni fogjuk a Kochen–Specker-tételnek ez az értelmezése nem helyes. Először azonban lássuk, mi az a pontos állítás, amit bizonyítunk.

[5]Mint látni fogjuk a **160.** pontban, az így értelmezett események bekövetkezésében figyelembe kell venni annak a kondíciónak a teljesülését is, hogy a szóban forgó teszt egyáltalán megtörténik. Mindezek figyelembevételével az eseményháló egyébként Boole-háló.

[6]Bell 1982.

[7]Gyakran, megtévesztő módon, hozzáteszik, hogy „definit” értéke. Milyen lehet egy fizikai mennyiség értéke, ha nem „definit”?

Vezessünk be a H Hilbert-tér önadjungált operátorain értelmezett „értékhozzárendelő függvényt”:

$$V^{\Psi} : A \in \mathcal{O} \mapsto V^{\Psi}(A) \in \mathbb{R} \tag{9.7}$$

amely tehát a rendszer ψ (tiszta) állapotától függő módon, minden obszervábilishoz egy valós számot rendel. Ilyen hozzárendelésnek nyilván semmi akadálya nincs, mindaddig, amíg további követelményeket nem írunk elő. A Kochen–Specker-tétel azonban olyan értékhozzárendelő függvényekre vonatkozik, melyek teljesítik az alábbi feltételt:

$$V^{\Psi}(f(A)) = f(V^{\Psi}(A)) \tag{9.8}$$

ahol $f(A)$ az A obszervábilis egy tetszőleges függvénye.

11. Tétel. (Kochen és Specker 1967) *Ha a H Hilbert-tér dimenziója nagyobb kettőnél, akkor nem létezik olyan (9.7) hozzárendelés, amely kielégíti a (9.8) feltételt.*

Bizonyítás. A tétel bizonyítása a következő gondolatmenetre épül. Tekintsük a Hilbert-tér egységoperátorának egy diszkrét felbontását:

$$P_1 + P_2 + P_3 + \ldots = I \tag{9.9}$$

ahol $P_1, P_2, \ldots$ egymásra ortogonális projektorok. A (9.8) tulajdonság felhasználásával,

$$V^{\Psi}(P_1) + V^{\Psi}(P_2) + V^{\Psi}(P_3) + \ldots = V^{\Psi}(I) \tag{9.10}$$

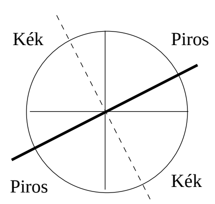
Minthogy a projektorokra fennáll, hogy $P_i^2 = P_i$, (9.8) ismételt alkalmazásával, azt kapjuk, hogy

$$V^{\Psi}(P_i) = 0 \,\text{vagy}\, 1 \tag{9.11}$$

Továbbá, megint csak (9.8) alapján,

$$V^{\Psi}(I) = 1 \tag{9.12}$$

Mármost (9.11) és (9.12) együtt azt jelenti, hogy a $V^{\Psi}(P_i)$ számok közül egynek az értéke 1, a többié 0. A bizonyítás hátralévő részében azt mutatjuk meg, hogy ez, kettőnél magasabb dimenzióban, nem állhat fenn minden egységfelbontásra. A feladat az úgynevezett színezési problémára fordítható le: Az általánosság csorbítása nélkül feltehetjük, hogy mindegyik projektorhoz egydimenziós altér tartozik. Kérdés, lehetséges-e egy Hilbert-tér egyeneseihez (egységsugaraihoz) úgy 0-t és 1-t rendelni, azaz az egyeneseket úgy beszínezni, mondjuk pirosra és kékre, hogy minden egyenes be legyen színezve, és hogy egyeneseknek tetszőleges teljes ortogonális rendszerében csak egy piros színű legyen? Kétdimenziós Hilbert-térben ez lehetséges (9.3. ábra). Megmutatható, hogy kettőnél magasabb dimenzióban nem. A bizonyításnak ez a része azonban hosszadalmas, és semmiféle tanulsággal nem szolgál számunkra, ezért itt mellőzzük.[8]



9.3. ábra. *Kétdimenziós Hilbert-térben a színezési feladat megoldható*

[8] Ha az olvasó szeretné látni a bizonyításnak ezt a részét, a következő művet ajánlom: Redhead 1987, 124-131. o.

144. Fontosabb számunkra annak meggondolása, hogy mit is mond a Kochen–Specker-tétel, s hogy tekinthető-e a **139.** pont értelmében vett *no go* tételnek. Gyakran felvetett kérdés tudniillik, hogy mi indokolja a (9.8) feltétel kikötését. Matematikai szempontból a (9.8) tulajdonság természetesnek tekinthető, hiszen két algebrai struktúra közötti kanonikus kapcsolatot fejez ki. A matematika „logikája" azonban nem azonos a fizika „logikájával". Fizikai szempontból nincsenek „kanonikus" leképezések, csak az igaz, amit a természetből empirikusan kiolvashatunk. Az a kérdés tehát, hogy hogyan lehetséges a (9.8) összefüggést kiolvasnunk a kvantummechanikai kísérletekből. Ezzel összefüggésben két – egymástól nem teljesen független kérdést kell megvizsgálnunk: 1) Milyen megfelelésben állnak egymással az állapottér önadjungált operátorai és a valóságos laboratóriumi mérések? 2) Milyen viszony áll fenn a valóságban végrehajtott mérések kimenetele és a (9.7) hozzárendelés által definiált értékek között?

145. A klasszikus determinisztikus fizikában azért feltételezzük, hogy a rendszer egy adott állapotában egy adott fizikai mennyiségnek, a méréstől függetlenül van egy bizonyos értéke, és hogy ez az érték jellemzi a rendszer egy, a mérés által feltárt tulajdonságát, mert valahányszor elvégezzük a szóban forgó mérést, mindig ugyanazt az eredményt kapjuk.[9] Azt is mondhatnánk, hogy ez a „tulajdonság" fogalmának értelmezése a fizikában. A kvantumelméletben azonban a rendszer állapota nem determinálja az egyes mérések kimenetelét, tehát az azonos kvantumállapotba preparált rendszereken elvégzett mérések eredménye – hacsak nincs a rendszer a szóban forgó obszervábilis sajátállapotában – mérésről mérésre változhat. Semmiféle alapunk nincs tehát ahhoz, hogy a (9.7) értékhozzárendelő függvényt empirikusan tesztelhető módon definiáljuk, és így azt sem állíthatjuk biztosan, hogy az egyes individuális mérés során nyert eredmény ezzel az értékkel egyezik meg.[10] Az argumentum kedvéért azonban tegyük fel, hogy fennáll egy ilyen kapcsolat, vagyis a mérés eredménye a szóban forgó obszervábilis mindenkori értékével egyezik meg. E feltevés feltétlenül szükséges ahhoz, hogy az értékhozzárendelő függvény tulajdonságairól bármilyen, empirikusan megalapozott állítást tegyünk. Mint a következő pontban rámutatunk, e feltételezés mellett sem mondhatjuk, hogy a (9.8) összefüggés empirikusan alátámasztható lenne.

146. A klasszikus fizikában a fizikai mennyiségek a fázistéren értelmezett valós függvények. Vagyis minden fizikai mennyiség egyértelműen kifejezhető a fázistér koordinátáinak segítségével. Így, ha a fázistér koordinátáit (pl. a mechanikában a helyko-

[9] Természetesen a mérési pontosságon belül. A mérés pontatlansága azonban nem tévesztendő össze az adott kvantumállapotnak megfelelő eloszlás diszperziójával. (Bővebben, Ballentine 1990, 167-168. o.) Sajnos, ezzel kapcsolatban sok tévedés van forgalomban az irodalomban. A határozatlansági relációnak, és általában, az önadjungált operátorok és a fizikai mennyiségek kapcsolatának elemzését illetően lásd Park és Margenau 1971, továbbá Uffink 1990.

[10] Hangsúlyoznunk kell, hogy önmagában abból, hogy empirikusan nem támasztható alá, hogy a (9.7) hozzárendeléssel definiált értékek azonosak az individuális mérések során feltárt tulajdonságokkal, még nem következik, hogy nincsenek ilyen, a **132.** pontban értelmezett tulajdonságok, és az sem, hogy nem létezhet egy megfelelő kondíciókat kielégítő értékhozzárendelés.

ordinátát és az impulzust) képesek vagyunk kísérletileg értelmezni, akkor ezzel automatikusan minden fizikai mennyiségnek megadtuk az empirikus értelmezését, nevezetesen megmérjük a fáziskoordinátákat, és az eredményre alkalmazzuk az adott fizikai mennyiséget definiáló függvényt.

Mi történik akkor, ha egy fizikai mennyiségre több különböző mérési eljárással adott definíciónk is van? Gondoljuk meg, szigorú értelemben ilyen nincs! Ha egy fizikai mennyiséget egy adott mérési utasítással értelmezünk, és azt állítjuk, hogy ez a mennyiség azonos egy másik mérési utasítással definiált mennyiséggel, akkor tulajdonképpen egy kontingens természeti törvényt fogalmazunk meg, *két különböző fizikai mennyiség* egyenlőségéről. Azt állítjuk ugyanis, hogy a rendszer tetszőleges állapotában az egyik eljárással mért mennyiség értéke megegyezik a másik eljárással mért mennyiség értékével. Ez egy természeti törvény, melyet vagy közvetlenül empirikusan állapítunk meg (induktív általánosítás útján), vagy más, empirikusan megalapozott fizikai törvényből vezetünk le.

A klasszikus fizikában az alapozza meg a két különböző mérési eljárással definiált mennyiség közötti egyenlőséget, hogy a rendszer állapota (vagyis a rendszer egy adott módon való preparálása) egyértelműen meghatározza mindkét mérés eredményét. A kvantummechanikában azonban csak indeterminisztikus, statisztikus törvényeink vannak. Általában tehát a rendszer állapota (még ha tiszta állapotról is van szó) nem határozza meg a két különböző mérés eredményét, csupán a valószínűségi eloszlásokat. Vagyis a kvantummechanikában két különböző mérési eljárással definiált mennyiséget nincs módunk egymással azonosítani, mert általában semmiféle empirikus alapja nincs egy ilyen azonosításnak. És ezen a tényen nem változtat az sem, ha a szóban forgó mennyiségeket a klasszikus fizikából öröklött intuíciónk alapján azonosítanánk, és az sem, ha a két különböző mérési eljárással definiált mennyiséghez ugyanazt az önadjungált operátort rendeljük. Ha egy A önadjungált operátort két, egymással nem kommutáló B és C operátor függvényeként is előállíthatunk,

$$A = f(B) = g(C) \tag{9.13}$$

akkor ez általában azt jelenti, hogy az A önadjungált operátor nem reprezentálhat egyetlen mérési eljárással definiált fizikai mennyiséget, hanem legalább két ilyen empirikusan értelmezett fizikai mennyiséget reprezentál. Az egyik az, amelyiket úgy értelmezzük, hogy végrehajtjuk a B operátorral reprezentált mérést és az eredményére alkalmazzuk az f függvényt, a másik pedig az, amelyet úgy definiálunk kísérletileg, hogy végrehajtjuk a C operátornak megfelelő mérést és az eredményre alkalmazzuk a g függvényt. Általában semmiféle kísérleti bizonyítékunk nincs arra nézve, hogy e két empirikusan definiált mennyiség egymással azonos. Például tekintsük a következő esetet:

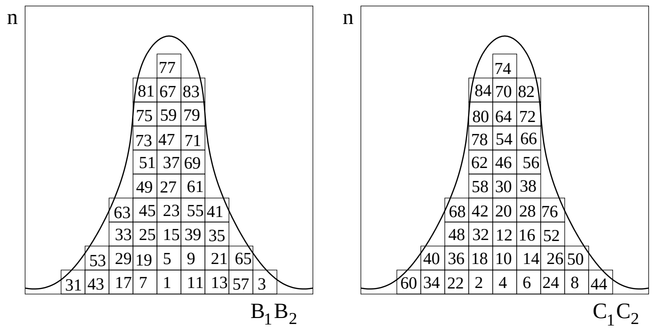
$$\begin{aligned} A &= B_1 B_2 \\ A &= C_1 C_2 \\ \left[B_i, C_j\right] &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[B_1, B_2] &= 0\\ [C_1, C_2] &= 0\end{aligned}$$

Ekkor létezik két különböző mérési eljárással definiált mennyiség:

Mennyiség$_B$: Megmérjük B_1-et és B_2-t és az eredményeket összeszorozzuk

Mennyiség$_C$: Megmérjük C_1-et és C_2-t és az eredményeket összeszorozzuk



9.4. ábra. *Az ábrán az egymást követő mérések eredményeit tüntettük fel. A t_1 időpillanatban elvégezzük a B_1 és B_2 mérést és az eredményt összeszorozzuk. Az így nyert eredmény a Mennyiség$_B$ mért értéke, melyet a bal oldali diagramon az 1-es számú négyzettel jelöltünk. A következő alkalommal, t_2 pillanatban, az ugyanolyan állapotú rendszeren a C_1 és C_2 megmérésével meghatározzuk Mennyiség$_C$ értékét. Ezt reprezentálja a 2-es számú négyzet a jobb oldali diagramon. A következő t_3 pillanatban ismét egy Mennyiség$_B$-mérést hajtunk végre, ennek eredménye a 3-as számú négyzet, és így tovább. A függőleges tengelyen az adott mérési eredmény gyakoriságát tüntettük fel*

Ha arra a *matematikai* tényre hivatkozva, hogy a B_1B_2 operátor megegyezik a C_1C_2 operátorral, fel is tennénk, hogy Mennyiség$_B$ = Mennyiség$_C$, ezt az azonosságot semmiféle kísérleti ténnyel nem lennénk képesek alátámasztani. Ezt illusztrálja a 9.4. ábra. Az ábrán az egymást követő mérések eredményeit tüntettük fel. A t_1 időpillanatban elvégezzük a B_1 és B_2 mérést és az eredményt összeszorozzuk. Az így nyert eredmény a Mennyiség$_B$ mért értéke, melyet a bal oldali diagramon az 1-es számú négyzettel jelöltünk. Mivel B_1 és B_2 operátorok nem felcserélhetők a C_1 és C_2 operátorokkal, – az általános nézet szerint – a négy mérés egyszerre nem végezhető el, tehát a legjobb, amit tehetünk, hogy a soron következő alkalommal, t_2 pillanatban, az ugyanolyan állapotba preparált rendszeren a C_1 és C_2 megmérésével meghatározzuk Mennyiség$_C$ értékét. Ezt az értéket reprezentálja a 2-es számú négyzet a jobb oldali diagramon. A következő t_3 pillanatban ismét egy Mennyiség$_B$-mérést hajtunk végre, ennek eredményét jelöli a 3-as számú négyzet, aztán megint Mennyiség$_C$-mérés következik, és így tovább. Minthogy B_1B_2 egymást követő mért értékei is és C_1C_2 egymást követő mért értékei is teljesen véletlenszerűek, semmiféle összefüggés nincs az egymást közvetlenül követő Mennyiség$_B$- és Mennyiség$_C$-értékek között sem, annak ellenére, hogy Mennyiség$_B$-hez és Mennyiség$_C$-hez ugyanaz az A önadjungált operátor tartozik, és ezért – a kvantummechanika statisztikus algoritmusának megfelelően – a két mennyiség eloszlása ugyanaz.

Beláttuk tehát, hogy a gyakran megkérdőjelezett (9.8) feltétel megkövetelése teljesen indokolatlan.

147. Vegyük azonban észre, hogy a tétel bizonyításához a (9.8) feltételre, teljes általánosságban nem is volt szükség. Elég, ha (9.11) és (9.12) mellett megköveteljük (9.10) teljesülését. Mindaz a kritika, melyet a (9.8) összefüggés feltételezésével szemben a fentiekben kifejtettünk, érvényét veszti, ha azt csak a (9.11)–(9.12) és (9.10) esetekre korlátozzuk. E feltételek teljesülését ugyanis képesek vagyunk – a **146.** pontban leírtak értelmében – empirikusan igazolni, hiszen (9.10) jobb oldalán az egységoperátorhoz tartozó mért értéknek nincs statisztikus szórása. A tételt tehát a következő formában mondhatjuk ki:

12. Tétel. *Ha a H Hilbert-tér dimenziója nagyobb kettőnél, akkor nem létezik olyan (9.7) hozzárendelés, amely kielégíti a (9.11) és (9.12) feltételeket, továbbá tetszőleges egységpartícióra fennáll a (9.10) összefüggés.*

Mindebből úgy tűnik, hogy a tétel ebben a módosított (valójában erősebb) formájában mégiscsak egy olyan ellentmondást fogalmaz meg, amelynek alapján ugyanarra a következtetésre juthatunk, ami a Kochen–Specker-argumentum lényege, hogy tudniillik nincs minden fizikai mennyiségnek a méréstől független értéke. Mint a következő pontban látni fogjuk, ez a következtetés mégsem helytálló.

148. A **146.** pontban elmondottakból tudniillik az is következik, hogy értelmetlen feltennünk a (9.7) hozzárendelés létezését, legalábbis abban az értelemben, hogy az a fizikai mennyiségekhez rendel a mérésektől függetlenül meglévő, és a mérések során feltárt értékeket. Így az sem feltétlenül igaz, hogy a Hilbert-tér projektoraihoz ilyen értékek rendelhetők, márpedig ez volt valójában az, amit a bizonyításban kihasználtunk. Ez a feltételezés fizikailag azt jelentené, hogy ha az A fizikai mennyiség értéke a, akkor a spektrálfelbontásban szereplő P_a projektor „értéke” 1, és hogyha egy tetszőleges másik B obszervábilis spektrálfelbontásában ugyanez a projektor előfordul, mondjuk a b értékhez rendelve, vagyis $P_b = P_a$, akkor P_b projektor „értéke” is 1, azaz ha az A mennyiség értéke a, akkor a B mennyiség értéke b. Másképpen fogalmazva, ez azt jelentené, hogy egy adott projektorhoz rendelt érték független attól, hogy a projektor melyik obszervábilis spektrálfelbontásában szereplő projektornak van elgondolva. Ez azonban nincs, nem lehet így, hiszen nincs egy-egy értelmű megfelelés a kísérletileg értelmezett fizikai mennyiségek és az operátorok között. Két nem kompatibilis mérés esetében, abból a kísérleti tényből, hogy „az A mérést végrehajtva a rendszeren az eredmény a”, nem következik hogy „a B mérést végrehajtva az eredmény b”, akkor sem, ha egyébként a szóban forgó spektrálprojektorok azonosak, $P_b = P_a$. Abból tehát, hogy minden – kísérletileg értelmezett – fizikai mennyiségnek értéke van, nem következik, hogy ezek az értékek megadhatók egy, akárcsak a Hilbert-tér projektorain értelmezett (9.7) függvénnyel. Még egyszer, azért nem, mert nincs egy-egy értelmű megfelelés a Hilbert-tér önadjungált operátorai és az kísérletileg definiált fizikai mennyiségek között.

149. *Kontextualizmusnak* szokás nevezni a kvantummechanika olyan interpretációját, amely szerint egy fizikai mennyiség értéke függ attól a konkrét kontextustól, amelyben megmérjük. A kontextualitás két fajtáját szokás megkülönböztetni. Az egyik azt a fajta kontextusfüggést jelenti, amely a (9.13) formulában jelenik meg, vagyis, hogy az A obszervábilis értéke különböző, attól függően, hogy $f(B)$-nek vagy $g(C)$-nek tekintjük. Redhead ezt *ontológiai kontextualitásnak* nevezi.[11] A kontextualitás másik fajtája, melyet *környezeti kontextualitásnak* szokás nevezni, azt a magától értetődő tényt foglalja magában, hogy egy fizikai mennyiség mért értéke függ a mérés tágabb értelemben vett egész környezetétől, vagyis mindazoktól a fizikai kondícióktól, melyek között a mérés végbemegy, így a mérőberendezés pillanatnyi állapotától is.

Véleményem szerint a kvantummechanika kontextuális és nem kontextuális interpretációja közötti különbségtétel teljesen indokolatlan. Nincs más, csak kontextuális interpretáció, feltéve, hogy a kontextualitást helyesen értjük. A környezeti kontextualitás triviálisan igaz. Attól nem lehet megszabadulni. Ontológiai kontextualitás pedig nincs. Mint azt a **146.** pontban részletesen láttuk, nincs arról szó, hogy egy fizikai mennyiség értéke függne attól, hogy az egyik vagy a másik mérési eljárással mérjük meg. Két különböző eljárás két különböző fizikai mennyiséget definiál, ha tetszik ez nekünk, ha nem. Vagy igaz empirikusan, hogy ez a két mennyiség egyenlő, vagy nem. De soha sincs arról szó, hogy egy A mennyiségnek az értéke függne attól, hogy őt $f(B)$-ként, vagy $g(C)$-ként értelmezzük. Semmiféle kontextualitásról nincs szó, csupán arról, hogy az önadjungált operátorok és a fizikai mennyiségek között nincs egy-egy értelmű megfelelés.

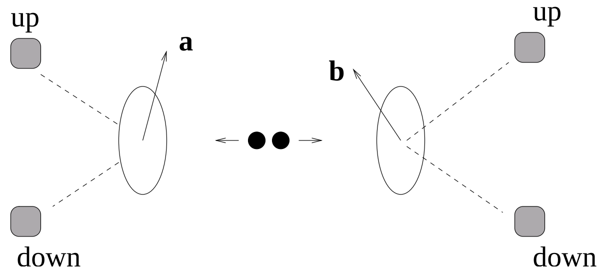
9.4. Az Einstein–Podolsky–Rosen-kísérlet

150. 1935-ben közölte Einstein, Podolsky és Rosen azt a cikküket, melyben azt mutatták meg, hogy a kvantummechanika formalizmusából és a lokalitásból, pontosabban az úgynevezett realitás kritériumból következik, hogy a kvantummechanika nem lehet teljes, vagyis, hogy létezik a realitásnak olyan eleme, amit a kvantummechanika nem ír le. Az eredeti cikkben vázolt gondolatkísérlet helyett, az EPR gondolatmenetet egy későbbi, Aharonov és Bohm által adott példán[12] mutatjuk be.

Egy forrás két $\frac{1}{2}$-spinű részecskét sugároz ki (9.5. ábra). A kétrészecske-rendszer (spin-)állapottere $H^2 \otimes H^2$. Állapota legyen az úgynevezett *singlet* állapot: $W = P_{\Psi_s}$, ahol $\Psi_s = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{+\mathbf{v}} \otimes \psi_{-\mathbf{v}} - \psi_{-\mathbf{v}} \otimes \psi_{+\mathbf{v}})$. $\psi_{+\mathbf{v}}$ illetve $\psi_{-\mathbf{v}}$ egy tetszőleges $\mathbf{v}$ irányra

[11] Redhead 1987, 1995. Ez a fogalom lényegében megegyezik azzal, amit Gudder és Shimony *algebrai* kontextualizmusnak nevez (Shimony 1984).

[12] Bohm és Aharonov 1957.



9.5. ábra. *A Bohm–Aharonov-féle spin-korrelációs kísérlet*

vonatkozó spinvetület operátor *up*, illetve *down* sajátvektorait jelöli. A kísérlet során beállítjuk az **a** és **b** irányokat a Stern–Gerlach-mágnesek megfelelő helyzetbe forgatásával, és ezekre az irányokra vett spinvetületeket fogjuk megmérni. Korlátozzuk a leírást a *spin-up* eseményekre és vezessük be a következő jelöléseket:

A : A $<$ bal oldali részecske spinje *up* $>$ detektor megszólal
B : A $<$ jobb oldali részecske spinje *up* $>$ detektor megszólal
a : A bal oldali Stern-Gerlach-mágnest az **a** pozícióba forgatjuk
b : A jobb oldali Stern-Gerlach-mágnest a **b** pozícióba forgatjuk

A kvantummechanikai leírásban az A és B eseményeket $H^2 \otimes H^2$ következő altereivel reprezentáljuk:

$$\begin{aligned} A &= \operatorname{span}\{\psi_{+\mathbf{a}} \otimes \psi_{+\mathbf{a}}, \psi_{+\mathbf{a}} \otimes \psi_{-\mathbf{a}}\} \\ B &= \operatorname{span}\{\psi_{+\mathbf{b}} \otimes \psi_{+\mathbf{b}}, \psi_{-\mathbf{b}} \otimes \psi_{+\mathbf{b}}\} \end{aligned}$$

A kvantummechanika által jósolt valószínűségek a következők:

$$p(A|a) = tr(P_{\Psi_s}A) = p(B|b) = tr(P_{\Psi_s}B) = \frac{1}{2} \tag{9.14}$$

$$p(A \wedge B|a \wedge b) = tr(P_{\Psi_s}AB) = \frac{1}{2}\sin^2\frac{\angle(\mathbf{a},\mathbf{b})}{2} \tag{9.15}$$

Vegyük észre, hogy (9.15) általában azt jelenti, hogy a bal és jobb oldalon végzett mérések kimenetelei között korreláció van. Abban az esetben, amikor $\angle(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \mathbf{0}$, a bal oldali mérés eredménye 1 valószínűséggel meghatározza a jobb oldali mérés eredményét, tehát ha a bal oldalon az eredmény *up*, akkor biztos, hogy a jobb oldali mérés eredménye *down*, és fordítva. Tegyük most fel azt is, hogy a két mérés egymástól távol, és közel egy időben történik, vagyis úgy, hogy a bal oldalon történő események (a mágnes elforgatása és a megfelelő detektorok megszólalása) a téridőben térszerűen szeparáltak legyenek a jobb oldali eseményektől. Ebben az esetben sem a bal oldali mérés kimenetele, sem a bal oldali Stern–Gerlach-mágnes beállítása nem lehet hatással a jobb oldali mérés eredményére, hiszen ez valamilyen szuperluminális kauzális hatást jelentene, vagyis olyan fizikai jelet, amely a fény sebességénél gyorsabban terjed. Mindebből Einstein, Podolsky és Rosen arra következtettek, hogy a bal oldalon végrehajtott méréstől függetlenül kell lennie valaminek a jobb oldalon, a „realitás egy elemének”, ami az ottani mérés eredményét meghatározza. Ezt a gondolatot a sokat idézett *realitás kritériumban* fogalmazták meg:[13]

> Ha egy fizikai mennyiség értékét teljes biztonsággal (azaz 1 valószínűséggel) meg tudjuk jósolni, anélkül, hogy a rendszert bármilyen módon is megzavarnánk, akkor létezik a valóságnak egy eleme, amely e fizikai mennyiségnek felel meg.

Az általunk vizsgált példában a jobb oldali részecske **b** irányú spinjének értékét 100%-os biztonsággal meg tudjuk mondani úgy, hogy a tőle távoli bal oldali részecskén végrehajtjuk a **b** irányú spinmérést, vagyis anélkül, hogy a jobb oldali részecskét bármilyen módon megzavarnánk. Kell tehát, hogy *a jobb oldalon* legyen a valóságnak egy eleme, amely a jobb oldali részecske **b** irányú spinjének felel meg, más szóval, ami a jobb oldalon végrehajtott lokális spinmérés kimenetelét determinálja.

Ha ez igaz egy adott **b** irányú spinvetületre, akkor – ugyanilyen érvelés alapján – igaz bármelyik más irányú spinvetületre is. Vagyis minden irányba vett spinvetülethez tartozik a valóságnak egy eleme.[14]

151. Leírja-e a kvantummechanika a valóságnak ezeket az elemeit? A választ és az EPR-argumentumból levonható következtetést több részre kell bontanunk, attól függően, hogy a **133.** pontban kifejtettek szerint a hullámfüggvény melyik értelmezését tartjuk helyesnek :

(1) A hullámfüggvény koppenhágai értelmezése szerint nem. E felfogás szerint a spinvetületeknek akkor, és csak akkor lehet értéke, ha a rendszer állapota a megfelelő spin-operátor sajátvektora. Márpedig a spinvetület operátorai nem kommutálnak, tehát nincs olyan kvantumállapot, melyben minden spinvetületnek értéke lenne. *Az EPR-argumentumot tehát úgy kell felfognunk, mint egy határozott érvet a hullámfüggvény koppenhágai értelmezése ellen*, legalábbis a lokalitás sérülése nélkül a koppenhágai értelmezés nem tartható.[15]

(2) A hullámfüggvény valószínűségi interpretációja szerint nem is feltételeztük, hogy a kvantummechanikai leírás teljes. A kvantumállapot statisztikus felfogása szempontjából az EPR-argumentum jelentősége nem annak kimutatásában

[13]Einstein, Podolsky és Rosen 1935.

[14]Nem jelenti ez azt, hogy egyszerre képesek vagyunk minden irányra vonatkozó spinvetületet megjósolni, hiszen nem vagyunk képesek egyszerre minden irányban spint mérni a bal oldali részecskén. Hanem arról van szó, hogy tetszőleges irányra vonatkozóan *igaz* az, hogy teljes biztonsággal képesek vagyunk megjósolni a jobb oldali spinvetület mérés eredményét a bal oldalon végrehajtott operáció segítségével, vagyis anélkül, hogy hatással lehetnénk a jobb oldali történésekre.

[15]A lokalitás ki van használva magában az EPR realitás kritériumban.

