

# Mi történe, ha komolyan vennénk előfeltevéseinket?

Mihálydeák Tamás

## 1. Bevezetés

Az előadás főbb részei felfűzhetőek egyetlen kérdésre: a logikai rendszerek sokaságában vannak-e olyan közös jegyek, amelyek akár előfeltevésként, akár eredményként összekötik őket? Persze mindannyian fel tudunk sorolni ilyen sajátosságokat, de vajon értjük is azt, hogy ezek az előfeltevések miként sorolják egyetlen közös családba a különböző rendszereket? Azt is mondhatom, hogy egy meglehetősen önző szándék vezet: meg akarom érteni azt, amit a logikusok, a matematikusok a logikában csinálnak. Meggyőződésem ugyanis, hogy az előfeltevések megértése közelebb visz nemcsak a logikai rendszerek természetének feltárásához, hanem azok valódi alkalmazásaihoz is.

Az előadás az alábbi részekre tagolódik:

1. A Frege-Husserl triád
2. Általános formális rendszerek
3. Tarskiánus és husserliánus modellek
4. Tárgyszintű azonosság
5. Kompozicionalitás
6. Általános logikai rendszerek

## 2. A Frege-Husserl triád

A modern szimbolikus logika kezdetét jelentő munkájában Gottlob Frege nagyon pontosan ragadta meg logikai rendszerének egyik legfőbb újdonságát:

„Úgy vélem, hogy a logikát már ezen fogalomírás feltalálása is előmozdította. Remélem, hogy a logikusok, ha nem riadnak vissza az idegenszerűség első benyomásától, nem tagadják meg egyetértésüket azoktól a újításoktól, amelyekre engem a tárgyban benne rejlő szükségyszerűség készített. Ezek az eltérések a megszokottól abban lelik igazolásukat, hogy a logika mindeddig még túl szorosan kapcsolódott a nyelvhez és a nyelvtanhoz. Különösen a szubjektum és a predikátum fogalmának az *argumentum*, illetve a *függvény* fogalmával való helyettesítését vélem maradandónak. Könnyű felismerni, hogy a tartalomnak egy argumentum függvényeként való felfogása mily fogalomalkotóan hat.” (G. Frege: Fogalomírás, 18. o.)

A Frege-idézetben megjelenő funktor–argumentum felbontás elméleti szerepének feltárása végighúzódik az egész előadáson. Először azokat az elveket vesszük sorra, amelyek szükségesek ahhoz, hogy a funktor–argumentum felbontás képes legyen megalapozni egy logikai rendszert. Három egymástól nem független elv (a Frege–Husserl triád) feszíti ki azt a teret, amelyben a funktor–argumentum felbontás a maga teljességében (és a maga korlátozottságában) működni képes:

- A kontextualitás elve
- A kompozicionalitás elve
- A kategoricitás elve

A kontextualitás elve Frege következő megfogalmazásához nyúlik vissza:

„a szavak jelentésére mondatok összefüggésében, nem pedig őket elkülönítve kell rákérdezni” (G. Frege: Az aritmetikai alapjai, 19. o.)

Mai megfogalmazásban az elv mindennek előtt azt jelenti, hogy egy mondat értelmessége teszi értelmessé (jelentéssel bíróvá) a mondatot alkotó részeket (szavakat). Azaz a mondat értelmessége, jelentéssel bíró mivolta jelentést kölcsönöz alkotórészeinek. Ez utóbbiak jelentése természetesen nem (vagy legalábbis nemcsak) önmagában érdekes, hanem abban a vonatkozásban is, hogy miként épül fel egy mondatjelentés a részek jelentéséből.

A triád második komponense, a kompozicionalitás elve, éppen azt próbálja rögzíteni, hogy miként jönnek létre a mondatjelentések, sőt általánosabban fogalmazva az összetett kifejezések jelentései. Egy összetett kifejezés jelentését a részek jelentése és az összetétel módja határozza meg — szól az egyik leginkább közkeletű megfogalmazás.

Jogosan vetődik fel a kérdés, hogy döntően a jelentések terében mozgó két elvet, a kontextualitás elvét és a kompozicionalitás elvét miként lehet összekapcsolni a funktor–argumentum felbontással. Erre szolgál a triád harmadik komponense, a kategoricitás Husserltől származtatott elve: Az elv lényegében azt mondja ki, hogy a jelentések terének is van egy kategóriális felosztása, lehetséges szemantikai kategóriákat létrehozni, mégpedig a jelentések viselkedése (más jelentésekkel való összekapcsolhatósága) alapján.

A Frege–Husserl triád alapján a továbbiakban azzal a kérdéssel foglalkozunk, hogy a funktor–argumentum felbontás által létrehozott szintaktikai rendszer miként hozható kapcsolatba a kontextualitás, és a kategoricitás által létrehozott szemantikai térrel. A kapcsolatot természetesen a kompozicionalitás jelenti.

### 3. Általános formális rendszerek

Ebben a részben definiáljuk azokat az eszközöket, amelyek a lehető legáltalánosabban megjelenítik a funktor–argumentum felbontást, és lehetőséget adnak a Frege–Husserl triád érvényesülésére is.

A szintaktikai rendszerünk nagy hasonlóságot mutat a típuselméleti nyelvekhez. Pusztán azt kívánom megjegyezni, hogy nem kell meghozni olyan alapvető döntéseket, amelyeket a legtöbb esetben olyannyira kézenfekvőnek tekintenek, hogy nem ismerik fel a döntés mögött meghúzódó előfeltevéseket. Mindenekelőtt arra kívánok utalni, hogy az alaptípusok specifikálására nincs szükség rendszerünkben, pusztán a kontextualitás elve miatt azt kötjük ki, hogy a mondatok kategóriája alapkategória legyen.