> áll, hogy a kvantummechanika nem teljes, hanem, hogy konkrétan rámutatnak a valóság olyan elemeire, melyekre a kvantummechanikai leírás nem terjed ki. Ezen felül, az EPR-argumentumnak a valószínűségi interpretáción belül is van egy fontos következménye: *a kvantumvalószínűség minimális interpretációja nem elégséges.* Vegyük észre, hogy a **130.** pont (B)-ben leírt ontológiai kép, amely a minimális interpretáció szerint a kvantumvalószínűség mögött van, nem összeegyeztethető az EPR konklúzióval. Ez utóbbi szerint léteznek a valóságnak olyan előzetesen rögzült elemei, melyek determinálják az individuális mérések kimenetelét. Ez az elképzelés nem más, mint amit a kvantumvalószínűség tulajdonság interpretációjának neveztünk.

152. Einstein, Podolsky és Rosen konklúziója nem egy *no go* tételt mond ki. Éppen ellenkezőleg, azt állítja, hogy a kvantummechanika mögött állnia kell egy, a valóság részletesebb leírását nyújtó elméletnek. Léteznie kell a dolgok állását a kvantummechanikai állapotnál kimerítőbben jellemző állapotnak, egy *rejtett paraméternek*, amely tükrözi a realitás azon elemeit is, melyek a két részecske spinvetületei mögött vannak. Más szóval, a rejtett paraméter értékének meg kell határoznia mindkét részecske minden lehetséges irányba vett spinvetületét. Talán nem egészen fair ezzel összefüggésben magát Einsteint idézni, tudvalévő ugyanis, hogy Einstein nem mindenben értett egyet az EPR-cikkben leírtakkal,[16] de ebben a végső konklúzióban igen:

> Mélyen meg vagyok győződve arról, hogy a ma ismert kvantumelmélet alapvetően statisztikus jellege kizárólag annak a ténynek köszönhető, hogy ez az elmélet a fizikai rendszerek egy nem teljes leírásával dolgozik.[17]

És az EPR-cikk is így fejeződik be:

> Miközben megmutattuk, hogy a hullámfüggvény nem adja meg a fizikai realitás teljes leírását, nyitva hagytuk azt a kérdést, vajon létezik-e ilyen teljes leírás. Hiszünk azonban abban, hogy ez lehetséges.[18]

153. Az EPR-cikk konklúziója tehát az, hogy a kvantummechanika nem teljes, mert nem képes leírni a valóságnak bizonyos elemeit. De léteznek-e a valóságnak ezek a bizonyos elemei, melyeket a kvantummechanika nem képes leírni? Mint már említettük, amit az EPR-cikk a realitás elemeinek nevez, az nem más, mint amit a **132.** pontban a méréstől függetlenül létező *tulajdonságnak* neveztünk. A kísérlet minden egyes megismétlése során létezik a valóság egy olyan eleme, a rendszernek fennáll egy olyan $\widehat{< a_i >}$ tulajdonsága, amely egyértelműen determinálja a mérés $< a_i >$ kimenetelét,

[16] Lásd Fine 1986.
[17] Einsteintől vett idézet: Bell 1987, p 90.
[18] Uo.

azaz egy valószínűséggel $< a_i >$ eredményt kapunk, ha végrehajtjuk a megfelelő a mérést, tehát

$$p\left(< a_i > | \widetilde{< a_i >} \wedge a\right) = 1$$

Ebből következik, hogy

$$p\left(\widetilde{< a_i >}\right) = p\left(< a_i > |a\right) = tr\left(\widehat{W} P_i\right)$$

vagyis a (7.12) formulának megfelelően, a realitás $< a_i >$ mérési eredményhez tartozó $\widetilde{< a_i >}$ elemének relatív gyakorisága a megfelelő kvantumvalószínűséggel egyezik meg. Ez azonban lehetetlen! Mint a következőkben megmutatjuk, a kvantumvalószínűségek általában olyanok, hogy nem létezhetnek a valóságban olyan dolgok, melyeknek a relatív gyakorisága a kvantumvalószínűségekkel egyezik meg.

9.5. A laboratóriumi jegyzőkönyv argumentum

154. A kvantumvalószínűségeket formálisan úgy értelmeztük a **120.** pontban, mint a Hilbert-tér altérhálóján definiált valószínűségi mértéket. A **123.** pontban már rámutattunk, hogy a formálisan értelmezett kvantumvalószínűségnek nem lehet relatív gyakoriság jelentést tulajdonítani. Az ott bemutatott példával kapcsolatban felmerülhet az az ellenvetés, hogy nem kommutáló projektorokhoz tartozó események konjunkciója önmagában is problematikus, hiszen olyan eseményekről van szó, amelyek egyszerre el nem végezhető mérések kimenetelei.

Most – az EPR-kísérletet felhasználva – egy olyan argumentumot mutatunk be, melyben csak kommutáló projektorokhoz tartozó konjunkciók szerepelnek. Egész pontosan azt mutatjuk meg, hogy nem létezhetnek olyan dolgok – (kvantum)események, tulajdonságok, realitás elemek, stb. –, melyek relatív gyakorisága megegyezne a kvantumvalószínűségekkel. Ez a *laboratóriumi jegyzőkönyv argumentum*.[19]

Nem tudjuk, hogy mik ezek a dolgok, melyek relatív gyakorisága egyenlő a kvantumvalószínűséggel, de képzeljük el, hogy valaki tudja, hogy mik ezek, és elmagyarázza egy laboránsnak, hogy egy ilyen dolog mikor történik meg, mikor áll fenn, mikor létezik, stb. A laboráns ezek után valamilyen kísérleti szcenárióban megfigyeléseket végez és jegyzőkönyvet készít. A jegyzőkönyv valahogyan úgy fog kinézni, mint a 9.1. táblázat. A laboráns a megfelelő rovatba 1-et ír, ha a szóban forgó dolog bekövetkezik (fennáll), és 0-t, ha nem. A konjunkcióhoz 1-et ír, ha mindkét esemény bekövetkezik, és így tovább. (Hogy elkerüljük az olyan ellenvetéseket, hogy „a két mérés egyszerre nem végezhető el”, vagy, hogy „a konjunkció nem értelmes”, feltesszük, hogy az (X_1, X_3), (X_1, X_4), (X_2, X_3) és (X_2, X_4) eseménypárok kommutáló projektorokhoz tartoznak.) A relatív gyakoriságokat leszámolhatjuk a táblázatból. Legyen N_1, N_2,

[19] E. Szabó 2001

Kísérlet	X_1	X_2	X_3	X_4	$X_1 \wedge X_3$	$X_1 \wedge X_4$	$X_2 \wedge X_3$	$X_2 \wedge X_4$
1	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0
3	1	0	1	0	1	0	0	0
4	1	0	0	1	0	1	0	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	0	1	0	0	0	1
7	0	1	0	1	0	0	0	1
8	1	0	0	1	0	1	0	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
99998	1	0	0	0	0	0	0	0
99999	0	0	1	0	0	0	0	0
N=100000	0	1	0	1	0	0	0	1
	N_1	N_2	N_3	N_4	N_{13}	N_{14}	N_{23}	N_{24}

9.1. táblázat. *Egy elképzelt kísérletsorozat laboratóriumi jegyzőkönyve. A laboráns a megfelelő rovatba 1-et ír, ha a szóban forgó dolog bekövetkezik (fennáll), és 0-t, ha nem*

... a megfelelő oszlopban található 1-ek száma. A relatív gyakoriságok tehát:

$$\nu_1 = \frac{N_1}{N}, \nu_1 = \frac{N_2}{N}, \ldots \nu_{24} = \frac{N_{24}}{N} \tag{9.16}$$

Vegyük észre, hogy a táblázat minden sora a 2^4 különböző klasszikus kétértékű igazságfüggvény valamelyike, más szóval, egyike a **62.** pontban definiált $\overrightarrow{u}^{\varepsilon}$ vektoroknak, ahol $\varepsilon \in \{0,1\}^4$. Jelölje N_ε a táblázatban található $\overrightarrow{u}^{\varepsilon}$-sorok számát. Ennek alapján a (9.16) relatív frekvenciákat más módon is kiszámolhatjuk:

$$\begin{aligned} \nu_i &= \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^4} \lambda_\varepsilon u_i^\varepsilon \\ \nu_{ij} &= \sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^4} \lambda_\varepsilon u_{ij}^\varepsilon \end{aligned}$$

ahol $\lambda_\varepsilon = \frac{N_\varepsilon}{N}$. Világos, hogy $\lambda_\varepsilon \geq 0$ és $\sum_{\varepsilon \in \{0,1\}^4} \lambda_\varepsilon = 1$, vagyis a relatív gyakoriságokból képzett korrelációvektor teljesíti a **65** pontnak megfelelő $\overrightarrow{v} = (\nu_1, \nu_2, \ldots \nu_{24}) \in c(4,S)$ feltételt, vagyis – a 4. tételnek megfelelően – létezik kolmogorovi reprezentációja.

A fenti példán tapasztaltakat minden probléma nélkül általánosíthatjuk, és megállapíthatjuk, hogy *egy tetszőleges $\overrightarrow{p}$ korrelációvektor elemei csak akkor interpretálhatók egy laboratóriumi jegyzőkönyvből kiolvasott relatív gyakoriságként, ha a korrelációvektor eleget tesz a $\overrightarrow{p} \in c(n,S)$ feltételnek.*

155. Példánkra visszatérve, a $\overrightarrow{v} \in c(4,S)$ akkor és csak akkor teljesül, ha $\overrightarrow{v}$ kielégíti az (5.14) Clauser–Horne–Pitowsky-egyenlőtlenségeket. Mint mindjárt megmutatjuk, a kvantumvalószínűségek azonban, általában nem elégítik ki a Clauser–Horne–Pitowsky-egyenlőtlenségeket.

Tekintsük a **150.** pontban vázolt kísérletet. Tegyük fel, hogy a bal oldalon is és a jobb oldalon is két-két lehetséges irány közül választhatunk. Legyenek ezek $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{b}_1$ és $\mathbf{b}_2$. Tekintsük azt a partikuláris esetet, amikor $\angle(\mathbf{a}_1,\mathbf{b}_1) = \angle(\mathbf{a}_1,\mathbf{b}_2) = \angle(\mathbf{a}_2,\mathbf{b}_2) = 120°$ és $\angle(\mathbf{a}_2,\mathbf{b}_1) = 0$. A megfelelő kvantumvalószínűségek a (9.14)–(9.15) formulák szerint:

$$p(A_1|a_1) = p(A_2|a_2) = p(B_1|b_1) = p(B_2|b_2) = \frac{1}{2} \tag{9.17}$$
$$p(A_1 \wedge B_1|a_1 \wedge b_1) = p(A_1 \wedge B_2|a_1 \wedge b_2) = p(A_2 \wedge B_2|a_2 \wedge b_2) = \frac{3}{8} \tag{9.18}$$
$$p(A_2 \wedge B_1|a_2 \wedge_1 b) = 0 \tag{9.19}$$

Legyen $X_1 = A_1, X_2 = A_2, X_3 = B_1$ és $X_4 = B_2$. A kérdés tehát az, hogy az ezekből képzett $\overrightarrow{p} = \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{8},\frac{3}{8},0,\frac{3}{8}\right)$ korrelációvektor teljesíti-e a kolmogorovitási feltételt. Behelyettesítve az (5.14) egyenlőtlenségekbe, láthatóan nem. *Az EPR-kísérletben mért kvantumvalószínűségek sértik a Clauser–Horne–Pitowsky-egyenlőtlenségeket, tehát nem interpretálhatók relatív gyakoriságként. Következésképpen nem létezhetnek a valóságban olyan (kvantum)események, vagy bármi más dolgok, a realitásnak olyan elemei, melyeknek relatív gyakoriságai a kvantumvalószínűségekkel egyeznének meg.*

156. Láttuk a **126.** pontban, hogy milyen súlyos nehézségekbe ütközött a Hilbert-tér altérhálójának egy logika Tarski–Lindenbaum-algebrájaként való értelmezése. Emlékezzünk vissza, hogy a kvantumlogikai program eredeti motivációja az volt, hogy a Hilbert-tér altérhálója a kvantumvalószínűség-elmélet eseményalgebrájának szerepét tölthesse be. A laboratóriumi jegyzőkönyv argumentum azonban arra mutat rá, hogy maga *a kvantumvalószínűség-elmélet értelmetlen, egyszerűen azért, mert az „eseményalgebra" elemeihez olyan számokat rendel hozzá, melyek – mint relatív gyakoriságok – értelmetlenek.*

A kvantumvalószínűség-elmélet hívei gyakran azzal érvelnek, hogy a kvantumvalószínűség helyes interpretációja nem a frekventista interpretáció. Hanem akkor mi? Túl azon, hogy – a *Dutch book*-tétel értelmében – még a szubjektív valószínűségek is kielégítik a Kolmogorov-axiómákat, s ez a fenti argumentumhoz elegendő, valójában nincs mód arra, hogy a kvantumvalószínűség jelentését szabadon megváltoztassuk. A kvantummechanika, mint fizikai elmélet, empirikusan interpretált. A $tr(\widehat{W}P_i)$ mennyiségeknek a kvantummechanikában empirikusan definiált jelentésük van, abban az értelemben, hogy ha a $tr(\widehat{W}P_i)$ mennyiség értékét a laboratóriumban teszteljük, akkor azzal a relatív gyakorisággal vetjük össze, hogy elvégezve a megfelelő a mérést, hányszor kapjuk a $< a_i >$ eredményt. Ha tehát a kvantumvalószínűség-hívő kvantummechanikája ugyanaz a fizikai elmélet, mint a kísérleti fizikus kvantummechanikája, akkor a kvantumvalószínűség számértékének meg kell egyeznie a mért relatív gyakoriságokból képzett kondicionálisokkal.

157. A laboratóriumi jegyzőkönyv argumentumból egyben az is következik, hogy *tarthatatlan a kvantumvalószínűség* ***132****. pontban kifejtett tulajdonság interpretációja.* Mint majd később látni fogjuk, ez nem jelenti feltétlenül azt, hogy nem léteznek a rendszernek olyan immanens tulajdonságai, amelyek megfelelnek a dolgok mindenkori állásának, és amelyek meghatározzák a rendszeren végrehajtott lehetséges mérések kimenetelét. De ezek a tulajdonságok nem olyanok, mint amilyennek a tulajdonság interpretáció leírja őket, vagyis *nem a kvantumvalószínűségnek megfelelő relatív gyakorisággal jelennek meg*.

158. Érdemes itt röviden visszatérnünk a kvantumvalószínűség-elmélet és a kvantumlogika szükségességét hangsúlyozó olyan tradicionális érvre, mint a kétréses interferencia kísérlet. A **127.** pontban már utaltunk rá, hogy az állítólagos paradoxon a klasszikus valószínűségelmélet helytelen alkalmazásából fakad. A „paradoxon” abban áll, hogy

$$p(A)+p(B)\neq p(A\vee B) \tag{9.20}$$

ahol A azt az eseményt jelöli, hogy „A részecske a detektorba csapódik, miközben az R_1 rés nyitva van, az R_2 rés zárva van.” (7.5. ábra). B jelöli azt az eseményt, hogy „A részecske a detektorba csapódik, miközben az R_1 rés zárva van, az R_2 rés nyitva van.” (9.20) szokásos értelmezése szerint a kísérlet azt mutatja, hogy „a szubatomi részecskék világában a valószínűségszámítás szabályai mások, mint a klasszikus valószínűségszámítás szabályai”.[20] Ezért – hangzik a szokásos érvelés –, vagy 1) a valószínűségekről át kell térnünk a komplex valószínűségi amplitúdókra (Feynman), vagy 2) fel kell adnunk a disztributív eseményhálót és a klasszikus valószínűségelméletet (kvantumvalószínűség-elmélet).

Van azonban egy durva hiba ebben a gondolatmenetben, nevezetesen a szuperpozíció-elv félreértése. Az közelítőleg[21] igaz, hogy a Schrödinger-egyenletnek a 3. határfeltétel (mindkét rés nyitva van) melletti megoldása az 1. és 2. határfeltétel melletti megoldások szuperpozíciója (összege), azaz $\psi_3 \approx \psi_1 + \psi_2$, de ez egyáltalán nem jelenti azt, hogy a három szituáció között olyan viszony állna fenn, amit a *logikai diszjunkcióval* lehet kifejezni.

Most megmutatjuk, hogyan lehet a kétréses interferencia kísérlet leírását úgy pontosítani, hogy lássuk, egyáltalán nem sérülnek a klasszikus valószínűségszámítás szabályai. A klasszikus elmélet fogalmainak precíz használata lesz segítségünkre!

A tévedés alapvetően az, hogy nincs három eseményről szó,[22] hanem csak egyetlen

[20] Gudder 1988, 57. o.

[21] Azért csak közelítőleg, mert a Schrödinger-egyenlet lineáris ugyan, de a peremfeltételek nem, vagy csak közelítőleg.

[22] Ha valaki mégis ragaszkodna a három esemény nyelvén való megfogalmazáshoz, akkor pedig precízen meg kell különböztetnünk a következőket:

A = Az R_1 rés nyitva van, az R_2 rés zárva van, és a részecskét detektáljuk.

esemény van:

$$D \quad = \quad < \text{A részecskét detektáljuk.} >$$

A „paradoxon” kifejtésében ennek az egyetlen eseménynek három különböző feltétel mellett értelmezett, három különböző valószínűségi mérték szerinti valószínűsége keveredik össze. A három különböző valószínűségi mértéket a Schrödinger-egyenlet három különböző peremfeltétel melletti, három különböző megoldásából származtatjuk. Ezzel szemben, a klasszikus valószínűségszámítás szabályai, a Kolmogorov-axiómák, egyetlen valószínűségi mértékre vonatkoznak. Az nem jelenti a klasszikus valószínűségelmélet sérülését, ha ugyanannak az eseménynek három különböző valószínűségi mérték szerinti valószínűségére fennáll, hogy

$$p_{\substack{R_1\,\text{nyitva}\\ R_2\,\text{zárva}}}(D)+p_{\substack{R_1\,\text{zárva}\\ R_2\,\text{nyitva}}}(D)\neq p_{\substack{R_1\,\text{nyitva}\\ R_2\,\text{nyitva}}}(D) \tag{9.21}$$

Gyakran, a fenti formulában, a valószínűségek indexében jelölt feltételeket, eseményeknek tekintik:

$$\begin{aligned}
\alpha &= < R_1 \text{ nyitva, } R_2 \text{ pedig zárva}> \\
\beta &= < R_1 \text{ zárva, } R_2 \text{ pedig nyitva} > \\
\gamma &= < R_1 \text{ is nyitva, } R_2 \text{ is nyitva}>
\end{aligned}$$

és a megfelelő valószínűségeket az ezekre vett kondicionális valószínűségként értelmezik. Továbbá, úgy veszik, hogy

$$\gamma=\alpha\vee\beta \tag{9.22}$$

s így a kondicionális valószínűségeknek ki kell elégíteniük a következő egyenlőtlenséget:

$$\min\left(p\left(D|\alpha\right),p\left(D|\beta\right)\right)\leq p\left(D|\alpha\vee\beta\right)\leq\max\left(p\left(D|\alpha\right),p\left(D|\beta\right)\right) \tag{9.23}$$

A kísérletben az interferenciacsíkok számtalan sérülését mutatják ennek az egyenlőtlenségnek, s ezt sokan úgy értik, hogy okot szolgáltat a (9.23) egyenlőtlenség levezetése során használt klasszikus logikai, illetve valószínűségszámítási szabályok elvetéséhez.

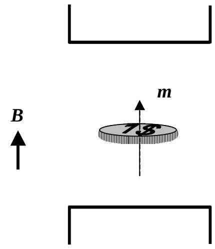
$$\begin{aligned}
B &= \text{Az } R_1 \text{ rés zárva van, az } R_2 \text{ rés nyitva van, és a részecskét detektáljuk.}\\
C &= \text{Az } R_1 \text{ rés nyitva van, az } R_2 \text{ rés nyitva van, és a részecskét detektáljuk.}
\end{aligned}$$

Mármost teljesen nyilvánvaló, hogy C nem diszjunkciója A-nak és B-nek, $C\neq A\vee B$! Következésképpen, nem meglepő, hogy

$$p(C)\neq p(A)+p(B)=p(A\vee B)$$

Természetesen $p(A)\,,p(B)$ és $p(C)$ valószínűségek nem is lesznek azok a valószínűségek, melyeket a kvantummechanikából számolunk ki, vagy a kísérletben mérünk, hiszen szerepet játszik bennük az, hogy milyen valószínűséggel van nyitva az egyik, vagy a másik rés.

Mint Van Fraassen helyesen mutat rá,[23] van más lehetőség is: el kell vetnünk a (9.22) összefüggést. Nem kell azonban egyetértenünk Van Fraassen magyarázatával, hogy tudniillik (9.22) elvetése „más szóval azt jelenti, hogy elvetjük azt az ideánkat, mely szerint az elektronnak definit helye volna (az első vagy a második résben) a falon való áthaladás pillanatában.” Semmi sem kényszerít minket, hogy ilyen radikális konklúzióra jussunk! (9.22) nem igaz, egyszerűen azért nem, mert a γ mondat nem diszjunkciója α-nak és β-nak.[24]



9.6. ábra. *Feldobunk egy olyan érmét, amelynek van egy kis mágneses momentuma. A „fej” (H) és „írás” (T) valószínűsége függ attól, hogy a mágneses tér be van-e kapcsolva, vagy nincs*

159. (9.21) is azt illusztrálja, hogy – tisztán a matematikai fizika szempontjából – a klasszikus valószínűségelmélet kereteinek áttörése mögött mindig arról van szó, hogy különböző kondíciókhoz tartozó valószínűségeket keverünk össze, és – elfelejtve, hogy különböző feltételekhez tartoznak – egyetlen kolmogorovi modellben kívánjuk őket elhelyezni. Ezek a kondíciók különböző természetűek lehetnek, maga a mérési folyamat preparációs része, valamilyen más peremfeltételek, mint a kétréses interferencia esetében, vagy bizonyos rejtett tulajdonságok ilyen vagy olyan volta, mint a 11. fejezetben tárgyalt Fine-interpretációban.

Szemléletes példaként tekintsünk egy olyan érmét, amelynek van egy pici mágneses momentuma (9.6. ábra). Ha a mágneses teret kikapcsoljuk, a „fej” (H) és „írás” (T) valószínűsége: $p_{\text{off}}(H) = 0.5$ és $p_{\text{off}}(T) = 0.5$. Ha a teret bekapcsoljuk, a valószínűségek megváltoznak: $p_{\text{on}}(H) = 0.2$ és $p_{\text{on}}(T) = 0.8$.

Az $\mathcal{A}$ eseményalgebrán (9.7. ábra) tehát két valószínűségi mértéket definiálhatunk, a két fizikai kondícióhoz tartozóan, és ilyen módon két valószínűségi modellünk van: $(\mathcal{A}, p_{\text{off}})$ és $(\mathcal{A}, p_{\text{on}})$, melyek külön-külön kolmogoroviak, teljesítik az (5.12) egyenlőtlenségeket:

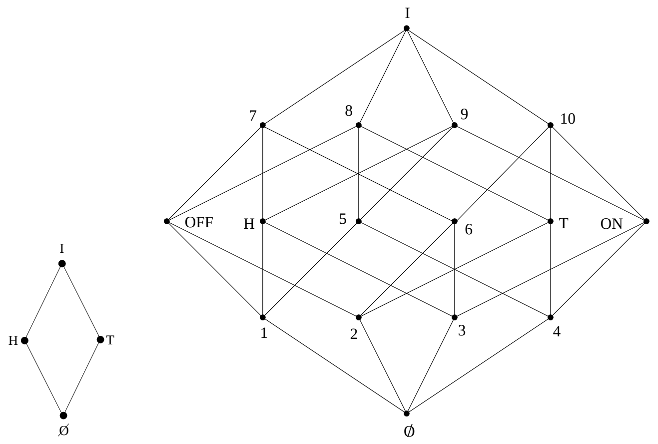
$$
\begin{aligned}
p_{\text{off}}(H) + p_{\text{off}}(T) - p_{\text{off}}(H \wedge T) &\leq 1 \\
p_{\text{on}}(H) + p_{\text{on}}(T) - p_{\text{on}}(H \wedge T) &\leq 1
\end{aligned}
$$

Ha most összekeverjük ezeket a különböző valószínűségi mértékeket, akkor természetesen sérülni látjuk a klasszikus valószínűségszámítás szabályait. Például:

$$
\begin{aligned}
p_{\text{off}}(H) + p_{\text{on}}(T) - p_{\text{off}}(H \wedge T) = 0.5 + 0.8 &> 1 \\
p_{\text{on}}(H) + p_{\text{off}}(T) = 0.2 + 0.5 &\neq 1 = p_{\text{off}}(H \vee T)
\end{aligned}
$$

[23] Van Fraassen 1991, 111. o.

[24] A Schrödinger-egyenlet határfeltételeit jelentő fizikai kondíciókat tekintve.



9.7. ábra. *Az eredeti $\mathcal{A}$ és a kibővített $\mathcal{A}'$ eseményalgebrák*

Ha mindenképpen egyetlen klasszikus valószínűségi modellben kívánjuk elhelyezni ezeket a valószínűségeket, akkor azt kell tennünk, hogy az eredeti eseményalgebrát kibővítjük olyan eseményekkel, amelyek a különböző kondíciók fennállását jelentik. Vagyis újabb két eseményt vezetünk be: ON (a tér bekapcsolva) és OFF (kikapcsolva). Ennek megfelelően bővül ki az eseményalgebra (9.7. ábra). És persze mondanunk kell valamit a két új esemény valószínűségéről! Legyen mondjuk $p(ON) = p(OFF) = 0.5$. Így kapunk egy egyesített valószínűségi modellt: $(\mathcal{A}', p)$, ahol

$$\begin{aligned}
p(1) = p(2) = 1 - p(9) = 1 - p(10) &= 0.25 \\
p(3) = 1 - p(8) &= 0.1 \\
p(4) = 1 - p(7) &= 0.4 \\
p(OFF) = p(ON) &= 0.5 \\
p(H) = p(6) &= 0.35 \\
p(T) = p(5) &= 0.65
\end{aligned}$$

Az eredeti valószínűségeket pedig mint (a Bayes-szabály szerint számolt) kondicionális valószínűségeket reprezentáljuk:

$$\begin{aligned}
p_{\text{off}}(H) &= p(H|OFF) = \frac{0.25}{0.5} = 0.5 \\
p_{\text{off}}(T) &= p(T|OFF) = \frac{0.25}{0.5} = 0.5 \\
p_{\text{on}}(H) &= p(H|ON) = \frac{0.1}{0.5} = 0.2 \\
p_{\text{on}}(T) &= p(T|ON) = \frac{0.4}{0.5} = 0.8
\end{aligned}$$

160. A laboratóriumi jegyzőkönyv argumentumból egyértelműen kiderült, hogy nem létezhetnek a világban olyan dolgok, amelyek a kvantumvalószínűségekkel megegyező relatív gyakorisággal történnek meg. A valóságos fizikai események statisztikája tehát mindig kolmogorovi. A kvantumvalószínűségek kondicionális valószínűségek. Úgy tűnik, a kvantumvalószínűségek a természetben valami módon mindig úgy kombinálódnak klasszikus valószínűségekkel, hogy a valóságos események végső valószínűségei kolmogoroviak. Nevezzük ezt a hipotézist *kolmogorovi cenzúra* („Kolmogorovian censorship") hipotézisnek.[25] Eléggé általános feltételek mellett megmutatható,[26] hogy a klasszikus és kvantumvalószínűségek e kombinálódása mindig lehetséges.

161. Összefoglalva tehát, az EPR realitás kritérium szerint létezniük kellene a realitás olyan elemeinek, melyek a laboratóriumi jegyzőkönyv argumentum szerint nem létezhetnek. Az ellentmondás feloldásának logikailag két lehetséges módja van:

(a) Nincs lokalitás a világban, tehát egy kísérlet kimenetele befolyásolható azzal, hogy egy távoli (fénykúpon kívüli) pontban milyen operációt hajtunk végre. (Ezzel érvényét veszti a realitás kritérium.)

(b) A realitás elemeinek relatív gyakorisága mégsem egyezik meg a kvantumvalószínűségekkel. (Ezzel érvényét veszti a laboratóriumi jegyzőkönyv argumentum.)

A (b) pont alá tartozó megoldással még részletesen fogunk foglalkozni a 11. fejezetben. Az (a) konklúzió az, amely ma a kvantummechanika alapkérdéseivel foglalkozó irodalomban széles körben elfogadottnak mondható.

A történeti hűség kedvéért meg kell jegyeznünk, hogy ugyanehhez a konklúzióhoz más gondolatmenettel is eljuthatunk. Ezt tekintjük át a következő fejezetben.

9.6. Bell-tétel

162. Az EPR-cikk megírásakor, már létezett a kvantummechanikának egy alternatív, rejtettparaméteres megfogalmazása, amely teljesen kiforrott formáját 1952-ben[27] nyerte el. Ez a de Broglie–Bohm-elmélet, vagy más néven Bohm–mechanika. Ez az elmélet, miközben tökéletesen képes reprodukálni a kvantummechanika eredményeit,[28] *explicit módon nem lokális*, abban az értelemben, hogy a tér egy tartományában a kvantumrészecske viselkedését befolyásoló „kvantumpotenciál" explicite függ a távoli kvantumrészecskék egyidejű koordinátáitól.

A történet 1964-ben John Stuart Bell cikkével[29] folytatódott, melyben Bell azt mutatta meg, hogy nem csak a Bohm-mechanika sérti a lokalitást, hanem az EPR-kísérlet bármilyen elgondolható rejtettparaméteres modellje szükségszerűen nem lokális. A

[25] E. Szabó 1995.

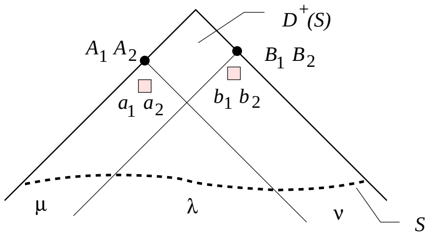
[26] Bana és Durt 1997; E. Szabó 2001.

[27] Bohm 1952a,b.

[28] A történeti részleteket, valamint a Bohm-mechanika elvi kérdéseinek kitűnő összefoglalását olvashatjuk Cushing 1994-ben. A standard kvantummechanika eredményeinek a Bohm-elmélet keretében történő kifejtését találjuk Peter R. Holland (1993) monográfiájában.

[29] Bell 1967, 1987. A téma első magyar nyelvű összefoglalása: Hraskó 1984.

Bell-tételt, és az ebben szereplő Bell-egyenlőtlenségeket később több különböző formában is levezették. Mi itt nem az eredeti Bell-egyenlőtlenségeket fogjuk használni, hanem a valóságos spinkorrelációs kísérletekhez jobban igazodó Clauser–Horne-egyenlőtlenségeket. Ennek azonban semmilyen elvi jelentősége nincs.



9.8. ábra. *Az EPR-kísérlet téridő diagramja*

163. Bellt alapvetően az a kérdés foglalkoztatta, hogy el lehet-e helyezni az EPR-kísérletet egy olyan világban, amely a klasszikus, kvantummechanika előtti fizikai világképpel összeegyeztethető, vagyis egy LDM világban, olyanban, amelyet az **59.** pontban leírtunk. Tehát azt a kérdést vetette fel az EPR-kísérlet vonatkozásában, amelyet a **112.** és a **113.** pontban vizsgáltunk meg. Elhamarkodottan azt gondolhatnánk, hogy csupán alkalmazni kell az ott levezetett formulákat az EPR-kísérlet esetére. A Bell-egyenlőtlenségek levezetésénél elkövetett gyakori hiba ugyanis, hogy úgy veszik, mintha olyan események közötti korrelációk rejtettparaméteres modelljét keresnénk, melyek valószínűségei a (9.17)–(9.19) egyenlőségek jobb oldalán álló kvantumvalószínűségek lennének. A **155.** pont végén, a laboratóriumi jegyzőkönyv argumentum alapján tett megállapításunk szerint azonban nem léteznek a valóságban olyan események, melyeknek relatív gyakoriságai ezekkel a számokkal egyeznének meg. Vagyis *nem létező* események *nem létező* korrelációinak rejtettparaméteres magyarázatához szükséges feltételként vezetik le a Bell-egyenlőségeket. A helyes eljárás ezzel szemben az, hogy a nyolc ténylegesen megtörténő fizikai esemény, $A_1, A_2, B_1, B_2, a_1, a_2, b_1$ és b_2, és az azok között tapasztalt valóságos korrelációk LDM-beágyazhatóságának kérdését vizsgáljuk meg, ahol A_1, A_2, B_1, B_2 a részecskéknek a megfelelő *up*-detektorban való detektálását, a_1, a_2, b_1, b_2 pedig a két-két különböző beállítású mérési aktust jelenti.

Ennek az általános sémának megfelelően el lehet képzelni a kísérlet során történtek téridő diagramját. Ezt mutatja a 9.8. ábra: S Cauchy-felület pozitív dependencia doménje tartalmazza mindazokat az eseményeket, melyeket a kísérlet egyszeri elvégzése során megfigyelünk. A klasszikus fizikai képnek megfelelően, az S hiperfelület mentén a Cauchy-adatok értéke egyértelműen meghatározza, hogy mi történik $D^+(S)$-ben, így azt is, hogy az $A_1, A_2, B_1, B_2, a_1, a_2, b_1$ és b_2 események bekövetkeznek-e vagy sem. Értelemszerűen megismételve a **112.** pontban leírtakat,

$$
\left.\begin{array}{rcl}
u^{A_i}(\mu,\lambda,\nu) & = & u^{A_i}(\mu,\lambda) \\
u^{B_i}(\mu,\lambda,\nu) & = & u^{B_i}(\lambda,\nu) \\
u^{a_i}(\mu,\lambda,\nu) & = & u^{a_i}(\mu,\lambda) \\
u^{b_i}(\mu,\lambda,\nu) & = & u^{b_i}(\lambda,\nu)
\end{array}\right. \quad i=1,2 \tag{9.24}
$$

és a nyolc esemény valószínűsége a következőképpen reprodukálható:

$$p(A_i) = \sum_{\mu,\lambda} u^{A_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu\wedge\lambda) \tag{9.25}$$

$$p(B_i) = \sum_{\lambda,\nu} u^{B_i}(\lambda,\nu)\, p(\lambda\wedge\nu) \tag{9.26}$$

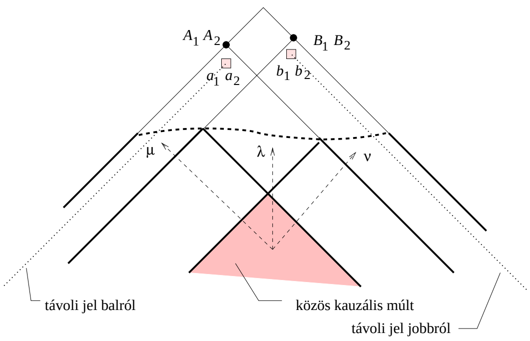
$$p(a_i) = \sum_{\mu,\lambda} u^{a_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu\wedge\lambda) \tag{9.27}$$

$$p(b_i) = \sum_{\lambda,\nu} u^{b_i}(\lambda,\nu)\, p(\lambda\wedge\nu) \tag{9.28}$$

$$p\left(A_i\wedge B_j\right) = \sum_{\mu,\lambda,\nu} u^{A_i}(\mu,\lambda)\, u^{B_j}(\lambda,\nu)\, p(\mu\wedge\lambda\wedge\nu) \tag{9.29}$$

$$p\left(a_i\wedge b_j\right) = \sum_{\mu,\lambda,\nu} u^{a_i}(\mu,\lambda)\, u^{b_j}(\lambda,\nu)\, p(\mu\wedge\lambda\wedge\nu) \tag{9.30}$$

Ezzel összefoglaltuk azokat a minimális feltételeket, melyeket egy LDM világba történő beágyazásnak feltétlenül tudnia kell.



9.9. ábra. *A három térszerűen szeparált tartományhoz tartozó Cauchy-adatok között okozhat korrelációt a közös kauzális múlt. Lehetséges azonban az is, hogy a mérésválasztásokat az univerzum távoli részéből érkező jelek determinálják*

164. A továbbiakban a következő feltevéssel élünk:

$$p(\mu\wedge\lambda\wedge\nu) = p(\mu)\, p(\lambda)\, p(\nu) \tag{9.31}$$

Mint a **113.** pontban utaltunk rá, nem egyszerű ennek a feltételnek a megindoklása, hiszen első pillantásra éppen az ellenkezője tűnik nyilvánvalónak. Ugyanis a térszerűen szeparált három tartomány kauzális múltjainak általában bőségesen van közös része, és az ottani fizikai történések, mint közös okok, eredményezhetnek korrelációt μ, λ és ν között (9.9. ábra). Ennek ellenére a (9.31) kondíciót a következő három intuitív argumentummal támasztjuk alá:

1. A LDM beágyazhatóság eldöntésének a célja éppen az, hogy megmagyarázzuk az EPR-kísérletben tapasztalt térszerűen szeparált események közötti korrelációkat a szuperluminális kauzális hatások feltételezése nélkül. Értelmetlennek tűnik ezeket a korrelációkat korábbi térszerűen szeparált események közötti korrelációval magyarázni. Hiszen akkor azt kellene mondanunk, hogy egy itt és most végrehajtott kísérletben tapasztalt korreláció magyarázata valahol a Big Bang környékén van.

2. Bár μ, λ és ν elvben tetszőlegesen sok Cauchy-adatot szimbolizálnak, attól függően milyen részletességgel szükséges a szóban forgó folyamatokat leírni, mégis ésszerű, ha feltételezzük, hogy ezek a paraméterek csak olyan adatokat foglalnak magukban, melyek relevánsak az EPR-kísérletben megfigyelt eseményekre nézve. El tudunk gondolni olyan szcenáriót, amelyben μ és ν szerepe csupán annyi, hogy determinálják, vagy legalábbis befolyásolják, hogy a bal illetve jobb oldalon milyen mérést hajtunk végre. Anélkül, hogy itt elmerülnénk a szabad akarat problémájában, feltehető, hogy a μ és ν paramétereket két független laboráns „állítja be" a jobb és bal oldalon, és a laboránsok szabad döntései feltehetőleg nem korrelálnak sem egymással, sem a λ paraméterrel.

3. Ha valaki nem szereti a szabad akaratra történő hivatkozást, azt is feltehetjük, hogy a mérések választását befolyásoló μ és ν paramétereket két, az univerzum távoli pontjából érkező „random" jel determinálja (9.9. ábra), melyekről megint csak feltételezhető – hacsak nem akarunk a magyarázattal a kezdeti szingularitásig visszamenni –, hogy egymástól is és a λ-tól is függetlenek.[30]

165. A (9.31) függetlenségi feltételnek a (6.7) árnyákolási feltételhez hasonló következménye van. A Bayes-szabály felhasználásával írjuk fel a $p\left(A_i \wedge B_j | a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right)$ kondicionális valószínűséget:

$$\begin{aligned}
&\frac{p\left(A_i \wedge B_j \wedge a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right)}{p\left(a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right)} \\
= &\frac{\sum_{\mu,\nu} u^{A_i}(\mu,\lambda)\, u^{a_i}(\mu,\lambda)\, u^{B_j}(\lambda,\nu)\, u^{b_j}(\lambda,\nu)\, p(\mu)\, p(\nu)\, p(\lambda)}{\sum_{\mu,\nu} u^{a_i}(\mu,\lambda)\, u^{b_j}(\lambda,\nu)\, p(\mu)\, p(\nu)\, p(\lambda)} \\
= &\frac{\sum_{\mu} u^{A_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\, p(\lambda)}{\sum_{\mu} u^{a_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\, p(\lambda)} \frac{\sum_{\nu} u^{B_j}(\lambda,\nu)\, p(\nu)\, p(\lambda)}{\sum_{\nu} u^{b_j}(\lambda,\nu)\, p(\nu)\, p(\lambda)}
\end{aligned}$$

[30] Ezt az argumentumot Rob Clifton vetette fel 1998-ban Pittsburghben, egy vita során. Később, Anton Zeilinger egy beszélgetésben említette, hogy olyan EPR-kísérletet tervez, melyben a mérések választását nem lokális random kapcsolók, hanem a távoli univerzumból, például pulzárokról érkező jelek határozzák meg. Nincs tudomásom arról, hogy a kísérlet megvalósult volna.

$$\begin{aligned} &= \frac{\sum_\mu u^{A_i}(\mu,\lambda)\, u^{a_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\, p(\lambda)}{\sum_\mu u^{a_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\, p(\lambda)} \\ &\quad\times \frac{\sum_\nu u^{B_j}(\lambda,\nu)\, u^{b_j}(\lambda,\nu)\, p(\nu)\, p(\lambda)}{\sum_\nu u^{b_j}(\lambda,\nu)\, p(\nu)\, p(\lambda)} \\ &= \frac{p(A_i \wedge a_i \wedge \lambda)}{p(a_i \wedge \lambda)} \frac{p\left(B_j \wedge b_j \wedge \lambda\right)}{p\left(b_j \wedge \lambda\right)} \end{aligned}$$

Tehát λ, azaz a Cauchy-adatoknak az a része, amelyik a jobb és bal oldali tartományok számára közös információt hordoz, kielégíti a **113.** pontban megismert árnyékolási feltételhez *hasonló* összefüggést:

$$p\left(A_i \wedge B_j | a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right) = p(A_i | a_i \wedge \lambda)\, p\left(B_j | b_j \wedge \lambda\right) \tag{9.32}$$

166. A későbbiekben vissza fogunk térni arra a problémára, vajon lehetséges-e az EPR-kísérlet beágyazása egy LDM világba, a fent kifejtett általánosságban, minden további megszorítás nélkül. Most azonban az a célunk, hogy kimondjuk a Bell-tételt. Bell a fentiekben leírt LDM beágyazást egy további követelménnyel egészítette ki. Nevezetesen, hogy a mérések választása független a közös információt hordozó λ paramétertől, pontosabban

$$\begin{aligned} u^{a_i}(\mu,\lambda) &= u^{a_i}(\mu) \\ u^{b_i}(\lambda,\nu) &= u^{b_i}(\nu) \end{aligned} \quad i = 1,2 \tag{9.33}$$

Ebben az esetben a (9.25)–(9.30) egyenletekből azonnal adódik, hogy

$$\begin{aligned} p(A_i|a_i) &= \sum_\lambda p(A_i|a_i \wedge \lambda)\, p(\lambda) \\ p(B_i|b_i) &= \sum_\lambda p(B_i|b_i \wedge \lambda)\, p(\lambda) \qquad i,j = 1,2 \\ p(A_i \wedge B_j|a_i \wedge b_j) &= \sum_\lambda p\left(A_i \wedge B_j|a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right) p(\lambda) \end{aligned} \tag{9.34}$$

Például:

$$\begin{aligned} p(A_i|a_i) &= \frac{p(A_i \wedge a_i)}{p(a_i)} = \frac{\sum_{\mu,\lambda} u^{A_i}(\mu,\lambda)\, u^{a_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\, p(\lambda)}{\sum_{\mu,\lambda} u^{a_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\, p(\lambda)} \\ &= \frac{\sum_{\mu,\lambda} u^{A_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\, p(\lambda)}{\sum_{\mu,\lambda} u^{a_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\, p(\lambda)} = \frac{\sum_\lambda \left(\sum_\mu u^{A_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)\right) p(\lambda)}{\sum_\mu u^{a_i}(\mu)\, p(\mu)} \\ &\overset{(\star)}{=} \sum_\lambda \left(\frac{\sum_\mu u^{A_i}(\mu,\lambda)\, p(\mu)}{\sum_\mu u^{a_i}(\mu)\, p(\mu)} \right) p(\lambda) = \sum_\lambda p(A_i|a_i \wedge \lambda)\, p(\lambda) \end{aligned}$$

és a $(\star)$ egyenlőség nem állna fenn, ha a (9.33) feltétel nem teljesülne.

A következő tétel Clausertől és Horne-tól ered. Lényegét tekintve azonban nem más, mint amit először Bell bizonyított, ezért mint *Bell-* vagy *Bell–Clauser–Horne–tételre* fogunk rá hivatkozni.

13. Tétel. *A (9.34) és (9.32) egyenletekből következik, hogy az egyenletek bal oldalán álló kondicionális valószínűségek kielégítik az alábbi egyenlőtlenségeket:*

$$\begin{aligned}-1 \leq p(A_1 \wedge B_1|a_1 \wedge b_1) + p(A_1 \wedge B_2|a_1 \wedge b_2)\\ +p(A_2 \wedge B_2|a_2 \wedge b_2) - p(A_2 \wedge B_1|a_2 \wedge b_1)\\ -p(A_1|a_1) - p(B_2|b_2) \leq 0\end{aligned} \tag{9.35}$$

$$\begin{aligned}-1 \leq p(A_2 \wedge B_1|a_2 \wedge b_1) + p(A_2 \wedge B_2|a_2 \wedge b_2)\\ +p(A_1 \wedge B_2|a_1 \wedge b_2) - p(A_1 \wedge B_1|a_1 \wedge b_1)\\ -p(A_2|a_2) - p(B_2|b_2) \leq 0\end{aligned} \tag{9.36}$$

$$\begin{aligned}-1 \leq p(A_1 \wedge B_2|a_1 \wedge b_2) + p(A_1 \wedge B_1|a_1 \wedge b_1)\\ +p(A_2 \wedge B_1|a_2 \wedge b_1) - p(A_2 \wedge B_2|a_2 \wedge b_2)\\ -p(A_1|a_1) - p(B_1|b_1) \leq 0\end{aligned} \tag{9.37}$$

$$\begin{aligned}-1 \leq p(A_2 \wedge B_2|a_2 \wedge b_2) + p(A_2 \wedge B_1|a_2 \wedge b_1)\\ +p(A_1 \wedge B_1|a_1 \wedge b_1) - p(A_1 \wedge B_2|a_1 \wedge b_2)\\ -p(A_2|a_2) - p(B_1|b_1) \leq 0\end{aligned} \tag{9.38}$$

Bizonyítás. A bizonyításhoz felhasználjuk azt az elemi matematikai lemmát, hogy négy tetszőleges $0 \leq x_1, x_2, y_1, y_2 \leq 1$ valós számra fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$-1 \leq x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_2 y_2 - x_2 y_1 - x_1 - y_2 \leq 0$$

Ennek alapján, minden λ-ra

$$\begin{aligned}-1 \leq p(A_1|a_1 \wedge \lambda)\, p(B_1|b_1 \wedge \lambda) + p(A_1|a_1 \wedge \lambda)\, p(B_2|b_2 \wedge \lambda)\\ +p(A_2|a_2 \wedge \lambda)\, p(B_2|b_2 \wedge \lambda) - p(A_2|a_2 \wedge \lambda)\, p(B_1|b_1 \wedge \lambda)\\ -p(A_1|a_1 \wedge \lambda) - p(B_2|b_2 \wedge \lambda) \leq 0\end{aligned}$$

Felhasználva a (9.32) tulajdonságot

$$\begin{aligned}-1 \leq p(A_1 \wedge B_1|a_1 \wedge b_1 \wedge \lambda) + p(A_1 \wedge B_2|a_1 \wedge b_2 \wedge \lambda)\\ +p(A_2 \wedge B_2|a_2 \wedge b_2 \wedge \lambda) - p(A_2 \wedge B_1|a_2 \wedge b_1 \wedge \lambda)\\ -p(A_1|a_1 \wedge \lambda) - p(B_2|b_2 \wedge \lambda) \leq 0\end{aligned} \tag{9.39}$$

Ha most a (9.39) egyenlőtlenséget beszorozzuk a $p(\lambda)$ valószínűséggel, és λ szerint összegzünk, akkor pontosan a (9.35) egyenlőtlenséget kapjuk. A többi egyenlőtlenséget hasonlóan vezethetjük le, az A_1, A_2, B_1 és B_2 szerepének felcserélésével.

A tétel jelentősége abban áll, hogy a Bell–Clauser–Horne-egyenlőtlenségeket a kvantummechanikából jósolt (9.17)–(9.19) valószínűségek nem elégítik ki. Vagyis – úgy tűnik – nem lehetséges az EPR-kísérletet beágyazni egy LDM világba, úgy, hogy a (9.33) feltétel is teljesüljön. Ezt kevésbé árnyaltan úgy szokás megfogalmazni, hogy nem létezhet az EPR-kísérletnek lokális rejtettparaméteres elmélete.

167. Érdemes néhány rövid megjegyzést tennünk: A **162.** pontban vázolt kísérletet a valóságban is elvégezték. Részben valóban feles-spinű részecskékkel, részben fotonokkal.[31] A feles-spinű részecskékre vázolt kísérleti szcenárió egy az egyben lefordítható az összefonódott fotonpárokon végzett polarizációs mérésekben megfigyelt korrelációk nyelvére. A fotonokkal végzett kísérletekben sikerült megvalósítani a jobb és bal oldalon végzett mérések térszerű szeparációját is.[32] A kísérleti eredmények a kvantummechanikai jóslatokkal jó egyezést mutatnak, és ennek megfelelően kísérletileg bizonyítják a Bell-egyenlőtlenségek sérülését. (Röviden *Bell-egyenlőtlenségeknek* nevezzük az összes (9.35)–(9.38) egyenlőtlenségekkel rokon, a lokális rejtett paraméter létezésének szükséges feltételét jelentő egyenlőtlenségeket.) Ennek a ténynek – azon túl, hogy ezekben a kísérletekben a kvantummechanika megerősítést nyert – az a jelentősége, hogy az EPR–Bell-probléma *a kvantummechanikától függetlenül* fennáll. Vagyis kísérletileg látunk valamit a világban, amelyre – úgy tűnik – nincs lokális realisztikus magyarázat. Azért fontos ezt hangsúlyoznunk, mert ebből az is következik, hogy nem lehetséges a EPR–Bell-paradoxont feloldanunk úgy, hogy a kvantummechanikában, mint elméletben, változtatásokat hajtunk végre, új fogalmakat értelmezünk, megváltoztatjuk például a kvantumállapot fogalmát, kvantumlogikára hivatkozunk, stb. Mert mindaddig, amíg a módosított elmélet visszaadja a kísérletileg megfigyelt relatív gyakoriságokat, az EPR korrelációkat, addig a probléma, hogy tudniillik ezek a korrelációk nem helyezhetők el egy LDM világban, továbbra is fennáll.[33]

168. Abban a speciális esetben, mikor a (9.34) egyenletek jobb oldalán szereplő $p\left(A_i|a_i \wedge \lambda\right), p\left(B_i|b_i \wedge \lambda\right), p\left(A_i \wedge B_j|a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right)$ valószínűségek értéke kizárólag 0 vagy 1, *determinisztikus rejtett paraméter* elméletről beszélünk. A 13. tétel tehát egyszerre vonatkozik determinisztikus és sztochasztikus rejtettparaméteres elméletekre. Sokan tévesen azt hiszik, hogy egy determinisztikus rejtett paraméter automatikusan kielégíti a (9.32) feltételt. Ez azonban nem igaz. Csupán annyi igaz, hogy determinisztikus esetben

$$p\left(A_i \wedge B_j|a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right) = p\left(A_i|a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right) p\left(B_j|a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right)$$

ami nem azonos a (9.32) tulajdonsággal, csak akkor, ha

$$p\left(A_i|a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right) = p\left(A_i|a_i \wedge \lambda\right) \tag{9.40}$$

$$p\left(B_j|a_i \wedge b_j \wedge \lambda\right) = p\left(B_j|b_j \wedge \lambda\right) \tag{9.41}$$

vagyis a bal oldalon a mérés eredménye nem függ attól, hogy melyik irányú mérést választjuk a jobb oldalon, és fordítva. A (9.40)–(9.41) tulajdonságot egyébként *paraméter-függetlenségnek* szokás nevezni (amely az LDM-beágyazással automatikusan teljesül).

[31] Clauser és Shimony 1978.

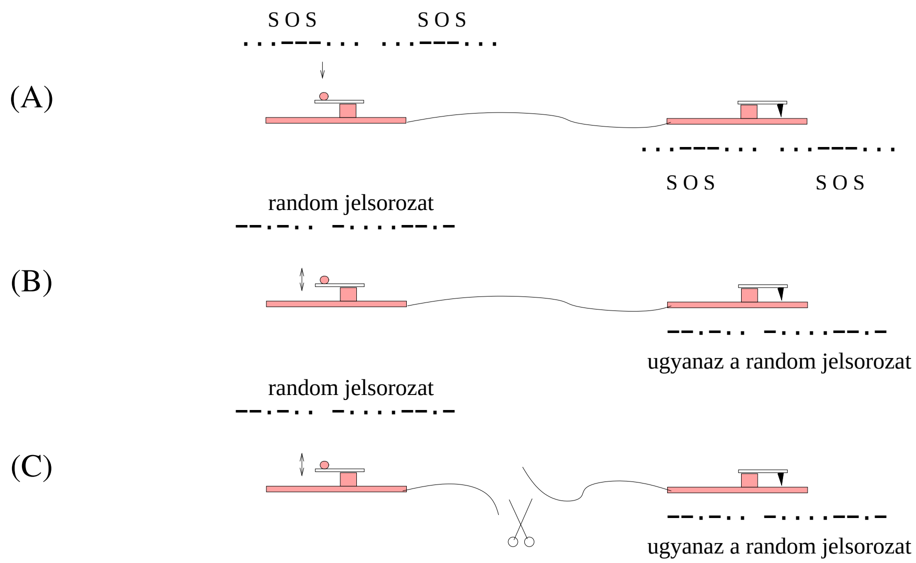
[32] Az első olyan kísérletet, melyben a térszerű szeparáció biztosítva volt, Aspect, Grangier és Roger (1981) végezték el. A ma ismert legjobb eredmény Weihs, Jennewin, Simon, Weinfurter és Zeilinger (1998) nevéhez fűződik.

[33] Vö. Bene 1997.

A determinisztikus és sztochasztikus rejtett paraméter közötti különbségtétel nem lényeges. A 13. tétel is mutatja, hogy mindkettő létezésének ugyanaz a szükséges feltétele.

169. Mi indokolja a (9.33) feltételt? A feltétel sérülése esetén a mérések választása függ attól, hogy a rejtett paraméter milyen értéket vesz fel. Ezt sokan megengedhetetlen „konspirációnak" tartják. Ad abszurdum ez azt is jelenthetné, hogy a méréseket választó laboránsok döntése nem teljesen szabad, hanem függ a spinmérések kimenetelét meghatározó rejtett paramétertől. Megmutatható, hogy létezik teljesen konspiratív megoldása az EPR–Bell-problémának, vagyis létezik olyan lokális rejtettparaméteres modell, amelyben a paraméter mindent, a mérések választását is és a mérések eredményét is teljesen meghatározza.[34]

170. A Bell-tétel az eddigi legkomolyabb mértékben közelíti meg azt, amit *no go* tételnek nevezünk: feltéve, hogy a mérések választása statisztikailag független a rejtett paramétertől, az EPR-kísérletnek csak olyan rejtettparaméteres modellje létezhet, amely sérti a lokalitást.



9.10. ábra. *Képzeljünk el egy távírót. Az (A) esetben a távíró normálisan működik. A (B) esetben elromlik és random nyomkodja le saját nyomógombját. A random jel továbbítva van, de információ, azaz távirat küldésére alkalmatlan. A (C) esetben ugyanez történik azzal a különbséggel, hogy a távíró drótja el van vágva*

Miközben ezt a konklúziót széles körben elfogadottnak mondhatjuk, meg kell említenünk, hogy a lokalitás sérülését sok félreértés övezi. Sokan érvelnek úgy, hogy az EPR-kísérletben a lokalitás nem sérül abban az értelemben, hogy ellentmondás állna fenn a térszerű események – közös okkal meg nem magyarázható – korrelációja és

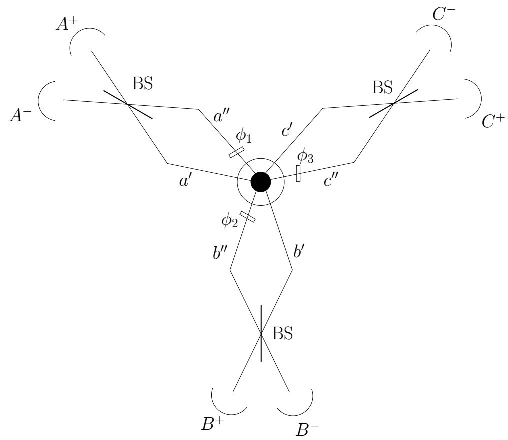
[34] Brans 1988, E. Szabó 1995.

a relativitáselmélet között. Ez a vélekedés arra a tényre épül, hogy nem lehetséges az EPR-berendezés segítségével a téridő két térszerűen szeparált tartománya között információt továbbítani. Valóban, a bal oldalon a választott mérés kimenetele megjósolhatatlan, random esemény, amely $\frac{1}{2}$ valószínűséggel *up* vagy *down.* Ha a jobb oldalon ugyanazt az irányt választjuk, akkor a mérés eredménye maximális korrelációban áll a bal oldali mérés eredményével, ez igaz, de ez is csak egy random esemény, amelynek bekövetkezését nem tudjuk befolyásolni. Nem tudunk mondjuk Morse-jelet küldeni ezzel a berendezéssel a bal oldalról a jobb oldalra, mert nem vagyunk képesek a bal oldalon semmivel sem befolyásolni azt, hogy *up* vagy *down* esemény történjen, s így azt sem, hogy a jobb oldalon mi történjen. Márpedig – hangzik az érv – csak akkor jönnénk zavarba, ha a térszerűen szeparált tartományokba a fénynél sebesebben lehetne információt eljuttatni.

Meggyőződésem szerint ez az érv nem helytálló, és a kvantummechanikai nemlokalitás problémáját indokolatlanul bagatellizálja. Képzeljük el a következő távírót (9.10. ábra). Az (A) esetben normálisan működik. A gomb lenyomásával információt küldhetünk a fogadó állomásra. A bal oldali állomáson a gomb lenyomása és a jobb oldali állomáson az írófej által írt jelek között maximális korreláció van. Fizikailag ezt jól értjük, hiszen a két berendezés egy kábellel van összekötve, ez biztosítja a két rész közötti kauzális kapcsolatot. Most képzeljük el, hogy a távíró elromlik – (B) eset – , és a nyomógomb random, össze-vissza magától lenyomódik. A fogadó állomáson ugyanazokat a random jeleket fogja az írófej leírni. A nyomógomb random lenyomódásai és az írófej működése között maximális korreláció van. Ezt a korrelációt is jól értjük, hiszen a drótban ezek a random jelek kauzálisan terjednek egyik helyről a másikra. Távirat küldésére a berendezés természetesen alkalmatlan, hiszen még megjósolni sem lehet milyen jelsorozatot fogunk küldeni. Az érvelés szerint azonban akkor sem lenne szabad meglepődnünk, ha – mint a (C) ábrán látható – kiderülne, hogy közben valaki a távíró drótját elvágta! Nem volna szabad csodálkoznunk, milyen fizikai hatás magyarázza, hogy az elvágott drót ellenére továbbra is maximális korreláció van az elküldött random jelsorozat és a fogadott jelsorozat között! Azért nem – hangzik az érv –, mert a távíró nem alkalmas információ átvitelére, tehát „semmiféle lokalitás sértés, vagy kauzalitás sértés nem történt”. A példa jól mutatja azonban, mennyire tarthatatlan érvről van szó.

171. Mint már utaltunk rá a **64.** pontban (6. lábjegyzet), a (9.35)–(9.38) egyenlőtlenségek – minden hasonlóság ellenére – nem azonosak az általunk Clauser–Horne–Pitowsky-egyenlőtlenségeknek nevezett (5.14) egyenlőtlenségekkel. Az utóbbiak ugyanis valamilyen események (abszolút) valószínűségeire vonatkoznak, és annak szükséges feltételét fejezik ki, hogy ezek a valószínűségek leírhatók legyenek a kolmogorovi elmélettel, valamint, hogy értelmezhetők legyenek relatív gyakoriságként. Ezzel szemben a (9.35)–(9.38) egyenlőtlenségek kondicionális valószínűségekre vonatkoznak, és a lokalitással, pontosabban a LDM-beágyazhatósággal összefüggésben vezettük le őket. Amikor az EPR-kísérletben mért számokat az egyikbe vagy másikba behelyettesítjük, akkor ugyanazokat a számokat helyettesítjük be, és ennélfogva mindkét egyenlőtlenségrendszer sérül, de a két különböző esetben ezeknek a számoknak különböző jelentést tulajdonítunk.

9.7. Greenberger–Horne–Zeilinger-tétel



9.11. ábra. *A Greeberger–Horne–Zeilinger-kísérlet*

172. Greenberger, Horne, Shimony és Zeilinger (1990) a Bell-tételnek egy olyan megfogalmazását adta meg, amelyben nem használta a valószínűségekre vonatkozó egyenlőtlenségeket. A 9.11. ábrán látható elrendezésben egy forrásból három összefonódott állapotú foton repül szét, egy síkban, három különböző irányba. A három fotonból álló rendszer (polarizációs) állapota:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|H\rangle_a \otimes |H\rangle_b \otimes |V\rangle_c + |V\rangle_a \otimes |V\rangle_b \otimes |H\rangle_c\right) \tag{9.42}$$

Úgynevezett polarizációs *beam splitterek* segítségével a polarizációs szabadsági fokokat impulzus szabadsági fokokká alakíthatjuk át,[35] így a rendszer kvantumállapotát a következő formában írhatjuk:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|a'\rangle \otimes |b'\rangle \otimes |c''\rangle + |a''\rangle \otimes |b''\rangle \otimes |c'\rangle\right) \tag{9.43}$$

ahol $|a'\rangle$ az a részecskét jelöli a a' nyalábban, és így tovább. Egyszerű interferometriai számolás után a következő kvantumvalószínűségeket kapjuk:

$$p\left(A^+ \wedge B^+ \wedge C^+ | \phi_a \wedge \phi_b \wedge \phi_c\right) = \frac{1}{8}\left(1 + \sin\left(\phi_a + \phi_b + \phi_c\right)\right) \tag{9.44}$$

$$p\left(A^- \wedge B^+ \wedge C^+ | \phi_a \wedge \phi_b \wedge \phi_c\right) = \frac{1}{8}\left(1 - \sin\left(\phi_a + \phi_b + \phi_c\right)\right) \tag{9.45}$$

etc.

[35] Zeilinger *et al* 1998.

(A szinusz előtt $+$ van, ha a bal oldalon a detektorokon álló felső indexekben a $-$ jelek száma páros, és fordítva.) $p\left(A^{-}\wedge B^{+}\wedge C^{+}|\phi_a\wedge\phi_b\wedge\phi_c\right)$ tehát annak a kvantummechanikai valószínűségét jelenti, hogy a három mérőhelyen az A^{-}, B^{+} és a C^{+} detektorok szólalnak meg, miközben a fázistolás szöge a három helyen ϕ_a, ϕ_b, illetve ϕ_c értékre voltak beállítva.

Vezessük be a következő eredményfüggvényeket:

$$A\left(\phi_a\right)=\begin{cases}1 & \text{ha a } A^{+}\text{detektor jelez}\\ -1 & \text{ha a } A^{-}\text{detektor jelez}\end{cases}$$

Hasonlóképpen értelmezzük a $B\left(\phi_b\right)$ és $C\left(\phi_c\right)$ eredményfüggvényeket a 2-es és 3-as részecskéken végrehajtott mérések eredményeinek jelzésére. Szintén könnyen megmutatható, hogy a Ψ állapotban e három függvény szorzatának várható értéke:

$$E\left(A\left(\phi_a\right)B\left(\phi_b\right)C\left(\phi_c\right)\right)=\sin\left(\phi_a+\phi_b+\phi_c\right)$$

Tekintsük a ϕ_a,ϕ_b,ϕ_c szögek következő négy kombinációját :

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= A\left(\tfrac{\pi}{2}\right)B(0)C(0)\\ \Omega_2 &= A(0)B\left(\tfrac{\pi}{2}\right)C(0)\\ \Omega_3 &= A(0)B(0)C\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\\ \Omega_4 &= A\left(\tfrac{\pi}{2}\right)B\left(\tfrac{\pi}{2}\right)C\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

Ezekben az esetekben a várható értékek:

$$\begin{aligned}E\left(\Omega_1\right)=E\left(\Omega_2\right)=E\left(\Omega_3\right) &= 1\\ E\left(\Omega_4\right) &= -1\end{aligned}\tag{9.46}$$

vagyis a három mérés eredménye között maximális korreláció áll fenn.

Kochen–Specker-típusú argumentum

173. Minden eddigi lépésünk a standard kvantummechanika keretein belül maradt. Most azonban egy Kochen–Specker-típusú argumentumot fogalmazunk meg: Lehetetlen a (9.7) értelmében, az adott Ψ állapotban, mind a hat

$$A\left(\frac{\pi}{2}\right),A(0),B\left(\frac{\pi}{2}\right),B(0),C\left(\frac{\pi}{2}\right),C(0)\tag{9.47}$$

fizikai mennyiséghez a méréstől független értéket rendelnünk úgy, hogy a mérések során a mérések eredménye ezekkel az értékekkel egyezzenek meg. Ez utóbbi feltételből ugyanis az következik, hogy a (9.46) korrelációk miatt a hozzárendelt értékeknek ki kell elégíteniük az alábbi feltételeket:

$$\begin{aligned}V\left(\Omega_1\right) &= V\left(A\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\right)V\left(B(0)\right)V\left(C(0)\right) &&= 1\\ V\left(\Omega_2\right) &= V\left(A(0)\right)V\left(B\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\right)V\left(C(0)\right) &&= 1\\ V\left(\Omega_3\right) &= V\left(A(0)\right)V\left(B(0)\right)V\left(C\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\right) &&= 1\\ V\left(\Omega_4\right) &= V\left(A\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\right)V\left(B\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\right)V\left(C\left(\tfrac{\pi}{2}\right)\right) &&= -1\end{aligned}\tag{9.48}$$

14. Tétel. *Nem létezhetnek olyan*

$$V\left(A\left(\frac{\pi}{2}\right)\right), V\left(A\left(0\right)\right), V\left(B\left(\frac{\pi}{2}\right)\right), V\left(B\left(0\right)\right), V\left(C\left(\frac{\pi}{2}\right)\right), V\left(C\left(0\right)\right)$$

értékek (valós számok), melyek kielégítenék a (9.48) kényszereket.

Bizonyítás. A bizonyítás triviális. A (9.48) egyenletek nyilvánvaló ellentmondást fejeznek ki! Szorozzuk össze a négy egyenletet. A középső oszlopban minden kétszer fordul elő, tehát, bármik is legyenek a $V\left(A\left(\frac{\pi}{2}\right)\right), V\left(A\left(0\right)\right), \ldots V\left(C\left(0\right)\right)$ számok, ezek négyzeteinek szorzata pozitív. Ezzel szemben a jobb oldali számok szorzata -1.

174. Vegyük észre, hogy a fenti gondolatmenetet nem lehet olyan módon megcáfolni, mint az eredeti Kochen–Specker argumentumot a **148.** pontban. Itt a V értékhozzárendeléstől semmi többet nem követelünk meg, csak azt, hogy a (9.47) formulában szereplő hat, *kísérletileg értelmezett mennyiséghez* rendeljen értékeket, és úgy, hogy azok eleget tegyenek a (9.48) kényszereknek.

Az argumentumnak egyetlen vitatott pontja van. Bohm és Hiley[36] azt kifogásolták, hogy jogtalan feltennünk, hogy a (9.48) egyenlet első sorában szereplő, mondjuk $V\left(C\left(0\right)\right)$ érték megegyezik a második sorban lévő $V\left(C\left(0\right)\right)$ értékkel, hiszen ezek az értékek nem lehetnek a $C\left(0\right)$ mennyiség ugyanazon időpillanatban vett értékei. Az első sorban ez egy $V_{t_1}\left(C\left(0\right)\right)$, a második sorban egy $V_{t_2}\left(C\left(0\right)\right)$ érték, ahol a $t_1 \neq t_2$, hiszen t_1 a világnak az a pillanata melyben a $\left(\frac{\pi}{2}, 0, 0\right)$ mérés-hármas lett választva, míg t_2-ben a $\left(0, \frac{\pi}{2}, 0\right)$ mérés-hármast hajtottuk végre. Ez az ellenvetés helyes, ha ezekre az értékekre úgy gondolunk, mint *aktuális* értékekre, pontosabban, mint az aktuálisan végrehajtott mérések eredményére. Ezzel szemben, többen úgy érvelnek, hogy ha mondjuk a t_1 pillanatban vagyunk, az aktuális mérési eredmények $V\left(A\left(\frac{\pi}{2}\right)\right), V\left(B\left(0\right)\right), V\left(C\left(0\right)\right)$, akkor a (9.48) többi sorában szereplő értékeket *kontrafaktuális* értelemben kell felfognunk, vagyis a második sorban szereplő $V\left(C\left(0\right)\right)$ szám $C\left(0\right)$ azon értékének felel meg, amit akkor vett volna fel (következésképpen, amit akkor mértünk volna) a c mérőhelyen, ha az a állomáson a $\frac{\pi}{2}$-mérés helyett a 0-mérést, a b állomáson pedig a 0-mérés helyett a $\frac{\pi}{2}$-mérést hajtottuk volna végre. A három mérőállomáson végrehajtott mérésről feltehetjük, hogy térszerűen szeparáltak a téridőben, és ennélfogva feltételezhetjük, hogy a két esetben a c állomásra beérkező részecske $C\left(0\right)$ értéke ugyanaz, hiszen nem lehet erre az értékre hatással semmi sem, ami a többi állomáson, a fénykúpokon kívül történik. Ezt a hipotézist nevezi Redhead (1987) *kontrafaktuális definitségnek.* Megoszlanak a vélemények, mennyire kielégítő ez az erősen intuitív magyarázat. A következő pontban részletesen megvizsgáljuk a relativisztikus téridő fénykúpszerkezetéből – ha tetszik, a fizikai hatások terjedésére vonatkozó határsebesség létezéséből – levonható következtetéseket a GHZ-kísérletben.

EPR-típusú argumentum

175. A GHZ-tétel Kochen–Specker-argumentumként való alkalmazása tehát nem problémamentes, és megint arra a konklúzióra jutottunk, hogy a kvantummechanika

[36]Bohm és Hiley 1993, 122. o.

tényei önmagukban nem, csak a lokalitás figyelembevétele mellett vezetnek ellentmondáshoz. Most részletesen megmutatjuk, hogy a lokalitás figyelembevételével egy EPR-típusú argumentumhoz jutunk.

Vegyük észre, hogy a (9.46) korrelációk következményeképpen, valamint a három mérés térszerű szeparáltsága miatt a **150.** pontban mondottakhoz hasonló módon alkalmazható az EPR realitás kritérium. Az a részecskére vonatkozó $A\left(\frac{\pi}{2}\right)$ mennyiség értékét 1 valószínűséggel meg tudjuk jósolni, anélkül, hogy az a részecskével kölcsönhatásba lépnénk, nevezetesen úgy, hogy a *másik* két részecskén elvégezzük, mondjuk a $B(0)$ illetve $C(0)$ méréseket ($A\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{B(0)C(0)}$). A realitás kritérium szerint léteznie kell tehát a valóság olyan elemeinek, amelyek az $A\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ illetve $A\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ értékeknek felelnek meg. S éppúgy mint az EPR esetben, ez igaz bármelyik másik részecskére, és tetszőleges ϕ_a, ϕ_b, ϕ_c fázisszögek esetén. A **153.** pontban kifejtettek értelmében létezniük kellene tehát a valóság olyan $A^+_{\phi_a}, A^-_{\phi_a}, B^+_{\phi_b}, \ldots C^-_{\phi_c}$ elemeinek, melyek relatív gyakorisága a (9.44)–(9.45) valószínűségekkel egyeznek meg. Mármost ez, éppúgy mint az EPR esetben, lehetetlen! A laboratóriumi jegyzőkönyv argumentum szerint ehhez az kellene, hogy a (9.44)–(9.45) kvantumvalószínűségeknek létezzen kolmogorovi reprezentációja. A 9.5. fejezetben egy ellenpélda bemutatásával megmutattuk, hogy ez általában nem teljesül, s az ott alkalmazott módszerrel könnyen megmutatható, hogy e feltétel – mint azt általában várjuk – nem teljesül ebben a partikuláris esetben sem.[37] Könnyen belátható ugyanis, hogy ennek szükséges feltétele lenne a

$$\begin{array}{rcccl}
-2 & \leq & E(\Omega_1)+E(\Omega_2)+E(\Omega_3)-E(\Omega_4) & \leq & 2\\
-2 & \leq & -E(\Omega_1)+E(\Omega_2)+E(\Omega_3)+E(\Omega_4) & \leq & 2\\
-2 & \leq & E(\Omega_1)-E(\Omega_2)+E(\Omega_3)+E(\Omega_4) & \leq & 2\\
-2 & \leq & E(\Omega_1)+E(\Omega_2)-E(\Omega_3)+E(\Omega_4) & \leq & 2
\end{array}$$

egyenlőtlenségek[38] teljesülése, melyeket azonban a (9.44)–(9.45) valószínűségek szemmel láthatóan sértenek.

176. Ugyanarra a konklúzióra jutunk tehát, mint a **161.** pontban az EPR esetben. Vagy 1) nincs lokalitás a világban, vagy 2) a realitás elemeinek relatív gyakorisága mégsem egyezik meg a kvantumvalószínűségekkel.

EPR–Bell-típusú argumentum

177. Most azt a kérdést fogjuk megvizsgálni, hogy létezhet-e a GHZ-kísérletnek lokális rejtettparaméteres modellje, pontosabban, hogy – a **163.** pontban mondottaknak megfelelően – beágyazható-e egy LDM világba. Az EPR szcenárióhoz hasonló

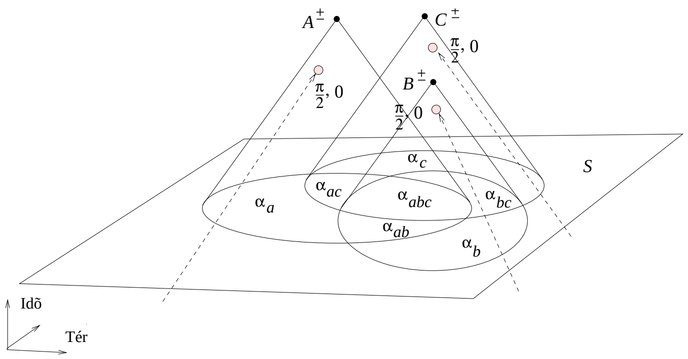
[37] A GHZ szituáció abban különbözik az EPR-kísérletre vonatkozó megfontolásainktól, hogy itt hármas konjunkciókat (is) kell vizsgálnunk. Ez egy nagyon könnyen kezelhető technikai különbség. A Pitowsky-tétel könnyen kiterjeszthető erre az esetre (lásd Bana és Durt 1997). Hasonlóképpen triviális a laboratóriumi jegyzőkönyv argumentum módosítása a GHZ szcenárióra.

[38] De Barros és Suppes 2000.

módon, tekintsük a GHZ-kísérlet egyetlen futamának téridő diagramját (9.12. ábra). A **163.** pontban kifejtett gondolatmenetnek megfelelően, az S hiperfelület mentén értelmezett Cauchy-adatok egyértelműen meghatározzák milyen események történnek a $D^+(S)$ tartományban, s ezeket az összefüggéseket a (6.2) mintájára értelmezett függvények segítségével fejezhetjük ki. A kauzális összefüggéseket figyelembe véve:

$$u_a^{A\pm}(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}) = u_a^{A\pm}(\alpha_a,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{abc}) \tag{9.49}$$
$$u_b^{B\pm}(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}) = u_b^{B\pm}(\alpha_b,\alpha_{ab},\alpha_{bc},\alpha_{abc}) \tag{9.50}$$
$$u_c^{C\pm}(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}) = u_c^{C\pm}(\alpha_c,\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}) \tag{9.51}$$
$$u_a^{\frac{\pi}{2},0}(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}) = u_a^{\frac{\pi}{2},0}(\alpha_a) \tag{9.52}$$
$$u_b^{\frac{\pi}{2},0}(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}) = u_b^{\frac{\pi}{2},0}(\alpha_b) \tag{9.53}$$
$$u_c^{\frac{\pi}{2},0}(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}) = u_c^{\frac{\pi}{2},0}(\alpha_c) \tag{9.54}$$

ahol értelemszerűen az $\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc}$ és α_{abc} az ábrán jelölt diszjunkt tartományokhoz tartozó Cauchy-adatokat szimbolizálja. A (9.52)–(9.54) összefüggések természetesen nem tekinthetők pusztán a fénykúp-szerkezet következményének. Az a mérőhelyen végzet mérés választása, például, függhetne még $\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{abc}$-től is. A



9.12. ábra. *A GHZ-kísérlet egyetlen futamának téridő diagramja*

GHZ-tétel EPR–Bell-argumentumként való felhasználásához lényeges azonban feltennünk, hogy nem függ. Ez nem magától értetődő, és azokat az érveket kell folytatnunk, melyekkel a **164.** pontban ismerkedtünk meg, vagyis a *mérésválasztások szabadságára* kell hivatkoznunk, vagy olyan szituációra, melyben a mérések választását a távoli univerzumból érkező, feltételezhetően minden más paramétertől független jel determinálja. A GHZ esetben, mint majd mindjárt látjuk, elég, ha annyit felteszünk, hogy a három mérés tetszőleges kombinációja megengedett, függetlenül a többi paraméter értékétől, vagyis

$$\begin{aligned}(\forall(\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}))\left(\forall\varepsilon\in\{0,1\}^3\right)(\exists(\alpha_a,\alpha_b,\alpha_c))\\ \left[\left(u_a^{\frac{\pi}{2}}(\alpha_a),u_b^{\frac{\pi}{2}}(\alpha_b),u_c^{\frac{\pi}{2}}(\alpha_c)\right)=\varepsilon\right]\end{aligned} \tag{9.55}$$

Az eddigiekben hallgatólagosan feltettük, hogy minden mérésnek két lehetséges kimenetele van, és valamelyik minden esetben bekövetkezik, továbbá a két mérésbeállítás közül az egyik mindig fennáll. Ezt most egy explicit kényszer formájában írjuk fel:

$$\begin{array}{rcl} u_x^{X+}(\alpha_x,\ldots\alpha_{abc})+u_x^{X-}(\alpha_x,\ldots\alpha_{abc}) & = & 1 \\ u_x^{\frac{\pi}{2}}(\alpha_x)+u_x^{0}(\alpha_x) & = & 1 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{rcl} X & = & A,B,C \\ x & = & a,b,c \end{array} \right. \tag{9.56}$$

15. Tétel. *Nem léteznek a (9.55) és a (9.56) feltételeket kielégítő olyan (9.49)–(9.54) függvények, melyek kompatibilisek lennének a (9.48) kényszerekkel.*

Bizonyítás. A (9.56) tulajdonság miatt a (9.49)–(9.54) függvények egyértelműen megadhatók az

$$u_a^{A+}(\alpha_a,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{abc}),u_a^{\frac{\pi}{2}}(\alpha_a),\ldots u_c^{C+}(\alpha_c,\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}),u_c^{\frac{\pi}{2}}(\alpha_c)$$

függvények segítségével. A továbbiakban rögzítsük az $\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc}$ paramétereket. Minden $x=a,b,c$- re jelölje α'_x az α_x paraméter egy olyan értékét, melyre $u_a^{\frac{\pi}{2}}(\alpha'_a)=1$ és α''_x egy olyat, melyre $u_a^{\frac{\pi}{2}}(\alpha''_a)=0$. (A (9.55) tulajdonság garantálja, hogy létezik ilyen α'_a és α''_a.)

Ha a (9.49)–(9.54) függvények kielégítik a megfelelő kényszereket, akkor az

$$u_a^{A+}(\alpha'_a,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{abc}),u_a^{A+}(\alpha''_a,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{abc}),\ldots u_c^{C+}(\alpha''_c,\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc})$$

értékek is kielégítik. A helyzet azonban az, hogy ilyen értékek nem adhatók meg. A 2^6 különböző lehetséges érték-hatos egyike sem teljesíti e feltételt:

$u_a^{A+}(\alpha'_a,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{abc})$	0	0	$\cdots$	1
$u_a^{A+}(\alpha''_a,\alpha_{ab},\alpha_{ac},\alpha_{abc})$	0	0	$\cdots$	1
$u_b^{B+}(\alpha'_b,\alpha_{ab},\alpha_{bc},\alpha_{abc})$	0	0	$\cdots$	1
$u_b^{B+}(\alpha''_b,\alpha_{ab},\alpha_{bc},\alpha_{abc})$	0	0	$\cdots$	1
$u_c^{C+}(\alpha'_c,\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc})$	0	0	$\cdots$	1
$u_c^{C+}(\alpha''_c,\alpha_{ac},\alpha_{bc},\alpha_{abc})$	0	1	$\cdots$	1

Tekintsük például a táblázat első oszlopát. Ez az oszlop lehetetlen, hiszen például $\alpha_a=\alpha'_a$, $\alpha_b=\alpha''_b$ és $\alpha_c=\alpha''_c$ esetén, a három mérés kimenetele A^-,B^-,C^-lenne, miközben a fázisszögek összege $\phi_a+\phi_b+\phi_c=\frac{\pi}{2}$. Ez azonban a (9.45) formula szerint lehetetlen. A második oszlop sem lehetséges, mert akkor az $\alpha_a=\alpha''_a$, $\alpha_b=\alpha''_b$ és $\alpha_c=\alpha'_c$ esetén lenne a három mérési eredmény A^-,B^-,C^-, miközben a fázisszögek összege $\frac{\pi}{2}$, ez nem lehetséges. És így tovább, minden egyes oszlopról belátható, hogy lehetetlen.

A fenti tétel úgy is értelmezhető, mint annak bizonyítása, hogy a GHZ korrelációknak nem létezhet közösok-típusú magyarázata, vagyis, hogy nem magyarázható meg azzal, mi történik a mérőhelyek közös kauzális múltjában, feltéve, hogy a mérések választása függetlenül történhet.[39]

[39] A tétel ebben a formájában először az elágazó téridő szemantika keretei között lett bizonyítva: Belnap és E. Szabó 1996.

9.8. A *no go* tételek és a determinizmus

178. A kvantummechanika *no go* tételei közül tehát az EPR- és a GHZ-kísérletekre vonatkozó tételekről mondható el, hogy komoly kihívást jelentenek a determinizmus híveinek. Mindkét kísérlet esetében megfogalmaztunk egy EPR- illetve egy EPR–Bell-típusú argumentumot. Érdemes még egyszer áttekintenünk ezeket a gondolatmeneteket abból a szempontból, hogy hogyan használhatók fel a determinizmus elleni argumentumként. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért rögzítsük a következő állításokat:

(A) Mindazok a tényállítások, melyeket az EPR- vagy a GHZ-kísérlet – a kvantummechanikával egyező – eredményeiből kiolvashatunk.

(B) Teljesül a paraméter-függetlenség, azaz lokalitás van a világban, abban az értelemben, hogy nem befolyásolható egy mérés kimenetele egy távoli, azaz a fénykúpon kívüli operációval.

(C) A mérések választása autonóm, azaz bármelyik mérőhelyen végrehajtott mérés a mérendő objektum tulajdonságaitól, illetve az azokat meghatározó fizikai paraméterektől függetlenül választható.

(D) A realitás elemeinek relatív gyakoriságai a kvantumvalószínűségekkel egyeznek meg.

Az EPR- és az EPR–Bell-típusú argumentumok lényegüket tekintve azonosak: Azt állítják, hogy (A), (B), (C) és (D) együttesen ellentmondásra vezetnek.

Látnunk kell, hogy (B) és (C) implicite benne van a realitás kritériumban: (B) teljesül, amikor feltesszük, hogy anélkül vagyunk képesek megjósolni a távoli kísérlet eredményét, hogy fizikai hatással volnánk a távoli rendszerre. (C) feltételezve van akkor, amikor azt mondjuk, hogy bármelyik spinvetület értékét megjósolhatjuk. Azaz a távoli mérőhelyen szabadon választhatnak egy irányt, és én itt, lokálisan választott operációval képes vagyok megmondani az ottani mérés kimenetelét. Nyilvánvaló, hogy abból, hogy képesek vagyunk megjósolni a mérés eredményét, nem következtethetnénk arra, hogy *minden* spinvetülethez tartoznia kell a realitás egy elemének, ha valami előzetesen determinálja, hogy melyik irányú spinmérés lesz választva.

Az EPR–Bell-típusú gondolatmenetben (B) a (9.24), illetve a (9.49)–(9.54) formulákban, (C) pedig a (9.33) és a (9.55) feltételekben lett kifejezve.

(D) az EPR-típusú argumentumok esetében abban jutott kifejezésre, amit a **153.** és a **175.** pontban kifejtettünk. Az EPR–Bell-típusú argumentációk esetében pedig abban, hogy a (9.34) bal oldalán álló kondicionális valószínűségeket a megfelelő kvantumvalószínűségekkel azonosítottuk (jelesül a Clauser–Horne-egyenlőtlenségekbe történő behelyettesítéskor), valamint abban, ahogyan a 15. tétel bizonyításában a (9.46) kényszereket figyelembe vettük.

Feltételezve (D)-t – melynek elvetéséről a 11. fejezetben lesz szó –, (A), (B) és (C) egyikének sérülése esetén létezik determinisztikus rejtettparaméteres modellje a szóban forgó kvantummechanikai rendszernek. Ezzel a megállapításunkkal összhangban áll az a tény, hogy a kvantummechanikának létezik determinisztikus, nem lokális rejtettparaméteres modellje: például a Bohm-mechanika.

179. A determinizmus–indeterminizmus probléma szempontjából fontos világosan látnunk, hogy az (A), (B), (C) és (D) közötti ellentmondás logikailag nem zárja ki azt, hogy egy, a lokalitást (és persze (D)-t) teljesítő világ teljesen determinisztikus legyen, beleértve, hogy a mérésválasztások is determináltak ((C) sérül). Látnunk kell azonban azt is, hogy ez egy igen nehezen elfogadható, konspirációtól terhes determinizmust jelentene. Nem csak arról van ugyanis szó, hogy a mérések választása determinált (a laboránsnak nincs szabad akarata), ami egy determinisztikus világban természetes lenne, hanem hogy a mérések választását és a mérések kimenetelét ugyanazok a dolgok determinálják.

10. fejezet

Szabad akarat és determinizmus

Mindaddig, amíg a kvantummechanika alkalmazása abban áll, hogy az agy működése során ténylegesen bekövetkező események valószínűségeit a kvantummechanikából származtatjuk, nincs okunk feltételezni, hogy a szóban forgó események statisztikáját ne lehetne determinisztikus rejtettparaméteres elmélettel, episztemikus valószínűségként származtatni.

10.1. A szabad akarat problémájának kontextusa

180. Már a **4.** pontban utaltunk rá – Karl Poppert idézve –, hogy a determinizmus kérdése szorosan kapcsolódik a szabad akarat problémájához, vagyis ahhoz a szerteágazó metafizikai problémához, hogy ha egy ember valamilyen körülmények között, egy adott pillanatban így vagy úgy dönt, ezt vagy azt cselekszi, vagy gondolja, mindezt „szabadon” teszi-e, vagy a világ és benne az ember olyan, hogy ezt a döntést, cselekedetet vagy gondolatot valamilyen módon valami determinálja. Más szóval, gondolhatna-e mást, dönthetne-e másképpen, cselekedhetne-e másként, mint ahogyan azt teszi?

Nyilvánvaló, hogy az akaratszabadságot illető metafizikai meggyőződés kiinduló pontja lehet számos morális, jogfilozófiai vagy akár esztétikai megfontolásnak, s e megfontolások visszahatnak a szabad akaratra vonatkozó metafizikai gondolkodásra. Minthogy tárgyalásunk elsődleges célja a szabad akarat és a determinizmus-indeterminizmus probléma viszonyának elemzése, anélkül, hogy tagadnánk e tágabb kontextus metafizikai jelentőségét, igyekszünk olyan példákat tekinteni, amelyben a morális felelősség kérdése nem játszik szerepet. A tudat működésének determinisztikus vagy nem determinisztikus jellege, mutat rá Ted Honderich, nem múlhat azon, hogy mi e működés morális kontextusa. Searle-lel polemizálva[1] a következőket írja:

> Searle egyfajta szimultán kapcsolatot tételez fel az agy és az elme neurális, illetve mentális állapotai között. Tehát (1) egy csinos nő látványa,

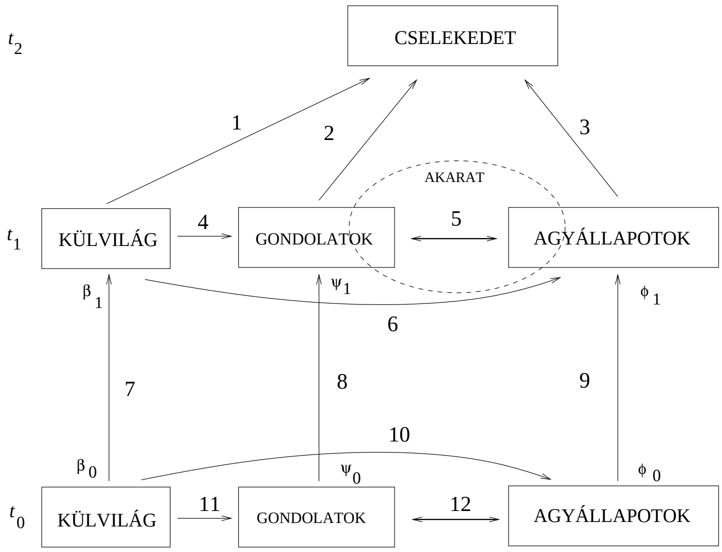
[1] Searle 2000.

> mint a *perceptuális* tudat egy eleme, együtt jár bizonyos szimultán neurális állapottal, csakúgy, mint (2) a *reflektív* tudat ezt követő eleme, az arra való emlékezés, hogy már nős vagy. Searle szerint e korábbi állapotok valamilyen módon kapcsolódnak a későbbi állapotokhoz – mondjuk (3) az *affektív* tudat azon eleméhez, ahhoz a mentális eseményhez, hogy úgy döntesz, meghívod a hölgyet egy italra.
>
> Figyelembe véve az agykutatás bizonyos eredményeit, na meg egy sereg filozófiai megfontolás alapján, Searle megengedi, hogy a neurális állapotok és a velük szimultán tudati állapotok, illetve események között standard kauzális kapcsolat álljon fenn. A neurális állapot okozza a szimultán tudati állapotot. Vagyis létezik egy lentről felfelé irányuló kauzalitás.
>
> Nagyjából hasonló okok miatt – agykutatási eredmények meg a többi – a *perceptuális* és a *reflektív* tudat vonatkozásában a standard kauzális mechanizmusok működnek. A csinos nő látványának a tudatban való megjelenése egy standard okozat, éppúgy, mint az a gondolat, hogy nős vagy. Mellőzve a további részleteket, van tehát egy bal-jobb irányú standard kauzalitás is.
>
> De amint egy *döntés* eredetéről, egyáltalán, bármiféle döntésről van szó, az affektív tudatban, *nincs* standard kauzalitás a döntés neurális megfelelőjét illetően. Nincs semmi, aminek az okozata lett volna az a neurális állapot, amely a döntéssel járt együtt, hogy meghívtad egy italra. Ebben az esetben egy, a kvantumelmélet szokásos interpretációja szerint feltételezett, véletlenszerű kapcsolatról van szó.
>
> Ez borzalmas!
>
> Le-föl kauzalitás mindenütt, de véletlen egyes bal-jobb kapcsolatokban.
>
> Bal-jobb kauzalitás a perceptuális és a reflektív tudattal kapcsolatban, de bal-jobb véletlenszerűség a döntéseket illetően.
>
> ... más szóval, az agy következetesen egy gép lentről felfelé, de nem mindig viselkedik gépként balról jobbra. És ha csak a bal-jobb működést tekintjük, és figyelembe vesszük a perceptuális, a reflektív és az affektív tudatot, az agy egyszer gép, másszor meg nem az. A tények és a tapasztalatok tükrében ez számomra teljesen abszurdnak tűnik, melyet az agykutatás eredményei a legcsekélyebb mértékben sem támasztanak alá.[2]

Mindennek tükrében a probléma felvetéséhez tekintsük a következő egyszerű példát: Egy kísérleti személyt az elé a döntés elé állítunk, hogy vagy a piros, vagy a kék gombot nyomja meg. Döntésének nincs semmi különösebb következménye. Ha a piros gombot nyomja meg, akkor a piros, ha a kéket, akkor a kék lámpa villan fel. Kísérleti alanyunk a piros gombot nyomta meg. Kérdés, szabadon döntött-e? Más szóval, dönthetett volna-e úgy, hogy a kéket nyomja meg?

[2] Honderich 2002.

181. A kérdés ilyen megfogalmazásával már állást is foglaltunk azt illetően, hogy körülbelül mit értünk szabad akarat alatt. Ez azért fontos, mert – noha egy-egy dolog metafizikai elemzése természetesen magában foglalja az arról való elmélkedést is, hogy miben is áll a hétköznapi nyelvhasználatban így és így nevezett, az ember mindennapos életében így és így megélt, megtapasztalt jelenség – az egymással polemizáló nézetek összevetése során pontosan kell értenünk az egyes irányzatok koncepcionális és terminológiai különbségeit.



10.1. ábra. *A szabad akarat problémájának kontextusa*

E terminológiai különbségek tisztázását szolgálja a 10.1. ábra. Meg fogjuk különböztetni a külvilág, az agy – és ha szükséges – a tudat állapotait a t_0 illetve a t_1 időpillanatban, illetve a vizsgált személy cselekvését a t_2 pillanatban. A számozott nyilak mindegyike valamilyen fajta determinációt, illetve időfejlődést szimbolizál. Nyilvánvaló, hogy az ágens t_2-ben bekövetkező cselekvését valamilyen módon a külvilág, az agy és a tudat azt közvetlenül megelőző t_1 pillanatban vett állapota határozza meg. Hogy hogyan, az a *cselekvés* szabadságának kérdése, melyet gyakran kevernek össze az *akarat* szabadságának kérdésével. Nem kétséges, hogy a cselekvés szabadságának problémája is fontos, és az is összefüggésbe hozható a determinizmus-indeterminizmus ügyével, s hogy amit az akarat szabadságával kapcsolatban mondani fogunk, talán mind elmondható lenne a cselekvés szabadságáról is, azzal a nyilvánvaló különbséggel, hogy a 2. és 3. nyíllal jelzett kapcsolatok nem annyira az agy és az elme, mint inkább a motorikus idegrendszer működésére és más fiziológiai tényezőkre utalnak. Nem témánk továbbá a szabadság problémája abban az 1. nyíllal kifejezett értelemben, hogy tudniillik autonóm módon, saját elhatározásunkból, a külső körülmények akadályozó vagy kényszerítő hatásától függetlenül cselekedhetünk-e. A külvilág tényei természetesen befolyásolják cselekvésünket a 4. és 6. kapcsolaton keresztül. Valahogy úgy, mint a Csipkerózsika szakácsát ama 100 évre felfüggesztett pofon lekeverése előtti pillanatban. A szándék kialakulásában, hogy nyakon vágja a kuktát, nyilván szerepe volt a külvilág olyan közvetlen mentális üzeneteinek, mint az odakozmált rántás, saját inaséveinek emléke, vagy a királyi udvar vele szembeni elvárásai (4. nyíl), valamint az agyára ható olyan külső körülménynek, mint a hőség a konyhában (6. nyíl). Ha a szakács cselekvése szabad, autonóm cselekvés lett volna, a kialakult szándékot rögvest a motorikus kielégülés követi. A külvilág azonban a pofonra lendülő kart megbénító varázslat (1. nyíl) formájában hatással volt a cselekedetre.

A 2. nyíl feltételezhetően nem létezik, hiszen még egy test–elme dualizmus vagy paralelizmus esetén is feltételezhető, hogy a mentális kizárólag az agy közvetítésével hat az idegrendszernek a cselekvést végrehajtó motorikus részeire.

182. Metafizikai szempontból a cselekvés szabadsága helyett sokkal izgalmasabb kérdés tehát az akarat szabadsága. Akarat alatt a cselekvést közvetlenül megelőző, t_1 időpillanathoz tartozó mentális állapotot (pontosabban talán – bár ennek nincs különösebb jelentősége – ennek a mentális állapotnak a cselekvésre irányuló – ha tetszik, intencionális – komponensét) értjük, illetve az ennek megfelelő agyállapotot. A kérdés az, determinálja-e valami ezt a t_1 időpillanatbani mentális/agyi állapotot, és ha igen, akkor mi és hogyan. A külvilág hatással lehet erre az állapotra (4. és 6. nyíl), ám amikor azt firtatjuk, gondolhatta-e, akarhatta-e valaki másképpen, akkor ezt *ceteris paribus* értjük, vagyis – függetlenül attól, hogy a külvilág időfejlődése (7. nyíl) determinisztikus vagy nem – a külvilág hatását nem kell figyelembe vennünk. Mert például a morális felelősség szempontjából egyetlen libertariánus[3] sem érezné megnyugtatónak, ha az lenne a helyzet, hogy a gyilkos az adott külső körülmények hatására nem cselekedhetett ugyan másképpen, mint hogy megöli áldozatát, ám mégis elítéljük, mondván, cselekedhetett volna másképpen, ha aznap a légköri folyamatok másképpen alakulnak, és nincs akkora hőség. Vagyis ha az akarat szabadsága csupán abban a modalitásban merülne ki, hogy a döntést egyébként teljesen determináló külső hatások lehettek volna másmilyenek is.

Konklúziónk tehát az, hogy az akarat szabadsága azon áll vagy bukik, hogy a mentális illetve agyi állapotok 8. és 9. nyíllal jelölt időfejlődése determinisztikus-e vagy sem, abban a legáltalánosabb értelemben, hogy a t_0 pillanathoz tartozó mentális/agyi állapotról a t_1 pillanatbani mentális/agyi állapotra lépés az objektív modalitás esete-e vagy sem. Nem létezik tehát szabad akarat, ha a világ – mindenekelőtt az agyi/mentális folyamat – determinisztikus, vagyis ha a külvilág adott $\beta_0 \rightarrow \beta_1$ állapotfejlődése mellett, a t_0 pillanatbani ψ_0 illetve ϕ_0 állapotok csak egyetlen ψ_1 és ϕ_1 állapotot engednek meg a későbbi t_1 pillanatban.[4]

183. Vizsgáljuk most meg ezeknek a ψ és φ állapotoknak a viszonyát. E viszony megítélése alapvetően függ a test–elme kérdésben elfoglalt metafizikai álláspontunktól, vagyis hogy miben is áll az 5. és 12. nyíllal reprezentált kapcsolat, illetve hogy

[3] Libertarianizmus az a filozófiai irányzat, amely feltételezi, hogy az embernek van szabad akarata abban az értelemben, hogy „akarhatott volna mást, cselekedhetett volna másképpen, mint ahogy tette".

[4] A szabad akarat ilyen értelmezését Campbellnek (1976) szokás tulajdonítani.

egyáltalán szükséges-e fenntartanunk a mentális állapotoknak és az agyállapotoknak az ábrán jelzett kettősségét. Legyen az a mentalizmus különböző iskoláinak problémája, hogy milyen tapasztalatok alapján és mit állít az autonóm ψ_t állapotok időbeli változásának törvényszerűségeiről, ha vannak egyáltalán szerintük ilyen törvényszerűségek. Mi a továbbiakban élni fogunk azzal a fizikalista feltevéssel, hogy a mentális állapotok lokálisan[5] ráépülnek az agy (fizikai/neurofiziológiai) állapotaira. A fizikalista felfogásból sem következik azonban, hogy nincs szükség erre a $\psi - \varphi$ kettős nyelvezetre. Például a termodinamikai állapotjelzők értelmes és használható fogalmak maradnak akkor is, ha képesek vagyunk őket a statisztikus fizikában a rendszer mikroszkopikus jellemzőiből származtatni.

A szimultán ψ_t és φ_t állapotok közötti megfelelés nem kölcsönösen egyértelmű. Mert nyilvánvaló, hogy különböző φ_t és φ_t' fizikai/agyi állapotokhoz tartozhat ugyanaz a mentális ψ_t állapot. Ebből következően, mint Grünbaum rámutatott,[6] nem zárható ki, hogy míg az agy állapotfejlődése – például bizonyos kvantumeffektusok miatt – indeterminisztikus, a ráépülő mentális folyamat determinisztikus. Hasonlóan ahhoz, ahogyan különböző mikroszkopikus állapotokhoz tartozhat ugyanaz a makroszkopikus, termodinamikai állapota a makroszkopikus rendszernek, s a mikroszkopikus állapotok – tegyük fel – indeterminisztikus fejlődése eredményezheti a termodinamikai állapothatározók determinisztikus változását. Biztos azonban, hogy ezt nem fordíthatjuk meg. Ha a neurofiziológiai folyamatok determinisztikusak, akkor a mentális folyamatok is azok.

184. Éppen ezért rendkívül fontos, hogy a neurális folyamatok indeterminisztikusak-e vagy sem. A libertarianizmus joggal vél megerősítést minden olyan neurális folyamatban, amelyet valószínűségi törvények írnak le. Ám, mint Grünbaum rámutat, a libertariánus szabadságot nem garantálja önmagában az a tény, hogy a döntési folyamatok valószínűségi törvényeknek engedelmeskednek. Tegyük fel – írja – hogy egy populációra érvényesek bizonyos valószínűségi törvények, melyekből az következik, hogy – hosszú távon – a lakosság 80%-a elkövet egy bizonyos bűncselekményt. A közösség egy olyan tagja, aki elkövette a bűncselekményt – a libertariánus álláspont szerint – csak akkor vonható morálisan felelősségre, ha az illető cselekedhetett volna másképpen. A törvény valószínűségi jellege azonban nem jogosít fel bennünket arra, hogy azt mondjuk, az adott személy cselekedhetett volna másképpen. Annyi biztos, hogy a valószínűségi törvény alapján nem tudjuk megmondani, hogy a közösség melyik tagja fogja elkövetni a bűncselekményt. De ez a korlátozás nem jelenti azt, hogy az adott körülmények között, az adott pillanatban, amikor az illető elkövette a cselekményt, akkor cselekedhetett volna másképpen is.[7]

Arthur Fine helyesen világít rá azonban, hogy a Grünbaum-féle argumentum csak akkor áll, ha a szóban forgó valószínűségi modell olyan, hogy elvben létezhet rej-

[5] Vö. Chalmers 1996, 33-34. o.
[6] Grünbaum 1972.
[7] Grünbaum 1972.

tettparaméteres elmélete.[8] Tudjuk, hogy a klasszikus valószínűségi modellek ilyenek, „de mint megtanulhattuk a kvantumelmélet alapjaival kapcsolatos kutatásokból, éppen az ilyen kontrafaktuális distinkcióknak lehetnek váratlan, ugyanakkor tesztelhető következményei" – írja. Majd az antilibertarianizmus és a kvantummechanika összeférhetetlenségével kapcsolatban a következő konklúzióra jut:

> Ha feltesszük, hogy a kvantumelmélet korrekt statisztikus predikciókat tesz, és ésszerű módon tartjuk magunkat a távolhatásnak a lokalitáselvben megnyilvánuló tilalmához, akkor arra a következtetésre jutunk, hogy a kvantumelmélet statisztikus törvényeinek nem létezik antilibertariánus interpretációja. ... Úgy tűnik tehát, hogy – szemben azzal, amit Grünbaum mond – a libertariánusok „csinálhatta volna másképpen"-je valóban megerősítésre talál az indeterminizmusban, feltéve, hogy az indeterminisztikus törvények olyan típusúak, mint amilyet a kvantumelméletben találunk.[9]

10.2. Szabad akarat és a kvantummechanika

185. Az utóbbi években széles körben elterjedt az az elképzelés, hogy a libertariánus szabadsághoz nélkülözhetetlen indeterminizmus gyökerét az agy működésében fellépő kvantummechanikai jelenségekben kell keresnünk.[10] Túl azon a metafizikai infantilizmuson, hogy „a tudat egy misztérium" és „a kvantummechanika egy misztérium", nosza, kapcsoljuk őket össze, a tudat minden különösebb argumentáció nélküli összekapcsolása a kvantummechanikával hosszú múltra tekint vissza (lásd a Wigner-idézetet a **138.** pontban). Anélkül, hogy állást foglalnánk abban a vitában, vajon a tudat működésének megértéséhez elegendő-e az agy neurális hálójának rendkívül komplex dinamikája, vagy pedig más, nem neurális elméletekre van szükség, mint pl. a Penrose–Hameroff-féle mikrotubuláris kvantumjelenségek elmélete,[11] az a gondolat, hogy a kvantummechanika által leírt jelenségek az agy működésének bizonyos részleteiben szerepet játszhatnak, elég plauzibilisnek tűnik.[12] Eddigi vizsgálódásaink alapján viszont határozottan állíthatjuk, hogy a kvantummechanika a tudat „misztériumának" megértésében – legalábbis a szabad akarat problémáját illetően – semmi olyan újat nem szolgáltat, amit a klasszikus elméletektől – elvben – ne kaphatnánk meg. Állításunkat a következő argumentummal támasztjuk alá.

A kvantummechanikának az volna a szerepe az agy működésének leírásában, s mindenekelőtt a szabad akarat melletti érvelésben, hogy olyan irreducibilisen indeter-

[8] Fine 1993.

[9] Uo. 555-556. o.

[10] Penrose 1993, 1994, 1997; Lockwood 1989; Stapp 1993.

[11] Churchland 1998; Hameroff 1998.

[12] Nem feltétlenül a Penrose–Hameroff-elméletre kell gondolnunk, hiszen az tartalmaz olyan, a hullámfüggvény objektív redukciójára és a kvantumgravitációra vonatkozó hipotéziseket, melyek nem tekinthetők a fizikában széles körben elfogadott elméleteknek.

minisztikus jelenségeket produkáljon, melyek nem írhatók le klasszikus eszközökkel, vagyis amelyek olyan speciális statisztikát mutatnak, ami nem enged meg determinisztikus, lokális rejtettparaméteres elméletet. Vagyis az argumentum előfeltételezi, hogy maga a kvantummechanika ilyen, tehát feltételezi, hogy a kvantummechanika szokásos *no go* tételei igazak, abban az értelemben, hogy valóban azt bizonyítják, hogy a kvantummechanika törvényszerűségei nem redukálhatók, nem vezethetők vissza valamilyen klasszikus, determinisztikus rejtettparaméteres elméletre. Mint megmutattuk, a *no go* tételek közül csak kettőről, az EPR-tételről és a GHZ-tételről mondható el, hogy kihívást jelentenek a determinizmus híveinek, és mindkét tétel csak további két feltételek teljesülése mellett volt bizonyítható. Az is megmutatható, hogy e feltételek egyikének sérülése esetén létezik determinisztikus rejtettparaméteres modellje a szóban forgó kvantummechanikai rendszernek.

Önmagában az a tény, hogy bizonyos kémiai szinapszisokat és más neurális membrán aktivitásokat kvantummechanikailag írunk le, még nem jelenti azt, hogy ezeknek a történéseknek ne létezhetne determinisztikus rejtettparaméteres modellje, még akkor sem, ha a kvantummechanikai leírásban a rendszert makroszkopikus koherens állapottal[13] jellemezhetjük. Vagyis mindaddig, amíg a kvantummechanika alkalmazása abban áll, hogy az agy működése során *ténylegesen bekövetkező* események valószínűségeit a kvantummechanikából származtatjuk, nincs okunk feltételezni, hogy a szóban forgó események relatív gyakoriságát ne lehetne determinisztikus rejtettparaméteres elméletből, episztemikus valószínűségként származtatni (vö. **154.** pont). Nem látunk azonban példát arra, hogy az agy működésének (kvantummechanikai) leírása során megvalósulna olyan szcenárió, amelyre akár az EPR-, akár a GHZ-tétel alkalmazható lenne.

Megjegyzendő továbbá, hogy az EPR- és a GHZ-kísérletekre vonatkozó tételekkel kapcsolatban még nem mondtuk ki az utolsó szót (lásd a 11. fejezetet).

10.3. Newcomb-paradoxon

186. A szabad akarat kérdésében a kvantummechanika nem ad különösebb alátámasztást az indeterminizmus számára. Mielőtt azonban feladnánk az objektív modalitást és vele együtt az akarat szabadságát, ismerkedjünk meg egy paradoxonnal, amely nagyon világosan mutat rá, mennyire mélyen él bennünk az akarat szabadságának élménye, és mennyire nehéz a szabad akarat tagadását összhangba hoznunk más metafizikai meggyőződéseinkkel. A következő paradoxont Nozick publikálta először,[14] s a fizikus William Newcomb nevéhez fűződik:

> Az erdőben járva egyszer csak két dobozt látunk magunk előtt. Mellettük áll egy kísérletvezető, és a következőket közli: A bal oldali dobozban garantáltan van 1000 $. A jobb oldali doboz vagy üres, vagy 1000000 $-t

[13] Fröhlich 1968.
[14] Nozick 1969.

> tartalmaz. Mindez attól függ, hogy egy mindent tudó Lény, aki képes arra, hogy a Te jövőbeli gondolataidat megjósolja, hogyan döntött. Ha tegnap úgy látta, hogy – mohó módon – mindkét dobozt magaddal viszed, akkor a jobb oldali dobozba nem tett semmit. Ha úgy látta, hogy „szerényen” csak a jobb oldali dobozt viszed magaddal, akkor beletett 1000000 $-t. A kísérletvezető felszólít, hogy állj háttal a dobozoknak, és felnyitja a dobozokat. Majd felszólít, hogy válassz, mindkettőt elviszed, vagy csak a jobb oldalit. Mielőtt az utasítását követnéd, még azt is elmeséli, hogy eddig 4010 turistával végezték el ezt a kísérletet, de senkinek sem sikerült még elvinnie 1001000 $-t. A kérdés: Hogyan döntsünk?

A példa paradox jellege abban áll, hogy mindkét lehetséges döntés mellett erős érveket lehet felsorakoztatni. Eléggé kézenfekvőnek tűnik ugyanis az a feltételezés, hogy az említett 4010 esetben a Lény nem véletlenül találta el, hogy mi lesz valakinek a jövőbeli döntése, ennek valószínűsége ugyanis $\frac{1}{2^{4010}}$, vagyis praktikusan nulla.[15] Bele kell tehát törődnünk, hogy a világ, beleértve a mi gondolkodásunkat is, determinisztikus, s hogy a Lény valóban tudhatta, hogy mi fog történni. Ennek megfelelően tehát a helyes döntés, hogy csak a jobb oldali dobozt választjuk.

Másfelől azonban képzeljük el azt a pillanatot, amikor ott állunk háttal a két doboznak. A dobozok tartalmát, ha igaz az egész történet, a Lény már tegnap bekövetkezett cselekvése meghatározta. Itt és most a dobozokkal fizikailag már nem történhet semmi. Ha a jobb oldali dobozban nincs ott az 1000000 $, akkor nincs ott, és semmit sem vesztünk, ha mindkét dobozt felvesszük. Ha ott van, akkor az a *fizikai realitás*, hogy ott van, a kísérletvezető látja is, hogy ott van, s ez nem változhat meg anélkül, hogy a dobozt valamilyen fizikai hatás ne érné. Minthogy ilyen hatás már nincs, megint csak indokolatlan lenne a bal oldali dobozt otthagynunk. A helyes döntés tehát, hogy mindkét dobozt el kell vinnünk.

187. Szokás a Newcomb-paradoxont úgy értelmezni, hogy az a determinizmus elleni argumentum, tudniillik hogy a determinizmus ellentmondásosságát jelenti. Mint Ted Honderich helyesen mutat rá, ez nem igaz.[16] Semmiféle logikai ellentmondást nem jelent, ha a világ determinisztikus: A Lény képes az én jövőbeli gondolataimat megjósolni, szabad akarat, a mi általunk használt értelemben nincs, agyunk a determinált módon dönt, s az előre látható döntésnek megfelelően ott lesz a dobozban 1000000 $, vagy nem. Az ellentmondás nem logikai, hanem kizárólag arról van szó, hogy a gondolatkísérletben vázolt szituáció az intuíciónkkal ellentétes, ellentmond a szabad akarat szubjektív élményének. Nyilvánvaló, hogy nehéz elfogadni azt, hogy a kísérletvezető ott áll, a dobozok tartalma alapján már tudja, hogy mit fogok dönteni, én, aki még akkor háttal a dobozoknak töprengek, és végül kibököm a kísérletvezető számára – feltéve, hogy a Lény helyesen jósolt – már előre tudott választ. S mindeközben én ezt úgy élem meg, hogy teljesen szabadon döntök.

[15] Legalábbis ezt szokás mondani. Ha az olvasó már olvasta az 5. fejezetet, remélem, egyetért velem, hogy ennek az *a priori* valószínűségi állításnak semmi értelme nincs.

[16] Honderich 1993, 74. o.

10.4. A szabad akarat fenomenológiája

188. A kompatibilizmus[17] persze analitikus képtelenség, ha a szabad akarat általunk adott definíciójához ragaszkodunk. Mindazonáltal a Newcomb-paradoxon példáján láthatjuk mennyire fontos annak megértése is, hogy hogyan értelmezhetjük egy determinisztikus világban a szabad akaratra vonatkozó objektív tapasztalatainkat, illetve az akarat szabadságának szubjektív élményét, amely persze, ha bonyolultabban is, de – mint bármely más pszichikai jelenség – elvben tárgyát képezheti az objektív tapasztalásnak.

Az első és legfontosabb kérdés persze az, hogy tisztázzuk, miben is áll ez a szubjektív élmény. Egyes értelmezések szerint a szabad akarat szubjektív érzése nem más, mint annak retrospektív érzése, hogy „gondolhattuk volna másképpen is”. Grünbaum szerint[18] ilyen szubjektív érzés nem létezik. Nem ismeretes, hogy lenne bármiféle pszicho-neurológiai megfelelője egy ilyen érzésnek. Amit a gondolat szabadságának szubjektív élményeként átélünk, az tulajdonképpen a *cselekvés* szabadságának szubjektív élménye. Annak élménye, hogy „cselekedhettünk volna másképpen, ha másképpen akartunk volna cselekedni, azaz, ha másképpen gondoltuk volna”. Ez azonban nem azonos azzal az (állítólagos) élménnyel, hogy „gondolhattuk volna másképpen”. Egyáltalán nem magától értetődő, hogy van-e szabadságunk azt illetően, hogy mikor mit gondolunk. Egy elakadt liftben ránk törő klausztrofóbikus gondolatok helyett szeretnénk mást gondolni, de nem megy! Az agykutatás bizonyos kísérleti eredményei[19] is arra utalnak, hogy egyszerű döntési szituációkban agyunk csak néhány tized másodperc késéssel, utólag „értesít” bennünket döntéseiről.

189. Egyes értelmezések szerint a szabad akarat szubjektív élményének forrása az a tapasztalat, hogy a jövőre vonatkozó döntéseinket/akaratunkat bármikor visszavonhatjuk. Ha ma úgy gondolom, hogy holnap Miskolcra utazom, akkor bármikor visszaléphetek ettől az elhatározásomtól. A Newcomb-paradoxonban, a döntésemet szabadnak érzem, mert kimondása előtti utolsó pillanatig megváltoztathatom azt. Vegyük észre azonban, hogy ez nem a szabad akarat közvetlen megélése. Hiszen a következőről van szó: a t pillanatban úgy gondoljuk, hogy a $t+\Delta t$ pillanatban $X^{t+\Delta t}(t)$ gondolatunk, akaratunk lesz. És ezt megváltoztathatjuk, vagyis a $t+\Delta t$ pillanatban akarhatunk mást, mint amit a t pillanatban gondoltunk, hogy akarni fogunk a $t+\Delta t$ pillanatban, azaz annak a t pillanatbani (pontosabban, ha ragaszkodunk a közvetlen tapasztaláshoz, akkor a $t+\Delta t$ pillanatbani) megéléséről van szó, hogy $X^{t+\Delta t}(t) \neq X^{t+\Delta t}(t+\Delta t)$. És ez nem ugyanaz, mint annak az állítólagos élménye, hogy „akarhattuk volna másképpen is”, hiszen az annak a t pillanatbani megélését jelentené, hogy egy korábbi $t-\Delta t$ pillanathoz tartozó $X^{t-\Delta t}(t-\Delta t)$ gondolatunk lehetett volna más, valamilyen $\widetilde{X}^{t-\Delta t}(t-\Delta t) \neq X^{t-\Delta t}(t-\Delta t)$.

---

[17] Kompatibilizmus az a filozófiai irányzat, mely szerint a szabad akarat létezése összeegyeztethető a determinizmussal.

[18] Grünbaum 1972.

[19] Libet *et al.* 1979.

190. A fenti elemzésben ez „a jövőre vonatkozó döntéseinket/akaratunkat bármikor visszavonhatjuk/megváltoztathatjuk” egy erősen libertariánus megfogalmazása annak az egyszerű ténynek, hogy a jövőbeli $X^{t+\Delta t}(t+\Delta t)$ gondolatunk lehet más, mint $X^{t+\Delta t}(t)$, vagyis mint amilyennek a korábbi t pillanatban feltételeztük hogy lesz. Felmerül a kérdés, miért van különbség $X^{t+\Delta t}(t+\Delta t)$ és $X^{t+\Delta t}(t)$ között, ha – mint ahogyan ezt most feltételezzük – a világ determinisztikus, tehát az $X^{t+\Delta t}(t+\Delta t)$ gondolatunk a t pillanatban már teljesen determinált. A válasz nyilván az, hogy nem vagyunk képesek mindig helyesen megjósolni a t pillanatban, hogy mit fogunk gondolni a $t+\Delta t$ pillanatban. Grünbaum tovább megy, és a gondolat szabadságának szubjektív élményét éppen úgy értelmezi, mint annak hiányát, hogy az önmagára reflektáló szubjektum képes lenne saját jövőbeli gondolatait megjósolni. Grünbaum MacKay egyik tanulmányára[20] támaszkodik, aki Poppernek az „önjóslás” lehetetlenségéről szóló levezetésére[21] építve kimutatja, hogy az akaratszabadság szubjektív élménye kompatibilis egy szigorúan mechanisztikus agyműködéssel is. Mint ismeretes, Popper azt mutatta meg, hogy egy Turing-gép nem képes saját maga jövőbeli állapotait kiszámítani. Tehát ha az agy egy Turing-gép determinisztikusságával működik, akkor sem vagyunk képesek saját jövőbeli mentális állapotainkat megjósolni, s ezt az objektív tényt – szubjektíve – az akaratunk, illetve gondolkodásunk szabadságaként éljük meg.

191. A szabad akarat fenomenológiája tehát tökéletesen értelmezhető egy determinisztikus világban. Vegyük azonban észre, hogy mindez elmondható lett volna egy indeterminisztikus világban is. Más szóval, az akarat szabadságának fenomenológiája tökéletesen érzéketlen arra nézve, vajon a világ determinisztikus-e vagy sem.

[20]MacKay 1967.
[21]Popper 1988, 68. o.

11. fejezet

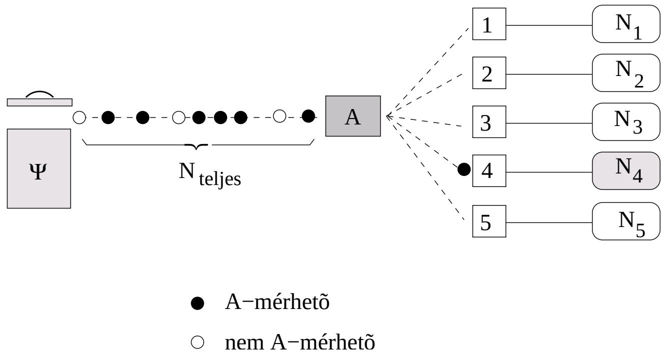
A paradoxonok feloldása

*...**nem igaz,** hogy a kvantummechanikában lenne elég empirikusan alátámasztott okunk azt állítani, hogy sérül a lokális realizmus, hogy más elvek – mint például a lokalitás – feladása nélkül nem lehet a világ rejtetten determinisztikus, hogy a kvantumjelenségekben megnyilvánuló valószínűségi jelleg ne lenne episztemikusan értelmezhető, hogy a kvantumjelenségek általában ne lennének beágyazhatóak egy lokális, determinisztikus és markovi világba.*

11.1. A kvantumstatisztika Fine-féle értelmezése

192. A **178.** pontban arra a konklúzióra jutottunk, hogy ha eltekintünk valamiféle konspiratív determinizmustól (vagyis feltesszük, hogy a (C) feltétel adott), akkor az EPR-, illetve GHZ-kísérletekkel kapcsolatban levezetett ellentmondásból logikailag két dolog következhet: Vagy nincs lokalitás a világban, tehát egy kísérlet kimenetele befolyásolható azzal, hogy egy távoli (fénykúpon kívüli) pontban milyen operációt hajtunk végre, vagy a realitás elemeinek relatív gyakorisága nem egyezik meg a kvantumvalószínűségekkel. Mint már említettük, a kvantummechanika alapkérdéseivel foglalkozó irodalomban általában az első konklúziót tekintik elfogadottnak, s ez persze az elé a nehézség – ha tetszik, paradoxon – elé állít bennünket, hogy elfogadjuk, a kvantumjelenségek egy szűk körében sérül a lokalitás elve, melyre sehol máshol nem látunk példát. Nem foglalkoztunk még a második lehetőséggel, azzal tehát, hogy a realitás bizonyos elemei – melyeknek létezésére az EPR-, illetve GHZ-kísérletekből következtettünk, legalábbis a realitás kritérium elfogadása, azaz a lokalitás feltételezése mellett – a feltételezésekkel szemben, mégsem a kvantumvalószínűségekkel megegyező relatív gyakoriságokkal fordulnak elő. Ez az alapgondolata a kvantumvalószínűségek Fine-féle értelmezésének.

193. Vizsgáljunk meg a 11.1. ábrán vázolt tipikus kvantummechanikai mérést. A mérés három szakaszból áll: A forrás emittálja azokat az objektumokat, melyeken majd a mérést végrehajtjuk. A forrásból kibocsájtott objektumok egy analizátoron „haladnak



11.1. ábra. *Egy tipikus kvantummechanikai mérés három szakaszból áll: Egy forrás produkálja azokat az objektumokat, amelyeken a mérést végrehajtjuk. Az emittált objektumok egy analizátoron „haladnak keresztül”, majd a mérés lehetséges kimenetelének megfelelő csatornában „detektáljuk” őket*

keresztül”, majd a mérés lehetséges kimeneteleinek megfelelő csatornában „detektáljuk őket”. (Az idézőjeles kifejezéseket csak szimbolikusan értjük, hiszen az objektum identitása általában nem követhető végig a mérési folyamatban, inkább csak arról van szó, hogy az analizátorba érkező objektum – a mérendő tulajdonságtól függően – valamelyik mérési eredménynek megfelelő folyamatot indít el, amely makroszkopikus szinten a detektor megszólalásában manifesztálódik.)

Legyen a szóban forgó mérés az $\widehat{A}$ operátorhoz tartozó fizikai mennyiség mérése. Amikor azt mondjuk, hogy a mért relatív gyakoriság a kvantummechanika jóslatával megegyezik, akkor a következőt értjük:

$$tr\left(\widehat{W}P_{\alpha_i}\right) = \frac{N_i}{\sum_i N_i}$$

ahol $\widehat{W}$ az adott kvantumstatisztikát jellemző állapotoperátor, P_{α_i} az i-ik lehetséges mérési kimenetelhez tartozó spektrálprojektor, N_i pedig az i-ik csatornában történő detektálások száma. Vagyis az $\frac{N_i}{N}$ relatív gyakoriság kiszámításakor az statisztikus sokaság elemeinek számaként az összes *detektálások* számát vesszük: $N = \sum_i N_i$.

Vegyük észre, hogy – szemben a szemléletünket meghatározó klasszikus fizikával, ahol egy objektum létezéséről és az objektum egy adott tulajdonságáról való ismeretszerzésünk két különböző aktus – a kvantummechanikai mérés során a forrás által emittált objektum létezéséről kizárólag abból értesülünk, hogy a mérés végén valamelyik csatornában a detektor megszólal. Vagyis az objektum létezéséről és annak egy adott tulajdonságáról való értesülésünk egyetlen aktusban történik.

Mindebből következik, hogy a kvantummechanikával összevetett „relatív gyakoriság” valójában egy szelektált sokaságon vett gyakoriság, tehát egy kondicionális valószínűségnek felel meg, arra a kondícióra nézve, hogy a szóban forgó objektum produkál *valamilyen* kimenetelt.

194. Nem új keletű az a megfigyelés, hogy a mérés során a forrás által produkált objektumoknak csak egy töredékén történik tényleges mérés, vagyis hogy az eredeti statisztikai sokaság becsült számossága N_{teljes} nagyobb, mint az összes detektálások száma $\sum_i N_i$. Ezt a jelenséget azonban hagyományosan a különböző random hibáknak szokás betudni, mindenekelőtt a detektorok nem 100%-os hatásfokának, valamint az analizátorban bekövetkező random abszorpcióknak. Természetesen, ha ez így lenne, akkor semmi különbség nem állhatna fenn a kísérletben mért relatív gyakoriságok és a teljes statisztikai sokaságon vett relatív gyakoriságok között, hiszen azok az elemei az eredeti sokaságnak, melyeken a mérés ténylegesen megtörténik, a vak véletlennek köszönhetően, random lennének kiválasztva, tehát egy szabályos random mintavételről beszélhetnénk. A kvantummechanikai mérések kiértékelése során széles körben elfogadott ez a hipotézis.

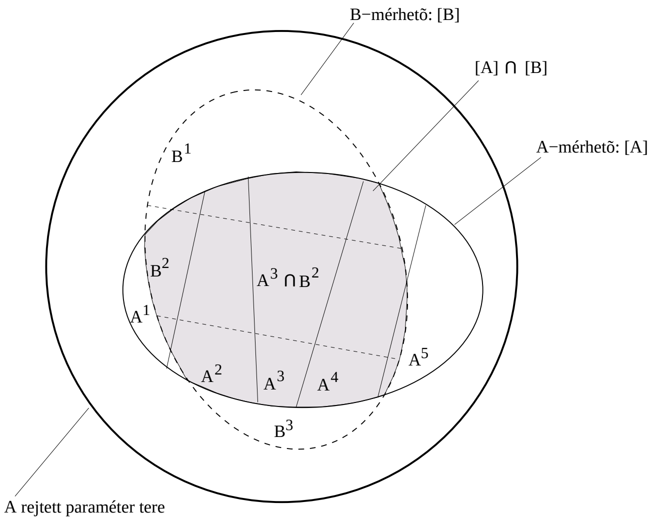
Arthur Fine (1982) megfontolásainak kiindulópontja éppen ennek a hipotézisnek a megkérdőjelezése, mondván, hogy éppen az ellenkezője az, amit plauzibilisnek tekinthetünk. Ha feltesszük ugyanis – s világosan kell látnunk, hogy a realitás kritérium elfogadása mellett, éppen a problematikusnak tekintett EPR és GHZ esetben nem is tehetünk mást, mint hogy ezt feltesszük –, hogy a forrásból kilépő objektumok rendelkeznek olyan immanens tulajdonságokkal, léteznek a realitásnak olyan elemei, melyek a mérés végeredményét determinálják, vagyis meghatározzák, hogy hogyan fog viselkedni az adott objektum a mérési folyamat során, a mérőberendezéssel történő kölcsönhatásban, akkor eléggé kézenfekvőnek tűnik az a feltételezés, hogy ezektől a tulajdonságoktól függ az is, hogy mondjuk az adott objektum áthalad-e az analizátoron, vagy elnyelődik. *Tehát az, hogy egy, a forrásból kilépő objektum ki lesz-e választva, és szerepet játszik-e majd a mérési statisztikánkban, függ attól, hogy milyen tulajdonságai vannak.* Vagyis az eredeti sokaságból történő „mintavétel” mindennek tekinthető, csak randomnak nem.[1]

195. Ez azt jelenti tehát, hogy a forrásból kilépő objektumok (esetleg rejtett) tulajdonságainak az $\widehat{A}$ operátorral jellemzett fizikai mennyiség szempontjából történő klasszifikációja nem merülhet ki az $\widehat{A} = \sum_i \alpha_i P_{\alpha_i}$ spektrálfelbontásban szereplő spektrálprojektorokkal, illetve a hozzájuk tartozó sajátértékekkel. Egy ilyen objektum nem csak $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ tulajdonságú lehet, hanem megjelenik egy új tulajdonság, amely az előzőekkel szemben arra predesztinálja a szóban forgó objektumot, hogy az A-mérés során hallgasson, ne produkáljon semmilyen eredményt. Ilyenkor azt fogjuk mondani, hogy az adott objektum „nem A-mérhető”.[2] Nem feltétlenül jelenti ez azt, hogy az adott objektumnak nincs olyan tulajdonsága, amely az A fizikai mennyiség valamely értékének felel meg, csupán arról van szó, hogy a (rejtett) tulajdonságainak egy bi-

[1] Képzeljünk el egy tálat, amiben 15 kék és 85 fehér csomagolású szaloncukor van, s a kék szaloncukorról már bebizonyosodott, hogy sokkal finomabb, mint a másik. Egy kisgyereket arra kérünk, vegyen magának a tálból tíz darabot. Ha a kiválasztás bekötött szemmel történik, akkor a kihúzott tíz szem között várhatóan 1-2 szem kék csomagolású lesz. Ha nem kötjük be a szemét, akkor biztos, hogy 10 kék szaloncukrot fog választani.

[2] Szemléletesen ez olyan, mintha az A operátor spektrumát tovább finomítottuk volna. Fine ezeket a rejtettparaméteres modelljeit „prizma modellnek” nevezte, utalva erre a szemléletes analógiára.

zonyos kombinációja nem teszi lehetővé, hogy az A-mérésben eljusson a detektorig.



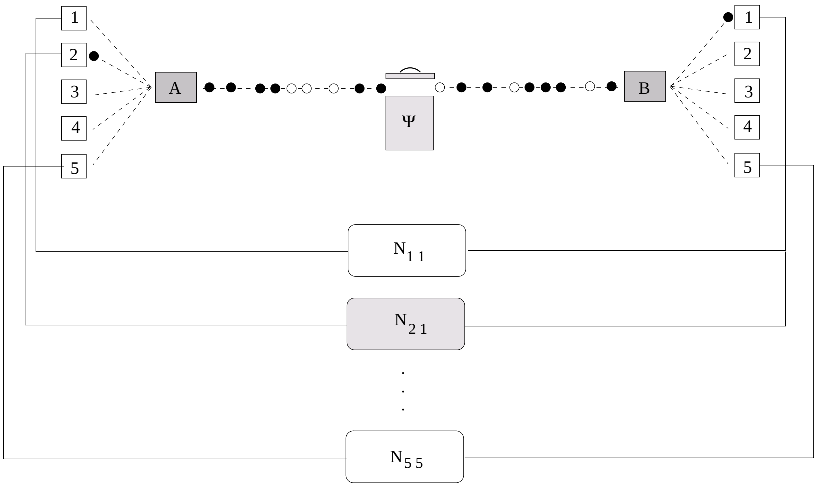
11.2. ábra. *A mérés során történteket determináló (rejtett) tulajdonságok (rejtett paraméter) terében történő kolmogorovi reprezentáció*

Ezeknek a tulajdonságoknak egy elképzelt klasszikus valószínűségi reprezentációjában – ha létezik ilyen, ezt még meg kell mutatnunk – lesz egy $[A]$-val jelölt részhalmaz, az „A-mérhető” tulajdonságot reprezentáló halmaz (11.2. ábra). $[A]$ komplementere nyilván a „nem A-mérhető” tulajdonságot reprezentálja majd. $[A]$ halmaz további halmazok diszjunkt uniójára bomlik, $[A] = A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \ldots$, ahol A^i az olyan tulajdonság reprezentánsa, amellyel rendelkező objektumok a mérés során az α_i eredményt produkálják. A kvantumvalószínűségek mint *kondicionális* valószínűségek lesznek reprezentálva:

$$tr\left(\widehat{W}P_{\alpha_i}\right) = p\left(A^i | [A]\right) \tag{11.1}$$

11.2. Kontextualitás kontextualitás nélkül

196. Vizsgáljuk most meg azt az esetet, amikor két különböző fizikai mennyiség mérését hajtjuk végre. Ehhez az szükséges, hogy egyetlen emittált objektumon két különböző mérést tudjunk szimultán végrehajtani. A 11.3. ábrán látható elrendezés egy tipikus példa erre az esetre. A forrás komplex rendszereket, például összefonódott állapotú többrészecske rendszereket emittál, s az egyik mérés az összetett rendszer olyan tulajdonságára vonatkozik, amely az egyik részecskén végrehajtható operációval, a másik a másik részecskén végrehajtható operációval megmérhető. Az „A-mennyiség értéke α_i *és* a B-mennyiség értéke β_j” konjunkció mint mérési eredmény akkor történik meg, ha a szóban forgó objektum rendelkezett a $[A] \cap [B]$ halmazzal reprezentált kettős mérhetőséggel (11.2. ábra), és ezen belül az $A^i \cap B^j$ halmazhoz tartozó tulajdonsággal.



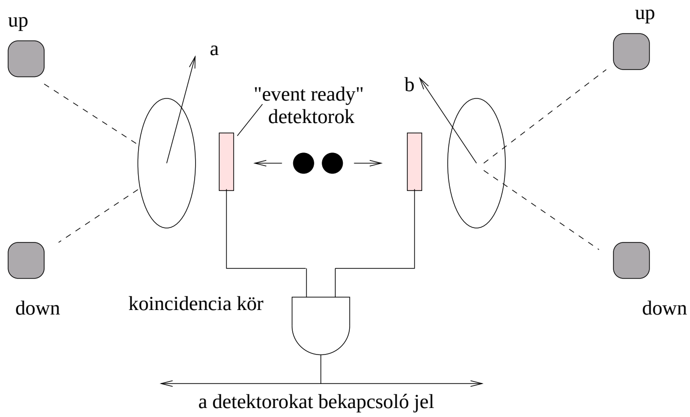
11.3. ábra. *A forrás összefonódott állapotú többrészecske rendszereket emittál. Az A-mérés az összetett rendszer olyan tulajdonságára vonatkozik, amely a bal oldali részecskén végrehajtható operációval, a B-mérés pedig a másik részecskén végrehajtható operációval megmérhető*

197. Hogyan is van az ilyen kísérleti elrendezésekben értelmezve a mért statisztika, és hogyan viszonyul ez a kvantummechanikából számolt kvantumvalószínűségekhez? Érdemes ebből a szempontból összehasonlítanunk azt az eredeti gondolatkísérleti elrendezést, melyet Bell használt az 1971-es cikkében a Bell-egyenlőtlenségek levezetéséhez, valamint a valóságban végrehajtott EPR-típusú spin-korrelációs kísérletek sémáját (11.4. és 11.5. ábra). A gondolatkísérletben egy „event ready" detektorpár figyeli, mikor emittál a forrás egy korreláló részecskepárt, és jelzést ad a jobb és bal oldali detektoroknak, hogy most kell mérniük. Erre azért van szükség, hogy kiszűrjék a detektorokhoz érkező részecskék közül azokat, amelyek valóban összetartozóak. Mármost a valóságban az „event ready" detektálás megoldhatatlan, mert egy ilyen detektor megsemmisítené, de legalábbis depolarizálná a mérendő részecskéket.[3] A valóságos kísérletekben[4] az összetartozó párok kiszűrését úgy oldják meg, hogy egy koincidencia kör figyeli, van-e *egyidejű detektálás* a bal és jobb oldalon, és csak ebben az esetben lépteti a detektorokhoz kapcsolt számlálókat. Vagyis a valóságos kísérletben felvett statisztikába az események csak akkor számítanak bele, ha a bal és jobb oldali detektorok egyszerre detektálnak.

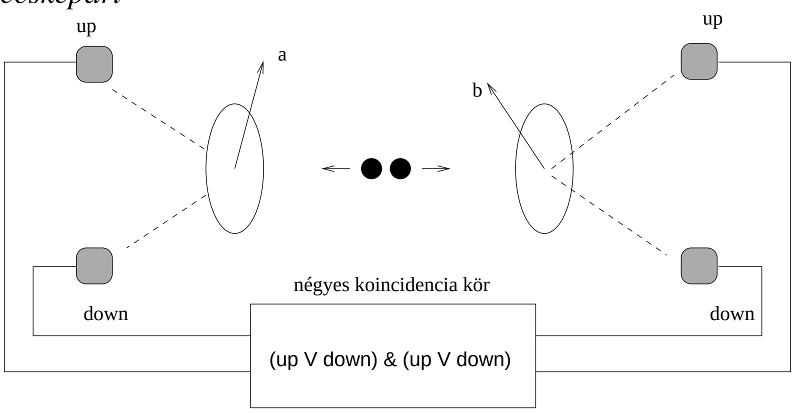
Ugyanez elmondható a ténylegesen megvalósított EPR-kísérletekre is.[5] Általában azt mondhatjuk tehát, hogy a konjunkció kvantumvalószínűsége

$$tr\left(\widehat{W}P_{\alpha_i}P_{\beta_j}\right) = \frac{N_{ij}}{\sum_{i,j}N_{ij}}$$

[3] Clauser és Shimony 1978.
[4] Például, Aspect *et al.* 1981.
[5] Bouwmeester *et al.* 1999.



11.4. ábra. *Bell által az eredeti 1971-es cikkében elgondolt kísérleti elrendezés, melynek alapján az egyenlőtlenségeket levezette. Az „event ready" detektorok egy koincidencia körön keresztül jelzik a négy detektornak, hogy a forrás kisugárzott egy összetartozó részecskepárt*



11.5. ábra. *Ezzel szemben, a valóságos spin-korrelációs kísérletekben az összetartozó részecskepárok kiszűrése úgy történik, hogy egy koincidencia kör figyeli, hogy van-e egyidejű detektálás a bal és jobb oldalon, és csak ebben az esetben lépteti a számlálókat* ahol N_{ij} az α_i illetve a β_j csatornákban történő szimultán detektálások száma. Azaz, a 11.2. ábrán látható reprezentációban

$$tr\left(\widehat{W}P_{\alpha_i}P_{\beta_j}\right) = p\left(A^i \cap B^j | [A] \cap [B]\right) \tag{11.2}$$

Ebben az értelemben igaz, hogy a kísérletek a kvantummechanikával egyező eredményt mutatnak. Mindez azt jelenti tehát, hogy az, hogy <a bal oldali részecske spinvetülete az **a** irányba „up”> esemény beleszámít-e a statisztikába vagy nem, attól függ, hogy a másik részecske átmegy-e a szelekción, ami viszont – a rejtett tulajdonságok ugyanolyan kombinációja mellett – attól függ, hogy milyen **b** irányt választunk a másik oldalon. Vagyis a dolog úgy működik, *mintha* hatása lenne a bal oldalon történtekre annak, hogy milyen mérést választunk a jobb oldalon.[6]

198. Ha létezik a 11.2. ábrán vázolt rejtettparaméteres reprezentáció, akkor nem kell tovább foglalkoznunk a mérések választását és végrehajtását jelentő $a, b, \ldots$ eseményekkel. Ha feltételezzük ugyanis, hogy ezek az események függetlenek egymástól is és az objektumok tulajdonságaitól is, akkor például

$$\begin{aligned} p\left(\widetilde{A}^i \cap \widetilde{B}^j | [A] \cap [B] \cap a \cap b\right) &= \frac{p\left(A^i \cap B^j \cap [A] \cap [B] \cap a \cap b\right)}{p\left([A] \cap [B] \cap a \cap b\right)} \\ &= \frac{p\left(A^i \cap B^j\right) p(a)\, p(b)}{p\left([A] \cap [B]\right) p(a)\, p(b)} \\ &= p\left(A^i \cap B^j | [A] \cap [B]\right) \end{aligned}$$

ahol $\widetilde{A}^i = A^i \cap a$, $\widetilde{B}^j = B^j \cap b$ azokat az eseményeket jelöli, hogy például az objektum rendelkezik az A^i tulajdonsággal, és végre is hajtjuk az A-mérést, s ennek megfelelően effektíve detektáljuk is az eredményt.

199. Ki kell emelnünk, hogy a kvantumstatisztikák Fine-féle értelmezése kizárólag a kísérleti elrendezések logikai sémáján alapul, és semmi köze a detektorok esetleg alacsony hatásfokához, melyekből valóban származhatnak random detektálási hibák. A Fine-interpretáció lényege, hogy a rejtett paraméter által determinált szisztematikus jelenségeket tételez fel, s eközben a detektorok hatásfoka lehet 100% is.

Érdemes egy szót fűznünk Bell idegenkedéséhez is. Ezt írja:[7]

> ... nehéz elhinnem, hogy a kvantummechanika oly szépen működjön, mindaddig, amíg a laboratóriumi berendezéseink hatékonysága rossz, de azonnal sérülni kezdjen, amint e berendezések hatásfokát megjavítjuk.

[6] Fine kimutatta, hogy a „kontextualitásnak” ez a fajta értelmezése, legalábbis csírájában, Einstein több írásában is, és az EPR-cikk megjelenését követő levelezésében is felfedezhető. (Fine 1986, 52. o.)

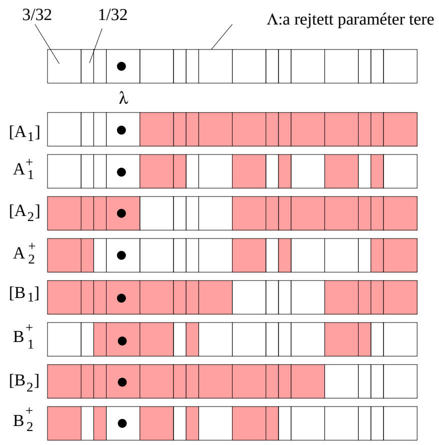
[7] Bell 1987, 154. o.

A Fine-féle elképzelés egy tudományos hipotézis, abban a popperiánus értelemben, hogy megcáfolható. Csupán meg kell tudni mondani, hogy mennyi a detektálás/emisszió hányados az egyes mérésekben, és ha az magasabb, mint a Fine-interpretációban megengedett felső limit, akkor a hipotézis megbukott. Tudomásom szerint nem született még olyan kísérleti eredmény, amely megcáfolta volna.

Visszatérve Bell megjegyzésére, Fine hipotézise alapján nem azt várjuk, hogy a hatásfok javításával a kvantummechanika sérülni fog, hanem, hogy nem lehetséges a hatásfokot egy bizonyos határon túl növelni. Ezt a határt egyébként – áttételesen – éppen a Bell-egyenlőtlenségek jelölik ki. Hasonlattal élve, a termodinamika második főtételéből következik, hogy bizonyos hőerőgépek hatásfoka meghatározott értéknél nem lehet nagyobb. Senkinek se jutna eszébe ezt úgy felfogni, hogy „furcsa lenne, hogy a termodinamika jól működik mindaddig, amíg az erőgépeink hatásfoka rossz, és sérülni kezd, amint a gépeinket feljavítjuk”.

11.3. Az EPR-kísérlet Fine-modellje

200. Miután látjuk a Fine-féle megoldás általános körvonalait, most két konkrét esetben, az EPR- és a GHZ-kísérletre vonatkozóan megmutatjuk, hogy létezik a 11.2. ábrán vázolt rejtett paraméter tér, amely eleget tesz a (11.1) és (11.2) feltételeknek.



11.6. ábra. *Az EPR-kísérlet Fine-féle lokális rejtettparaméteres modellje. A $\lambda \in \Lambda$ paraméter a szabadon választott mérések tetszőleges kombinációja mellett teljes egészében meghatározza, hogy mi fog történni a mérések során. Az EPR események mindegyike egy-egy besatírozott tartománnyal van reprezentálva*

Az EPR-kísérlet egy Fine-féle lokális rejtettparaméteres modelljét mutatja a 11.6. ábra, arra a Clauser–Horne-egyenlőtlenségeket maximálisan sértő esetre vonatkozóan, amikor a kvantumvalószínűségek a (9.17)–(9.19) formulákban megadott értékeket vesznek fel. A rejtett paraméter tere, Λ, egy egységnyi mértékű téglalap, melyet $\frac{3}{32}$ és $\frac{1}{32}$ mértékű tartományokra osztunk. A 11.2. ábrán látható reprezentáció mintájára, az EPR események mindegyike egy-egy besatírozott tartománnyal van reprezentálva. Pontosabban, az ábrán csak a „spin-up” eseményeket adjuk meg, például a <bal oldali részecske spinje az $\mathbf{a}_1$irányban „down”> esemény az $A_1^- = [A_1] \setminus A_1^+$ halmazzal lenne reprezentálva, de ezt külön nem jelöltük. A $\lambda \in \Lambda$ paraméter a szabadon választott mérések tetszőleges kombinációja mellett teljes egészében meghatározza, hogy mi fog történni a mérések során. Például, a fekete ponttal jelölt paraméterérték esetén: Ha a bal oldali részecskén elvégezzük az $\mathbf{a}_1$ irányú spinmérést, akkor nem kapunk eredményt, tehát sem az „up”, sem a „down” detektor nem szólal meg. Ha az $\mathbf{a}_2$ irányba mérünk, akkor van eredmény, a „spin-down” detektor jelez. Ha a jobb oldalon a $\mathbf{b}_1$ irányú mérést hajtjuk végre, az eredmény, „up”. $\mathbf{b}_2$ esetén, „down”. Ha most a bal oldalon az $\mathbf{a}_1$, a jobb oldalon a $\mathbf{b}_1$ irányba mérünk, akkor a bal oldali részecske nem lesz detektálva, a jobb oldali igen. Mivel nincs detektálási koincidencia, ez a részecskepár kiesik a mérési statisztikából. Ezzel szemben, ha a bal oldali részecskén az $\mathbf{a}_2$ irányú mérést hajtjuk végre, és a jobb oldalin továbbra is a $\mathbf{b}_1$ irányút, akkor van koincidencia, tehát az események teljes számát regisztráló számláló is, valamint a B_1^+-számláló is lép egyet.

A 11.5. ábrán látható kísérleti elrendezésnek megfelelően, a modell reprodukálja a valóságos kísérletet, tudniillik

$$\begin{aligned}
p\left(A_i^+ | [A_i] \cap [B_j]\right) &= \frac{8/32}{16/32} = \frac{1}{2} \quad i,j = 1,2 \\
p\left(A_i^+ \cap B_j^+ | [A_i] \cap [B_j]\right) &= \frac{6/32}{16/32} = \frac{3}{8} \quad (i,j) = (1,1),(1,2),(2,2) \\
p\left(A_2^+ \cap B_1^+ | [A_2] \cap [B_1]\right) &= 0
\end{aligned}$$

és ez pontosan megegyezik a (9.17)–(9.19) formulákban megadott értékekkel.

201. A Fine-féle lokális rejtettparaméteres modell egyik lényeges jellemzője, hogy a forrásból emittált részecskepárok közül nem mindegyiket detektáljuk. Ebből a szempontból a modellt a következőkkel jellemezhetjük:[8]

$$\left.\begin{aligned}
S = p([A_i]) = p\left([B_j]\right) &= 0.75 \\
D = p\left([A_i] \cap [B_j]\right) &= 0.5
\end{aligned}\right. \qquad i,j = 1,2$$

Ha tehát a valóságos mérésekben akár az S „single efficiency”, akár a D „double efficiency” értéke nagyobb lenne, mint 0.75, illetve 0.5, az az EPR-paradoxon Fine-féle feloldásának kísérleti cáfolatát jelentené. Pontosabban, a fenti modellt csupán egyszerűsége miatt mutattuk meg, a detektálás/emisszió hányados szempontjából

[8] Ebben a modellben, mint látjuk, nem teljesül a $D = S^2$ feltétel, amelyet gyakran megkövetelnek abból a megfontolásból, hogy a jobb és bal oldalon bekövetkező „random detektálási hibák” egymástól függetlenek. A Fine-féle megoldás szelleme azonban éppen ellentétes ezzel a hipotézissel, hiszen nem „random detektálási hibákról” van szó, hanem a részecskék rejtett tulajdonságaiból következő, reguláris jelenségekről, melyeknek közös oka, eredete van (a rejtett paraméter értéke), tehát nem valószínű, hogy statisztikusan függetlenek lennének. A Fine-féle modellek, ha kell, „közkívánatra” tudják teljesíteni ezt a $D = S^2$ feltételt, csak nincs különösebb értelme.

lényegesen jobb modellek is megadhatók. A Bell-egyenlőtlenségekből egyébként levezethető[9], hogy az EPR szcenárióra vonatkozó Fine-féle modellekben S maximális értéke $S_{max} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0.85$ lehet. Ennél magasabb detektálás/emisszió hányados esetén már nem reprodukálható a Bell-egyenlőtlenségek sérülése. *Ezzel szemben, a ma legjobb EPR-típusú spin-korrelációs kísérletben* $S = 0.05$ *és* $D = 0.0025$, *vagyis jóval alatta marad ezeknek az elvi határoknak.*[10]

11.4. A $\infty\times\infty$ modell

202. Úgy tűnhet, hogy megoldottnak tekinthetjük az EPR-problémát. Vegyük azonban észre, hogy a lokális rejtettparaméter modell, melynek létezését beláttuk, egyelőre csak egy 2×2-es spin-korrelációs kísérletet ír le, vagyis olyat, amelyben két lehetséges irány közül választhatunk mindkét oldalon. Annak ellenére, hogy ez lefedi a tényleges kísérleti elrendezést, nem elégséges az EPR-probléma megoldásához. A 2×2-es elrendezés elegendő akkor, ha egy *no go* tételben használjuk fel, egy negatív eredmény bizonyításában: „Íme, itt egy egyszerű eset, amelynek nem létezhet lokális rejtettparaméteres modellje, tehát a lokális realizmust el kell vetnünk." Nem elég azonban a pozitív állításhoz. A 2×2-es kísérletben tetszőleges $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ irányokat választhattunk volna, s ha igaz, hogy a világ a Fine-féle lokális rejtettparaméteres modell szerint működik, akkor a modellnek egyszerre le kell fednie az összes lehetséges 2×2-es esetet, hiszen a világban végbemenő folyamat, nem tudhat arról, hogy a két mérőhelyen a laboránsok milyen $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ irányokra állítják be a berendezéseket. Tehát az EPR-probléma megoldásához egy teljes, $\infty\times\infty$-típusú modell felmutatására van szükség.

203. A modell kibővítése azonban nem problémamentes. A **200.** pontban bemutatott modellnek az $n\times n$-es esetre való kézenfekvő kiterjesztése a következő kellemetlen tulajdonsággal rendelkezik: Jelölje S_n^{max} az $n\times n$-es modellben elérhető maximális detektálás/emisszió hányadost. Megmutatható,[11] hogy $\lim_{n\to\infty} S_n^{max} = 0$. Ez tehát azt jelenti, hogy az ideális $\infty\times\infty$ esethez közelítve a detektálás/emisszió hatásfok zérushoz tart, s ez nyilvánvaló ellentmondásban áll a tapasztalattal, hiszen ha S értéke alacsony is a reális kísérletekben ($S = 0.05$), de nem zérus.

[9] Garg és Mermin 1987.

[10] Lásd Weihs *et al.* 1998. Megjegyzendő, hogy S és D értéke csak becsült érték. Köszönettel tartozom Gregor Weihsnek és Anton Zeilingernek a kísérlet részleteiről adott információért, melyből többek között kiderült, hogy S értékét a $D = S^2$ hipotézis mellett állapították meg, úgy, hogy – s ez az általuk végzett mérés egyik újdonsága volt – a fotonok detektálásának pontos idejét két, előzetesen szinkronizált atomórával külön mérték a jobb és bal oldalon. Az adatokat két külön komputerben tárolták, és utólag vetették egybe. A koincidenciákon kívül, így mód volt arra is, hogy megállapítsák az egy-foton detektálások számát is. Feltételezve, hogy $D = S^2$, a két-foton detektálások száma osztva az egy-foton detektálások számával megadja S értékét. Noha a Fine-modell keretei között indokolatlan a $D = S^2$ feltevés, a vázolt módszerrel mégis jó becslést kapunk S-re.

[11] Sharp és Shank 1985; Fine 1991; Maudlin 1994.

Fine egy 1991-ben bebizonyított tételéből[12] következik, hogy ez a probléma fennáll az EPR-kísérlet Fine-féle modelljeinek egy igen széles osztályára, melyek eleget tesznek bizonyos feltételeknek. Ez az eredmény több évre lehűtötte a Fine-féle rejtett-paraméteres modellekkel szembeni várakozásokat, mert maga Fine is úgy vélte, hogy ezek a feltételek nyilvánvaló következményei a modelltől elvárható természetes fizikai szimmetriáknak, s így minden fizikailag releváns elképzelhető modell szükségszerűen rendelkezik ezzel a nem kívánatos „$\lim_{n\to\infty} S_n^{max} = 0$” tulajdonsággal. Mint később kiderült,[13] ez a vélekedés alaptalan volt, a modelltől elvárható szimmetriákból nem feltétlenül következnek a Fine által bizonyított tétel kondíciói, s így elvben a modellek egy széles osztálya létezhet, melyekre nem igaz, hogy $n \to \infty$ esetén a detektálás hatásfokának zérushoz kell tartania.

204. Most megadjuk az EPR-kísérlet egy $\infty \times \infty$ Fine-féle lokális rejtettparaméteres modelljét.[14] Jelölje α és β a két polarizációs szöget a bal, illetve a jobb oldalon. A modellben a következő dolgokat kell reprezentálni:

1. Az „up” és „down” mérési eredményeknek megfelelő események kontinuum halmaza:
$$A_\alpha^+, A_\alpha^-, B_\beta^+, B_\beta^- \qquad \alpha,\beta \in [0,\pi]$$
együtt az alábbi konjunkciókkal:
$$\left.\begin{array}{l} A_\alpha^+ \wedge B_\beta^+ \\ A_\alpha^+ \wedge B_\beta^- \\ A_\alpha^- \wedge B_\beta^+ \\ A_\alpha^- \wedge B_\beta^- \end{array}\right. \qquad \alpha,\beta \in [0,\pi]$$

2. Az „A_α-mérhető” és „B_β-mérhető” eseményeket:
$$\begin{array}{rcl} A_\alpha & = & A_\alpha^+ \vee A_\alpha^- \\ B_\beta & = & B_\beta^+ \vee B_\beta^- \end{array} \qquad \alpha,\beta \in [0,\pi]$$
együtt azokkal az algebrai relációkkal, melyek ezekből következnek.

3. A fenti események kvantumvalószínűségei:
$$\begin{gathered} p\left(A_\alpha^+ | A_\alpha \wedge B_\beta\right) = p\left(A_\alpha^- | A_\alpha \wedge B_\beta\right) \\ = p\left(B_\beta^+ | A_\alpha \wedge B_\beta\right) = p\left(B_\beta^- | A_\alpha \wedge B_\beta\right) = \frac{1}{2} \\ p\left(A_\alpha^+ \wedge B_\beta^+ | A_\alpha \wedge B_\beta\right) \end{gathered} \tag{11.3}$$

[12] Fine 1991.

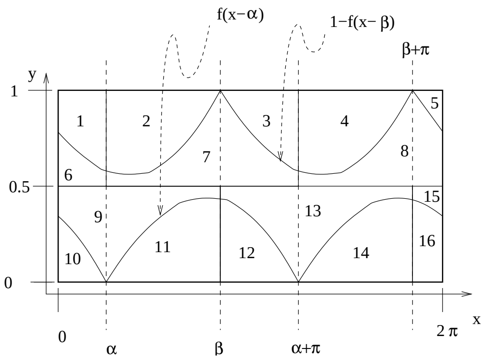
[13] E. Szabó 2000b.

[14] A itt ismertetett modell egy kissé javított változata a Larsson 1999c-ben közölt modellnek.

$$= p\left(A_\alpha^- \wedge B_\beta^- | A_\alpha \wedge B_\beta\right)$$
$$= \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \tag{11.4}$$
$$p\left(A_\alpha^+ \wedge B_\beta^- | A_\alpha \wedge B_\beta\right)$$
$$= p\left(A_\alpha^- \wedge B_\beta^+ | A_\alpha \wedge B_\beta\right)$$
$$= \frac{1}{2}\cos^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \tag{11.5}$$

4. A kísérleti elrendezésnek vannak nyilvánvaló szimmetriái: (S1) A bal és a jobb oldal közül egyik sem kitüntetett. (S2) Nincs kitüntetett irány a polarizátor lehetséges pozíciói között. Más szóval,

$$p(A_\alpha) = p\left(B_\beta\right) = S = \text{konstans} \tag{11.6}$$
$$p\left(A_\alpha \wedge B_\beta\right) = D(\alpha-\beta) \tag{11.7}$$



11.7. ábra. *A rejtett paraméter tere egy* $1 \times 2\pi$ *méretű téglalap. A valószínűségeloszlás homogén,* $f(x) = \frac{1}{2}|\sin x|$. *Az eseményeket az ábrán látható különböző számozott tartományok uniójaként reprezentáljuk*

205. A rejtett paraméter tere egy $1 \times 2\pi$ méretű téglalap, melyet a 11.7. ábrán látható módon 16 tartományra osztunk fel. A tartományok kijelölésében használt függvény: $f(x) = \frac{1}{2}|\sin x|$. A tartományok valószínűségét a területük/2π formula határozza meg, tehát egy egyre normált uniform valószínűségi eloszlást használunk. A eseményeket az ábrán látható számozott tartományok uniójaként reprezentáljuk:

$$\begin{aligned}
A_\alpha &= 1\cup 2\cup 3\cup 4\cup 5\cup 6\cup 7\cup 8\cup 10\cup 11\cup 12\cup 14\cup 16 \\
B_\beta &= 1\cup 2\cup 3\cup 4\cup 5\cup 9\cup 10\cup 11\cup 12\cup 13\cup 14\cup 15\cup 16 \\
A_\alpha^+ &= 2\cup 7\cup 3\cup 11\cup 12
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A^-_\alpha &= 1\cup 6\cup 10\cup 4\cup 5\cup 8\cup 14\cup 16\\
B^+_\beta &= 15\cup 16\cup 5\cup 9\cup 10\cup 11\cup 1\cup 2\\
B^-_\beta &= 12\cup 13\cup 14\cup 3\cup 4
\end{aligned}$$

A konstrukciónak köszönhetően a (11.6) és (11.7) szimmetriafeltételek, valamint (11.3) automatikusan teljesül. Könnyen verifikálható, hogy az adott reprezentáció teljesíti a (11.4)–(11.5) egyenleteket is, például

$$\begin{aligned}
p\left(A^+_\alpha\wedge B^+_\beta|A_\alpha\wedge B_\beta\right) &= \frac{p\left(A^+_\alpha\wedge B^+_\beta\right)}{p\left(A_\alpha\wedge B_\beta\right)}\\
&= \frac{\frac{2}{2\pi}\int_0^{\beta-\alpha}\int_0^{\frac{1}{2}|\sin x|}dydx}{\frac{2}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{1}{2}|\sin x|}dydx} = \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)
\end{aligned}$$

Az egyrészecske-detektálás/emisszió arány is könnyen kiszámítható:

$$S = p\left(A_\alpha\right) = \frac{1}{2}+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\frac{1}{2}|\sin x|}dydx = \frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\approx 0.82$$

11.5. A GHZ-kísérlet egy teljes, $\infty\times\infty\times\infty$ Fine-féle lokális rejtettparaméteres modellje

206. Az EPR-kísérlet esetén már bemutattuk a Fine-féle lokális rejtettparaméteres modellek működését, ezért eltekintünk attól, hogy a GHZ-kísérlet esetében is először egy véges „játékmodellt” konstruáljunk.[15] A **202.** pontban mondottaknak megfelelően a GHZ paradoxon feloldásához is egy teljes, $\infty\times\infty\times\infty$ Fine-féle lokális rejtettparaméteres modell létezését kell megmutatnunk.[16]

Kényelmi okokból vezessük be a három fázisszög átparaméterezését:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \phi_a-\tfrac{\pi}{6}\\
\beta &= \phi_b-\tfrac{\pi}{6}\\
\gamma &= \phi_c-\tfrac{\pi}{6}
\end{aligned}$$

A **204.** pont mintájára most is érdemes összegeznünk, mit is kell a modellnek reprezentálnia:

1. A mérési eredményeknek megfelelő események kontinuum halmaza,

$$A^+_\alpha, A^-_\alpha, B^+_\beta, B^-_\beta, C^+_\gamma, C^-_\gamma\ \alpha,\beta,\gamma\in[0,2\pi]$$

[15] Természetesen lehet ilyen $2\times2\times2$-modelleket alkotni. Lásd Larsson 1998, 1999a, 1999b; E. Szabó és Fine 2002.

[16] Az itt ismertetett modell alapja: E. Szabó és Fine 2002.

és hármas konjunkcióik:

$$\left.\begin{array}{c} A_\alpha^+ \wedge B_\beta^+ \wedge C_\gamma^+ \\ A_\alpha^+ \wedge B_\beta^+ \wedge C_\gamma^- \\ \vdots \\ A_\alpha^- \wedge B_\beta^- \wedge C_\gamma^- \end{array}\right. \quad \alpha,\beta,\gamma \in [0,2\pi]$$

2. A mérhetőséget jelentő események:

$$\begin{array}{rcl} A_\alpha &=& A_\alpha^+ \vee A_\alpha^- \\ B_\beta &=& B_\beta^+ \vee B_\beta^- \\ C_\gamma &=& C_\gamma^+ \vee C_\gamma^- \end{array} \quad \alpha,\beta,\gamma \in [0,2\pi]$$

együtt a belőlük következő algebrai relációkkal.

3. A fenti események kvantumvalószínűségei:

$$\begin{aligned} & p\left(A_\alpha^+ | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(A_\alpha^- | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(B_\beta^+ | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(B_\beta^- | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(C_\gamma^+ | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(C_\gamma^- | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) = \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{11.8}$$

$$\begin{aligned} & p\left(A_\alpha^+ \wedge B_\beta^+ \wedge C_\gamma^+ | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(A_\alpha^- \wedge B_\beta^- \wedge C_\gamma^+ | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(A_\alpha^- \wedge B_\beta^+ \wedge C_\gamma^- | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(A_\alpha^+ \wedge B_\beta^- \wedge C_\gamma^- | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= \frac{1}{8}\left(1-\cos\left(\alpha+\beta+\gamma\right)\right) \end{aligned} \tag{11.9}$$

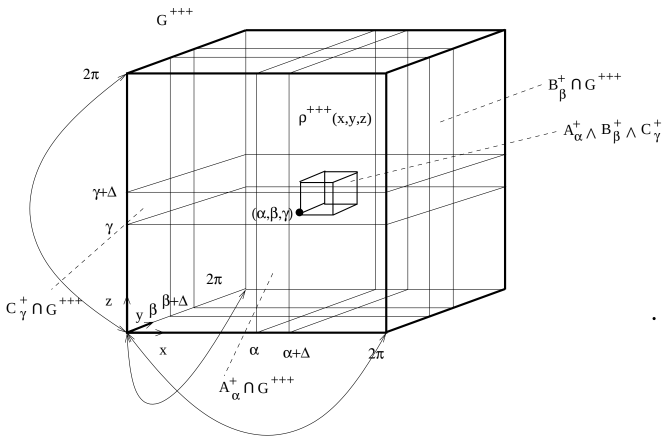
$$\begin{aligned} & p\left(A_\alpha^- \wedge B_\beta^+ \wedge C_\gamma^+ | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(A_\alpha^+ \wedge B_\beta^- \wedge C_\gamma^+ | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(A_\alpha^+ \wedge B_\beta^+ \wedge C_\gamma^- | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= p\left(A_\alpha^- \wedge B_\beta^- \wedge C_\gamma^- | A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma\right) \\ &= \frac{1}{8}\left(1+\cos\left(\alpha+\beta+\gamma\right)\right) \end{aligned} \tag{11.10}$$

a (9.44)–(9.45) formulákkal összhangban.

4. A kísérleti elrendezés szimmetriája: Egyik mérőhelynek sincs kitüntetett szerepe, azaz

$$p(A_\alpha) = p(B_\beta) = p(C_\gamma) = S = \text{konstans} \tag{11.11}$$

$$\begin{aligned} p(A_\alpha \wedge B_\beta \wedge C_\gamma) &= p(A_\beta \wedge B_\alpha \wedge C_\gamma) \\ &= p(A_\gamma \wedge B_\beta \wedge C_\alpha) = \dots \end{aligned} \tag{11.12}$$



$\dots$

11.8. ábra. *A rejtett paraméter tere nyolc tartomány, G^{+++}, G^{++-},...G^{---} unója. Az első ilyen tartományt mutatja az ábra*

A rejtett paraméter tere nyolc tartomány, G^{+++}, G^{++-},...G^{---} unója. Ezek mindegyike egy $S^1 \times S^1 \times S^1$ tér, melyet egy $(2\pi) \times (2\pi) \times (2\pi)$ kiterjedésű kockával reprezentálunk úgy, hogy a 0 és 2π koordinátájú pontokat azonosítjuk. (Az első ilyen tartományt mutatja a 11.8. ábra.) A normált valószínűségi mértéket nyolc nem negatív $\rho^{+++}, \dots \rho^{---}$ sűrűséggel definiáljuk, úgy, hogy

$$\begin{aligned} &\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \rho^{+++}(x,y,z)dxdydz \\ +&\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \rho^{-++}(x,y,z)dxdydz \\ \dots+&\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \rho^{---}(x,y,z)dxdydz \quad = \quad 1 \end{aligned}$$

Az események reprezentációja a következő:

$$\begin{aligned} A^+_\alpha \quad = \quad & \left\{(x,y,z) \in G^{+++} \,|\alpha \le x \le \alpha+\Delta\right\} \\ \cup \quad & \left\{(x,y,z) \in G^{+-+} \,|\alpha \le x \le \alpha+\Delta\right\} \\ \cup \quad & \left\{(x,y,z) \in G^{+--} \,|\alpha \le x \le \alpha+\Delta\right\} \\ \cup \quad & \left\{(x,y,z) \in G^{+--} \,|\alpha \le x \le \alpha+\Delta\right\} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
A_\alpha^- &= \left\{(x,y,z)\in G^{-++}\,|\alpha\le x\le\alpha+\Delta\right\}\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{-+-}\,|\alpha\le x\le\alpha+\Delta\right\}\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{--+}\,|\alpha\le x\le\alpha+\Delta\right\}\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{---}\,|\alpha\le x\le\alpha+\Delta\right\}\\
&\vdots\\
C_\gamma^- &= \left\{(x,y,z)\in G^{++-}\,|\gamma\le z\le\gamma+\Delta\right\}\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{-+-}\,|\gamma\le z\le\gamma+\Delta\right\}\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{+--}\,|\gamma\le z\le\gamma+\Delta\right\}\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{---}\,|\gamma\le z\le\gamma+\Delta\right\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A_\alpha^+\wedge B_\beta^+\wedge C_\gamma^+ &= \left\{(x,y,z)\in G^{+++}\;\middle|\;\begin{array}{c}\alpha\le x\le\alpha+\Delta\\ \beta\le y\le\beta+\Delta\\ \gamma\le z\le\gamma+\Delta\end{array}\right\}\\
A_\alpha^-\wedge B_\beta^+\wedge C_\gamma^+ &= \left\{(x,y,z)\in G^{-++}\;\middle|\;\begin{array}{c}\alpha\le x\le\alpha+\Delta\\ \beta\le y\le\beta+\Delta\\ \gamma\le z\le\gamma+\Delta\end{array}\right\}\\
&\vdots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A_\alpha &= \left\{(x,y,z)\in G^{+++}\,|\alpha\le x\le\alpha+\Delta\right\}\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{-++}\,|\alpha\le x\le\alpha+\Delta\right\}\\
&\quad\vdots\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{---}\,|\alpha\le x\le\alpha+\Delta\right\}\\
&\vdots\\
C_\gamma &= \left\{(x,y,z)\in G^{+++}\,|\gamma\le z\le\gamma+\Delta\right\}\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{-++}\,|\gamma\le z\le\gamma+\Delta\right\}\\
&\quad\vdots\\
&\cup \left\{(x,y,z)\in G^{---}\,|\gamma\le z\le\gamma+\Delta\right\}
\end{aligned}
$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy a következő *Ansatz* garantálja a (11.11) és (11.12) szimmetriafeltételeket:

$$
\begin{aligned}
\rho^{+++}(x,y,z) &= \rho^{--+}(x,y,z)=\rho^{-+-}(x,y,z)\\
&= \rho^{+--}(x,y,z)=f(x+y+z)\rho(x+y+z) \qquad (11.13)\\
\rho^{-++}(x,y,z) &= \rho^{+-+}(x,y,z)=\rho^{++-}(x,y,z)\\
=\rho^{---}(x,y,z) &= \left(\frac{1}{4}-f(x+y+z)\right)\rho(x+y+z) \qquad (11.14)
\end{aligned}
$$

ahol ρ és f tetszőleges nem negatív függvények, melyek kielégítik a következő normálási feltételeket:

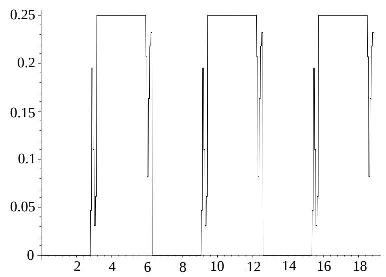
$$\int_0^{2\pi+\Delta}\int_0^{2\pi+\Delta}\int_0^{2\pi+\Delta}\rho(x+y+z)dxdydz=1 \tag{11.15}$$

$$0\le f(w)\le\tfrac{1}{4}\quad w\in[0,6\pi] \tag{11.16}$$

A valószínűségi mértéket, azaz a ρ és f függvényeket úgy kell megadnunk, hogy azok reprodukálják a (11.8)–(11.10) kvantumvalószínűségeket. A (11.13)–(11.16) konstrukciónak köszönhetően (11.8) automatikusan teljesül, továbbá ha ρ és f kielégíti a (11.9) feltételt, akkor automatikusan kielégíti a (11.10) egyenletet is. Így az egyetlen megoldandó egyenlet:

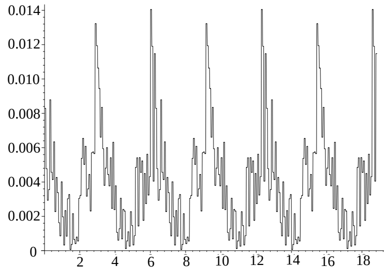
$$\frac{\int_\gamma^{\gamma+\Delta}\int_\beta^{\beta+\Delta}\int_\alpha^{\alpha+\Delta}f(x+y+z)\rho(x+y+z)dxdydz}{\int_\gamma^{\gamma+\Delta}\int_\beta^{\beta+\Delta}\int_\alpha^{\alpha+\Delta}\rho(x+y+z)dxdydz}=\frac{1}{8}(1-\cos(\alpha+\beta+\gamma)) \tag{11.17}$$

Olyan nem negatív, a $[0,6\pi]$ intervallumon értelmezett $\rho(w)$ és $f(w)$ valós függvényeket keresünk tehát, melyek kielégítik a (11.17) egyenletet és a (11.15) valamint a (11.16) kondíciókat. Tudjuk, hogy $f(w)=0$ ha $w\in\bigcup_{k=0,1,2,3}[2k\pi,2k\pi+3\Delta]$, mert $\cos(2k\pi)=1$, $k=0,1,2,3$, és $f(z)=\frac{1}{4}$ ha $w\in\bigcup_{k=0,1,2}[(2k+1)\pi,(2k+1)\pi+3\Delta]$, ugyanis $\cos((2k+1)\pi)=-1$, $k=0,1,2$. E két tartománynak diszjunktnak kell lennie, következésképpen $\Delta\le\frac{\pi}{3}$, ami – legalábbis ebben a modellben – megszorítást jelent az egyrészecskés detektálás/emisszió hatásfokra nézve: $S\le\frac{1}{6}$. Válasszuk a $\Delta=0.9\frac{\pi}{3}$ értéket, ekkor $S=15\%$.

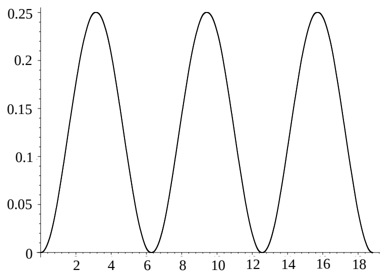


11.9. ábra. A *(11.17) integrálegyenlet numerikus megoldása az f függvényre nézve*

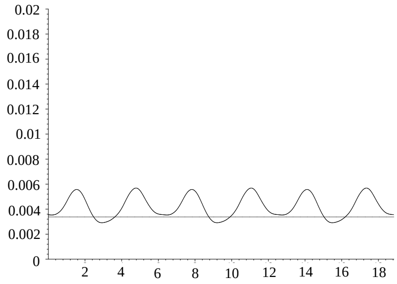
A (11.17) integrálegyenletet numerikusan oldhatjuk meg. A 11.9. és 11.10. ábra mutatja az egyenlet numerikus megoldását az f és ρ függvényekre nézve. A 11.11. ábra illusztrálja a megoldás pontosságát. A hármas detektálás/emisszió arány függ a fázisszögek összegétől. Ezt a függést mutatja a 11.12. ábra. A hármas detektálás hatásfokának minimális értéke – ebben a modellben – körülbelül 0.2%.



11.10. ábra. A *(11.17) integrálegyenlet numerikus megoldása a ρ függvényre nézve*



11.11. ábra. *Az ábra valójában két görbét ábrázol, melyek nagy pontossággal egybeesnek: az egyik* a *(11.17) egyenlet bal oldala a ρ és f függvényekre kapott numerikus megoldás behelyettesítése után, a másik az egyenlet jobb oldalán álló függvény*

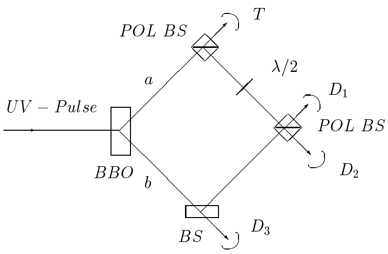


11.12. ábra. *A görbe a hármas detektálás hatásfokát mutatja $\alpha+\beta+\gamma$ függvényében. A vízszintes vonal a független detektálásoknak megfelelő $S^3 = 0.34\%$ értéket mutatja*

207. A 11.13. ábrán láthatjuk az Innsbruckban 1999-ben végzett kísérlet sematikus rajzát.[17] A nem lineáris kristályra (BBO) küldött UV impulzus kis valószínűséggel kettős párkeltést okoz. Az obszervációs ablakon belül ilyen módon keltett két pár megkülönböztethetetlen. Megmutatható, hogy ha a sokaságot arra a részsokaságra szűkítjük le, amikor a T, D_1, D_2, D_3 detektorok mindegyike megszólal, a rendszer a következő kvantumállapottal írható le:

$$\underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|H\rangle_1 \otimes |H\rangle_2 \otimes |V\rangle_3 + |V\rangle_1 \otimes |V\rangle_2 \otimes |H\rangle_3\right)}_{\Psi_{GHZ}} \otimes |H\rangle_T$$

ahol $|H\rangle_T$ a T detektorhoz érkező foton állapotát jelöli. E kvantumállapot egy olyan négy-foton rendszert jelent, amely egy GHZ állapotú összefonódott három-foton rendszerből és egy negyedik, független fotonból áll. Feltételezhetjük tehát, hogy az a statisztika, melyet a négyes detektálás kondíciója mellett veszünk fel, megegyezik azzal, amit a D_1, D_2 és D_3 detektoroknál történő szimultán hármas detektálásra történő kondicionálással kapnánk.



11.13. ábra. *Térszerűen szeparált fotonok GHZ-típusú összefonódott állapotának demonstrálására szolgáló kísérleti elrendezés*

A mi szempontunkból az a fontos, hogy minden olyan további, a GHZ korrelációkat tesztelő mérés, amely a GHZ állapotok fent leírt preparációjára épül, eleve olyan statisztikát eredményez, amely a hármas detektálásra vett kondicionálás melletti részsokaságra vonatkozik. Ezért minden ilyen további kísérlet kezelhető a fentiekben leírt lokális rejtettparaméteres modellel.

208. Ezzel bebizonyítottuk, hogy az EPR- és a GHZ-probléma is feloldható. A konkrét modelleknek minden bizonnyal semmiféle fizikai relevanciájuk nincs. Nem is ezzel a szándékkal mutattuk be őket. A lényeg, e modellek puszta létezésének ténye, mellyel bebizonyítottuk, hogy *nem igaz*, hogy a kvantummechanikában lenne elég empirikusan alátámasztott okunk azt állítani, hogy sérül a lokális realizmus, hogy más elvek – mint például a lokalitás – feladása nélkül nem lehet a világ rejtetten determinisztikus, hogy a kvantumjelenségekben megnyilvánuló valószínűségi jelleg ne lenne episztemikusan értelmezhető, hogy a kvantumjelenségek általában ne lennének beágyazhatóak egy lokális, determinisztikus és markovi világba.

Láttuk, hogy – szemben bizonyos érvelésekkel – a relativitáselmélet négydimenziós relativisztikus téridő-beszédéből nem vonhatók le olyan messze ható konklúziók,

[17] Bouwmeester *et al.* 1999.

hogy az indeterminizmus kizárható lenne. Most a végére értünk a kvantumelméletre vonatkozó analízisünknek, s beláttuk, hogy a kvantummechanika nem zárja ki a determinizmust. Ezzel a determinizmus-indeterminizmus kérdését újból megnyitottuk. Helytelen lenne azonban azt mondanunk, hogy „visszautaltuk a problémát a metafizikának”. Ezzel indokolatlan határt húznánk a fizikai és a metafizikai kérdések közé. Csak kérdések vannak, és hogy megválaszoljuk őket, nem válogathatunk az eszközökben.

Bibliográfia

Accardi, L. (1984): The probabilistic roots of the quantum mechanical paradoxes, in: *The Wave-Particle Dualism*, S. Diner et al. (eds.), D. Reidel, Dordrecht.

Accardi, L. (1988): Foundations of quantum mechanics: a quantum probabilistic approach, in: *The Nature of Quantum Paradoxes*, G. Tarrozzi and A. Van Der Merwe (eds.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Andréka, H., Németi, I. és Madarász, J. X. (1999): Logical analysis of special relativity theory, in: *Essays Dedicated to Johan van Benthem on the Occasion of his 50th Birthday*, Gerbrandy, J., Marx, M., de Rijke, M. and Venema, Y. (eds.), Amsterdam University Press, Vossiuspers.

Arntzenius, F. (1997): Transition chances and causation, *Pacific Philosophical Quarterly* **78**, 149.

Aspect, A., Grangier, P. és Roger, G. (1981): Experimental Test of Realistic Local Theories via Bell's Theorem, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460.

Balázs László Kristóf és E. Szabó László (2004): „Semmiben nem nyújt új vagy más leírást a térről és az időről" – beszélgetés a relativitáselméletről, *Beszélő*, január, 75.–88. o.

Ballentine, Leslie E. (1970): The statistical interpretation of quantum mechanics, *Rev. Mod. Phys.* **42**, 358.

Ballentine, Leslie E. (1990): *Quantum Mechanics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Bana, G. és Durt, T. (1997): Proof of Kolmogorovian Censorship, *Found. Phys.* **27**, 1355.

Bell, J. S. (1967): On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox, *Physics* **1**, 195. (Újraközölve: Bell 1987, 15. o.)

Bell, J. S. (1982): On the impossible pilot wave, *Foundations of Physics* **12**, 989. (Újraközölve: Bell 1987, 166. o.)

Bell, J. S. (1987): *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Belnap, N. (1992): Branching space-time, *Synthese* **92**, 385.

Belnap, N. és Green, M., (1994): Indeterminism and The Thin Red Line, in: *Philosophical Perspectives 8: Philosophy of Language & Logic*, James E. Tomberlin (ed.), Ridgeview Press, Ascadero CA.

Belnap, N. és Szabó, L. E. (1996): Branching Space-time analysis of the GHZ theorem, *Foundations of Physics* **26**, 989.

Beltrametti, E. G. and Maczynski, M. J. (1991): On a characterization of classical and nonclassical probabilities, *J. Math. Phys.*, **32**. 1280.

Bene, Gy. (1997): Quantum reference systems: a new framework for quantum mechanics, *Physica* **A 242**, 529.

Bennett, J. (1988): *Events and their Names*, Hackett Publishing Company, Indianapolis–Cambridge.

Birkhoff, G. és von Neumann, J. (1936): The logic of quanttum mechanics, *Ann. Math.* **37**, 823.

Bohm. D. (1952a): A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of 'Hidden' Variables, I. II., *Phys. Rev.* **85**, 166-179, 180-193.

Bohm. D. (1952b): Reply to Criticism of a Causal Re-interpretation of the Quantum theory, *Phys. Rev.* **87**, 389.

Bohm, D. és Aharonov, Y. (1957): Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky, *Phys. Rev.* **108**, 1070.

Bohm, D. és Hiley, B. J. (1993): *The Undivided Universe*, Routledge, London.

Bouwmeester, D., Pan, J., Daniell, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A. (1999) Observation of Three-Photon Greenberger–Horne–Zeilinger Entanglement, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1345.

Brans, C. H. (1988): Bell's theorem does not eliminate fully causal hidden variables, *International J. of Theoretical Physics* **27**, 219.

Bridgman, P. (1927): *The Logic of Modern Physics*, MacMillan, New York.

Butterfield, J. (1989): A space-time approach to the Bell inequality, in: *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, J. Cushing and E. McMullin (eds.), University of Notre Dame Press, Notre Dame.

Campbell, K. (1976): *Metaphysics: an introduction*, Encino, Dickenson.

Cartwright, N. (1987): How to tell a common cause: Generalization of the conjunctive fork criterion, in: *Probability and Causality*, J. H. Fetzer (ed.), D. Reidel, Dordrecht.

Chalmers, D. J. (1996): *The Conscious Mind*, Oxford University Press, Oxford.

Churchland, Patricia Smith (1998): Brainshy: Non-neural theories of conscious experience, in: *Toward a Science of Consciousness II: The 1996 Tucson Discussions and Debates*, S. Hameroff, A. Kaszniak, A. Scott (eds.) MIT Press, Cambridge MA.

Clauser, J. F. és Shimony, A. (1978): Bell's Theorem: Experimental Test and Implications, *Reports on Progress in Physics* **41**, 1881.

Craig, W. L. (1988): Barrow and Tipler on the Anthropic Principle vs. Divine Design, *The British Journal for the Philosophy of Science* **38**, 389.

Cushing, J. T. (1994): *Quantum Mechanics – Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony*, The University of Chicago Press, Chicago–London.

Dawkins, R. (1995): *Folyam az Édenkertből*, Kulturtrade Kiadó, Budapest.

Dummett, M. (2000): *A metafizika logikai alapjai*, Osiris, Budapest.

Earman, J. (1986): *A Primer on Determinism*, D. Reidel, Dordrecht.

Earman, J. és Salmon, W. (1992): The Confirmation of Scientific Hypotheses, in: *Introduction to Philosophy of Science*, M. H. Salmon, *et al.* (eds.), Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Eddington, A. (1935): *A természettudomány új útjai*, Franklin, Budapest.

Einstein, A. (1949): Remarks concenrning the essays brought together in this cooperative volume, *Albert Einstein philosopher-scientist*, P. A. Schilpp (ed.), The library of the living philosophers, Vol. 7. Evanston, Illionis, 665-688. o. (Oroszul: A. Einstein, Szobranije naucsnih trudov, Nauka, Moszkva 1967, 4. k., 294-315. o.)

Einstein, A., Podolsky, B. és Rosen, N. (1935): Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?, *Phys. Rev.* **47**, 777. (Magyarul: A. Einstein, *Válogatott tanulmányok*, Gondolat, Budapest 1971, 167. o.)

Fáy Gy. és Tőrös R. (1978): *Kvantumlogika*, Gondolat, Budapest

Feyerabend, P. (1994): Milyen lesz a tudományfilozófia 2001-ben?, in: *A későújkor józansága I. – Olvasókönyv a tudományos-technikai világfelszámolás tudatosítása köréből,* Tillmann J. A. (szerk.), Göncöl Kiadó, Budapest.

Feynman, R. P., Leighton, R. B. és Sands, M. (1970): *Mai fizika*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Fine, A. (1982): Some local models for correlation experiments, *Synthese* **50**, 279.

Fine, A. (1986): *The Shaky Game – Einstein, realism and the Quantum Theory*, The University of Chicago Press, Chicago.

Fine, A. (1991): Inequalities for Nonideal Correlation Experiments, *Foundations of Physics* **21**, 365.

Fine, A. (1993): Indeterminism and the Freedom of the Will, in: *Philosophical Problems of the Internal and External World – Essays on the Philosophy of Adolf Grünbaum*, J. Earman, A. I. Janis, G. J. Massey, N. Rescher (eds.), University of Pittsburgh Press / Universitätsverlag Konstanz, Pittsburgh.

Friedman, M. (1983): *Foundations of Space-Time Theories – Relativistic Physics and Philosophy of Science*, Princeton University Press, Princeton.

Fröhlich, H. (1968): Long range coherence and energy storage in biological systems, *Int. J. Quantum Chem.* **2**, 6419.

Garg, A. és Mermin, N. D. (1987): Detector inefficiencies in the Einstein-Podolsky-Rosen experiment, *Phys. Rev.* **D 35**, 3831.

Gleason, A. M. (1957): Measures on the closed subspaces of a Hilbert space, *J. of Math. and Mech.* **6**, 885.

Gorelik, G. J. (1987): *Miért háromdimenziós a tér*, Gondolat, Budapest.

Greenberger, D. M., Horne, M. A., Shimony, A. és Zeilinger, A. (1990): Bell's theorem without inequalities, *Am. J. Phys.* **58**, 1131.

Grünbaum, A. (1972): Free Will and Laws of Human Behaviour, in: *New Readings in Philosophical Analysis*, H. Feigl, W. Sellars, K. Lehrer (eds.), Appleton-Century-Crofts.

Grünbaum, A. (1974): *Philosophical Problems of Space and Time*, Boston Studies in the Philosophy of Science, Vol. XII. (R. S. Cohen and M. W. Wartofsky, eds.) D. Reidel, Dordrecht.

Grünbaum, A. (1976a): Is falsifiability the touchstone of scientific rationality? Karl Popper versus inductivism, in: *Essays in Memory of Imre Lakatos*, R. S. Cohen *et al.* (eds.), D. Reidel, Dordrecht.

Grünbaum, A. (1976b): Is the Method of Bold Conjectures and Attempted Refutations *Justifiably* the Method of Science?, *The British Journal for the Philosohy of Science* **27**, 105.

Gudder, S. (1988): *Quantum probability*, Academic Press, Boston.

Gyenis, B. és Rédei, M. (2002): When can statistical theories be causally closed?, előkészületben.

Hameroff, S. (1998): More Neural Than Thou, in: *Toward a Science of Consciousness II: The 1996 Tucson Discussions and Debates*, S. Hameroff, A. Kaszniak, A. Scott (eds.) MIT Press, Cambridge MA.

Hawking, S. W. és Ellis, G. F. R. (1973): *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge Univrsity Press, Cambridge.

Hellman, G. (1980): Quantum Logic and Meaning, *Philosophy of Science Association (of America)* **2**, 493.

Hempel, C. G. (1965): Studies in the Logic of Confirmation, in: *Aspects of Scientific Explanation*, The Free Press, New York. (Magyarul: Tanulmányok a konfirmáció logikájáról, ford. Kampis Gy., in: *Tudományfilozófia szöveggyűjtemény*, Forrai G. és Szegedi P. (eds.), Áron Kiadó, Budapest 1999).

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L. E. (1999): On Reichenbach's common cause principle and Reichenbach's notion of common cause, *The British Journal for the Philosophy of Science* **50**, 377.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L. E. (2000): Reichenbach's Common Cause Principle: Recent Results and Open Questions, *Reports on Philosophy* **20**, 85.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L. E. (2002): Common-causes are not common common-causes, *Philosophy of Science*, megjelenés alatt.

Holland, P. R. (1993): *The Quantum Theory of Motion – An Account of the de Broglie-Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics*, Cambridge University Press.

Hooker, C. A. (ed.) (1975): *Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics* Vol. I, D. Reidel, Dordrecht.

Hooker, C. A. (ed.) (1979): *Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics* Vol. II, D. Reidel, Dordrecht.

Honderich, T. (1993): *How Free Are You? The Determinism Problem*, Oxford University Press, Oxford.

Honderich, T. (2001): Determinism's Consequences – The Mistakes of Compatibilism and Incompatibilism, and What Is To Be Done Now, előadás, *International Interdisciplinary Workshop on Determinism*, Ringberg Castle, Rottach-Egern, Germany, June 4 - 8, 2001.

Hraskó P. (1984): A Bell-egyenlőtlenség, *Fizikai Szemle* 1984. évf. 7. szám. Újraközölve, in: Hraskó P., *A könyvtár foglya*, Typotex, Budapest 2001, 195. o.

Hume, D. (1748): *An Enquiry Concerning Human Understanding*

Huoranszki F. (2001): *Modern metafizika*, Osiris Kiadó, Budapest.

Jauch, I. M. és Piron, C. (1963): Can Hidden Variables be Excluded in Quantum Mechanics?, *Helv. Phys. Acta.* **36**, 827.

Jánossy, L. (1969): *Relativitáselmélet és fizikai valóság*, Gondolat, Budapest.

Jánossy, L. (1973): *Relativitáselmélet a fizikai valóság alapján*, Akadémiai Kiadó, Budapest.

Kochen, P. és Specker, E. (1967): The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, *Journal of Mathematics and Mechanics* **17**, 59. Újraközölve, in: Hooker (1975).

Landau, L. D. és Lifsic, E. M. (1974): *Elméleti fizika*, Tankönyvkiadó, Budapest.

Larsson, J-Å. (1998): Necessary and sufficient detector-efficiency conditions for the Greenberger–Horne–Zeilinger paradox, *Phys. Rev.* **A57**, R3145.

Larsson, J-Å. (1999a): Detector efficiency in the Greenberger–Horne–Zeilinger paradox: Independent errors, *Phys. Rev.* **A59**, 4801.

Larsson, J-Å. (1999b): Modeling the singlet state with local variables, *Phys. Lett.* **A256**, 245.

Larsson, J-Å. (1999c): Modeling the Singlet State with Local Variables, *Physics Letters* **A256**, 245.

Lánczos, K. (1976): *A geometriai térfogalom fejlődése*, Gondolat, Budapest.

Lewis, D. (1973): *Counterfactuals*, Basil Blackwell, Oxford.

Lewis, D. (1986): Causality, in: *Philosophical Papers II.*, Oxford University Press, Oxford.

Libet, B., Wright, E. W. Jr, Feinstein, B. and Pearl, D. K. (1979): Subjective referral of the timing for a conscious sensory experience, *Brain* **102**, 193.

Lockwood, M. (1989): *Mind, Brain & the Quantum – The Compound 'I'*, Basil Blackwell, Oxford.

MacKay, D. (1967): *Freedom of action in a mechanical* universe, Cambridge University Press, Cambridge.

Mackie, J. L. (1974): *The Cement of the Universe*, Clarendon Press, Oxford.

Madarász, J. X. (2002): *Logic and relativity (in the light on definability theory)*. PhD Dissertation, Eötvös University, Budapest.

Maudlin, T. (1994): *Quantum Non-Locality and Relativity – Metaphysical Intimations of Modern Physics*, Aristotelian Society Series, Vol. 13, Blackwell, Oxford.

Maxwell, N. (1985): Are probabilism and special relativity incompatible?, *Philosophy of Science* **52**, 23.

McTaggart, J. M. E. (1908): The Unreality of Time, *Mind* **17**, 457.

McTaggart, J. M. E. (1993): The Unreality of Time, in: *The Philosophy of Time* (Oxford Readings in Philosophy), R. Le Poidevin, M. MacBeath (eds.), Oxford University Press, Oxford. (Eredeti mű: *The Nature of Existence*, 33. fejezet, Cambridge University Press, Cambridge 1927.)

Mellor, D. H. (1981): *Real Time*, Cambridge University Press, Cambridge & New York.

Mellor, D. H. (1995): *The Facts of causation*, Routledge, London

Mellor, D. H. (1998): *Real Time II.*, Routledge, London.

Menzies, P. (1987): Probabilistic Causation and Causal Processes: A Critique of Lewis, *Philosophy of Science* **56**, 642.

Misner, C. W. és Wheeler, J. A. (1957): *Ann. Phys. (USA)* **2**, 525.

Misner, C. W., Thorne, K. S. and Wheeler, J. A. (1973): *Gravitation*, W. H. Freeman & Co., San Francisco.

Neumann J. (1980): *A kvantummechanika matematikai alapjai*, Akadémiai Kiadó, Budapest. (Az eredeti német kiadás 1932-ben jelent meg.)

Novobátzky, K. (1964): *A relativitás elmélete*, 3. kiadás, Tankönyvkiadó, Budapest.

Novobátzky, K. (1967): Bevezetés, in: A. Einstein, *A speciális és általános relativitás elmélete*, 3. kiadás, Gondolat, Budapest.

Nozick, R. (1969): Newcomb's Problem and Two Principles of Choice, in: *Essays on Honor of Carl G. Hempel*, N. Rescher et al. (edt.), D. Reidel, Dordrecht.

Parfit, D. (1987): *Reasons and Persons*, Oxford University Press, Oxford.

Park, J. L. és Margenau, H. (1968): Simultaneous Measurability in Quantum Theory, *Int. J. Theoretical Physics* **1**, 211.

Park, J. L. és Margenau, H. (1971): The Logic of Noncommutability of Quantum-Mechanical Operators–and Its Empirical Consequences, in: *Perspectives in Quantum Theory – Essays in Honor of Alfred Landé*, W. Yourgrau és A. van der Merwe (eds.), The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Penrose, R. (1993): *A császár új elméje – Számítógépek, gondolkodás és a fizika törvényei*, Akadémia Kiadó, Budapest.

Penrose, R. (1994): *Shadows of the Mind – A Search for the Missing Science of Consciousness*, Oxford University Press, Oxford.

Penrose, R. (1997): *The Large, the Small and the Human Mind*, Cambridge University Press, Cambridge.

Pitowsky, I. (1989): *Quantum Probability – Quantum Logic*, Lecture Notes in Physics **321**, Springer, Berlin.

Placek, T. (2000): *Is Nature Deterministic?*, Jagellonian University Press, Krakow.

Poicaré, H. (1952): *Science and Hypothesis*, Dover, Ney York. (Az eredeti francia kiadás 1902-ben jelent meg.)

Popper, K. (1960): The Propensity Interpretation of Probability, *The British J. of Phil. of Science* **10**, 25.

Popper, K. R. (1963): *Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge*, Routledge & Kegan Paul, London.

Popper, K. R. (1988): *The Open Universe - An Argument for Indeterminism*, Hutchinson, London.

Prior, A. N. (1993): Change in Events and Change in Things, in: *The Philosophy of Time* (Oxford Readings in Philosophy), R. Le Poidevin, M. MacBeath (eds.), Oxford University Press, Oxford. (Eredeti mű, in: *Papers on Time and Tense*, Clarendon Press, Oxford.)

Putnam, H. (1967): Time and physical geometry, *The Journal of Philosophy* **64**, 240.

Putnam, H. (1979): Is logic empirical?, in: Hooker 1979.

Pták, P. és Pulmannová, S. (1991): *Othomodular Structures as Quantum Logic*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Redhead, M. (1987): *Incompleteness, Nonlocality and Realism – A Prolegomenon to the Philosophy of Quantum Mechanics*, Clarendon Press, Oxford.

Redhead, M. (1995): *From Physics to Metaphysics*, Cambridge University Press.

Rédei, M. (1995): *Introduction to quantum logic*, Eötvös University Press, Budapest

Rédei, M. (1996): Why John von Neumann did not like the Hilbert space formalism of quantum mechanics (and what he liked instead), *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* **27**, 493.

Rédei, M. (1998): *Quantum Logic in Algebraic Approach* (Fundamental Theories of Physics Vol. 91), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Rédei, M. (1999): 'Unsolved Problems of Mathematics' J. von Neumann's address to the International Congress of Mathematicians, Amsterdam, September 2-9, 1954, *The Mathematical Intelligencer* **21**, 7.

Rédei, M. (2001): John von Neumann's concept of quantum logic and quantum probability, in: *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*, M. Rédei, M. Stoeltzner (szerk.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Rédei, M. (2002): Reichenbach's Common Cause Principle and quantum correlations, in: *Modality, Probability and Bell's Theorems*, J. Butterfield and T. Placek (eds.) Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Rédei, M. and Summers, S. J. (2002): Local Primitive Causality and the Common Cause Principle in quantum field theory, *Foundations of Physics* **32**, 335.

Reichenbach, H. (1944): *Philosophical foundations of quantum mechanics*, University of California Press, Los Angeles.

Reichenbach, H. (1951): *The Rise of Scientific Philosophy*, University of California Press, Los Angeles.

Reichenbach, H. (1956): *The Direction of Time*, University of California Press, Berkeley.

Rietdijk, C. W. (1966): A rigorous proof of determinism derived from the special theory of relativity, *Philosophy of Science* **33**, 341.

Rietdijk, C. W. (1976): Special relativity and determinism, *Philosophy of Science* **43**, 598.

Russell, B. (1976): *Miszticizmus és logika és egyéb tanulmányok*, Magyar Helikon, Budapest.

Salmon, W. C. (1977): The Philosophical Significance of the One-Way Speed of Light, *Noûs* **11**, 253.

Salmon, W.C. (1978): Why ask „Why?”?, *Proceedings and Addresses of the American Philosophical Association* **51**, 683.

Salmon, W. C. (1980): Probabilistic Causality, *Pacific Philosophical Quarterly* **61**, 50.

Salmon, W. C. (1984): *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton University Press, Princeton.

Searle, J. R. (2000): Consciousness, Free Action and the Brain, *Journal of Consciousness Studies* **7**, 3.

Sharp, W. D. és Shank, N. (1985): Fine's prism models for quantum correlation statistics, *Philosophy of Science* **52**, 538.

Shimony, A. (1984): Contextual hidden variable theories and Bell's inequalities, *The British Journal for the Philosophy of Science* **35**, 25. (Újraközölve, in: Shimony 1993b).

Shimony, A. (1993a): *Search for a Naturalistic World View, Volume I: Scientific method and epistemology*, Cambridge University Press, Cambridge.

Shimony, A. (1993b): *Search for a Naturalistic World View, Volume II: Natural science and metaphysics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Skyrms, B. (1984): EPR: Lessons for metaphysics, *Midwest Studies in Philosophy* **9**, 245.

Sober, E. (1988): The Principle of the Common Cause, in: *Probability and Causality*, J. Fetzer (ed.), Reidel, Dordrecht.

Spohn, W. (1991): On Reichenbach's Principle of the Common Cause, in: *Logic, Language and the Structure of Scientific Theories*, W. Salmon and G. Wolters (eds.), University of Pittsburgh Press, Pittsburh.

Stapp, H. (1993): *Mind, Matter, and Quantum Mechanics*, Springer-Verlag Telos, Berlin.

Stein, H. (1991): On relativity theory and openness of future, *Philosophy of Science* **58**, 147.

Strauss, M. (1937): Mathematics as logical syntax — A method to formalize the language of a physical theory, *Erkenntnis* **7**, 147.

Suppes, P. 1970]: *A Probabilistic Theory of Causality*, North-Holland, Amsterdam.

Suppes, P. (1990): Probabilistic causality in quantum mechanics, *Journal of Statistical Planning and Inference* **25**, 293.

Suppes, P. és Zanotti, M. (1981): When are probabilistic explanations possible?, *Synthese* **48**, 191.

Swinburne, R. (1968): *Space and Time*, Macmillan, London.

Swinburne, R. (1990): Argument from the fine-tuning of the universe, in: *Physical cosmology and philosophy*, J. Leslie (Ed.), Collier Macmillan, New York.

Swinburne, R. (1998): *Van Isten?*, Kossuth Kiadó, Budapest.

Szabó, L. E. (1982): Geometrodynamics in Multidimensional Unified Theory, *Gen. Rel. Grav.* **14**, 77.

Szabó, L. E. (1982): Geometrodynamics of Wormholes, *Circolo Matematico di Palermo* II. No. 2., 267.

Szabó, L. E. (1993): On the real meaning of Bell's theorem, *Foundations of Physics Letters* **6**, 191.

Szabó, L. E. (1995): Is quantum mechanics compatible with a deterministic universe? Two interpretations of quantum probabilities, *Foundations of Physics Letters* **8**, 421.

Szabó, L. E. (1998): Quantum structures do not exist in reality, *International J. of Theoretical Physics* **37**, 449.

Szabó, L. E. (2000a): On an attempt to resolve the EPR–Bell paradox via Reichenbachian concept of common cause, *International J. of Theoretical Physics* **39**, 911.

Szabó, L. E. (2000b): On Fine's resolution of the EPR–Bell problem, *Foundations of Physics* **30**, 1891.

Szabó, L. E. (2001): Critical reflections on quantum probability theory, in: *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*, M. Rédei, M. Stoeltzner (eds.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Szabó, L. E. (2002): A matematika-filozófiai formalizmus találkozása az elmefilozófiai fizikalizmussal, előadás, *X. MAKOG, Észlelés, szimbólum, tudat: A magyar kognitív tudomány tíz éve*, 2002. január 28-30., Visegrád.

Szabó, L. E. és Fine, A. (2002): A local hidden variable theory for the GHZ experiment, *Physics Letters* **A295**, 229.

Szabó, L. E. (2003): Formal System as Physical Objects: A Physicalist Account of Mathematical Truth, *International Studies in the Philosophy of Science*, **17**, pp. 117 – 125.

Szabó, L. E. (2004a): On the meaning of Lorentz covariance, *Foundations of Physics Letters* (forthcoming).

Szabó, L. E. (2004b): Does special relativity theory tell us anything new about space and time? (http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00001321)

Uffink, J. (1990): *Measures of Uncertainty and the Uncertainty Principle*, PhD dissertation, University of Utrecht, Utrecht.

Uffink, J. (1994): The Joint Measurement Problem, *International J. of Theoretical Physics* **33**, 199.

Van Fraassen, B.C. (1977): The pragmatics of explanation, *American Philosophical Quarterly* **14**, 143.

Van Frassen, B.C. (1982): Rational belief and the common cause principle, in: *What? Where? When? Why?*, R. McLaughlin (ed.), D. Reidel, Dordrecht.

Van Fraassen, B.C. (1989): The Charybdis of Realism: Epistemological Implications of Bell's Inequality, in: *Philosophical Consequences of Quantum Theory*, J. Cushing and E. McMullin (eds.), University of Notre Dame Press, Notre Dame.

Van Fraassen, B.C. (1991): *Quantum Mechanics – An Empiricist View*, Clarendon Press, Oxford.

Wald, R. M. (1984): *General Relativity*, University of Chicago Press, Chicago and London.

Wang, H. (1995): Time in philosophy and physics: from Kant and Einstein to Gödel, *Synthese* **102**, 215.

Wheeler, J. A. (1962): *Geometrodynamics*, Academic Press, New York.

Wigner, J. (1972): *Szimmetriák és reflexiók – Válogatott tanulmányok*, Gondolat, Budapest.

Winnie, J. A. (1970): Special relativity without one-way velocity assumptions, Part I and II, *Philos. Sci.* **37**, 81 and 223.

Yang, C. N. és Mills, R. L. (1954): Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance, *Phys. Rev.* **96**, 191.

Weihs, G., Jennewin, T. Simon, C, Weinfurter, H. és Zeilinger, A. (1998): Violation of Bell's Inequality under Strict Einstein Locality Conditions, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039.

Zeilinger, A., Horne, M. A., Weinfurter, H. és Żukowski, M. (1997): Three-Particle Entanglements from Two Entangled Pairs, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3031.

Név- és tárgymutató