A rendszer szemantikai felépítésében, a modell fogalmának a megadásában sem kényszerítünk ki korlátozó döntéseket, csak a kompozicionalitás elvének érvényesülésére vigyázunk. Talán nem felesleges megemlíteni, hogy az általunk választott úton meg kell engednünk a parciális modelleket is. A parciális modellek teszik lehetővé azt, hogy az adott keretekben a lehető legáltalánosabban feszítsük ki a szemantikai teret. Nemcsak a parciálitás megengedése, hanem a szemantikai értékek határozatlan volta is az általánosság garanciája. Az alaptípus(ok)hoz rendelt szemantikai mezőről, a megfelelő kifejezések lehetséges szemantikai értékéről csak annyit tételezünk fel, hogy a megfelelő tartomány(ok) nem üres(ek). Egyszerűen fogalmazva nem mondjuk meg, nem akarjuk megmondani (s sajnos nem is tudjuk megmondani), hogy például mi egy mondat jelentése (szemantikai értéke). Csak annyit tételezünk fel, hogy vannak olyan nem specifikált objektumok, amelyek mondatok jelentései lehetnek.

A bevezetett különböző szinonimafogalmak teszik lehetővé a legáltalánosabb vizsgálatokat. Ezek metaszinten fejeznek ki bizonyos tulajdonságokat: például azt, hogy két kifejezés ugyanabba a szintaktikai kategóriába tartozik, vagy például azt, hogy két kifejezésnek egy adott szemantikai interpretációban ugyanaz a szemantikai értéke.

## 4. Tarskiánus és husserliánus modellek

A funktor–argumentum felbontásra, mint szintaktikai vezérlő elvre támaszkodó rendszer és a hozzá kompozicionálisan kapcsolódó szemantikai rendszer viselkedésének vizsgálatához szükségünk van a kifejezések egy új típusú osztályozására, a szemantikai kategória fogalmának bevezetésére. A szemantikai kategóriák értelmezése A. Tarski munkásságához köthető. Ez az osztályozás a kifejezések szemantikai értékei szerint csoportosítja magukat a kifejezéseket (természetesen egy adott modellben felvett szemantikai értékeket vesszük figyelembe). Szemléletesen azt mondhatjuk, hogy két kifejezés pontosan akkor tartozik ugyanabba szemantikai kategóriába (egy adott modellben), ha pontosan ugyanazokkal a kifejezésekkel alkotnak értelmes kifejezéseket.

Nemcsak a szemantikai kategória bevezetése tulajdonítható Tarskinak, hanem egy nagyon fontos, a kifejezések viselkedésére vonatkozó elv is. Ez a nagyon szigorú elv alapelve a szemantikai kategóriák elméletének. Szemléletesen azt mondja ki, hogy a szemantikai kategóriák szemantikai értelemben homogének, ami lényegében azt jelenti, hogy a szemantikai kategóriák vizsgálata során mód van arra, hogy úgy jellemezzük a kategóriába tartozó kifejezések szemantikai viselkedését, hogy egy tetszőleges elemet választunk reprezentatív elemnek. Azo-

kat a modelleket, amelyekben teljesül Tarski alapelve tarskiánus modelleknek nevezzük. Általános megközelítésünk általánosságát jelzi az is, hogy Tarski alapelve nem teljesül minden modellben.

Alapvető kérdésünk az, hogy vajon melyek azok a modellek, amelyek tarskiánusak. Bizonyítjuk a tarskiánus modellek karakterisztikus tételét, amely szerint egy modell akkor és csak akkor tarskiánus, ha a szemantikai kategóriák által generált szinonimitás egybeesik a szintaktikai értelemben vett szinonimitással. Egy másik fontos tételt is bizonyítunk, amely szerint a totális (nem parciális) modellek Tarskiánusak. Ez utóbbi állításunk egy kicsit alátámasztja Tarski alapelvét, hisz az ő vizsgálataiban a parcialitás, mint lehetőség nem jelenik meg.

A szemantikai kategóriák vizsgálatának másik aspektusát adja annak a viszony az elemzése, amely a szemantikai kategóriák és a kifejezések által felvett szemantikai értékek rendszere között áll fenn. Egy modellt akkor nevezünk husserliánusnak, ha bármely két egyező szemantikai értékű kifejezés ugyanazon szemantikai kategóriába tartozik. Azt is mondhatjuk, hogy husserliánus modellek esetén egy kifejezés a szemantikai viselkedését jellemző szemantikai kategóriáját a kifejezés szemantikai értéke egyértelműen meghatározza.

A husserliánus modellek jellemzéséhez bizonyítanunk kell azt, hogy a kompozicionalitás elvének egyik legszigorúbb változata, a felcserélhetőség elvéként emlegetett változat érvényesül ezekben a modellekben. A husserliánus modellek karakterisztikus tétele pedig azt mondja ki, hogy azok és csak azok a modellek husserliánusak, amelyekben korlátlanul teljesül a felcserélhetőség elve. A szigorú értelemben vett husserliánus modellek értelmezése után bebizonyítjuk azt a tételt is, amely szerint egy modell akkor és csak akkor husserliánus, ha van szigorú husserliánus bővítése.

## 5. Tárgyszintű azonosság

Az eddigiek során az azonosság csak metaszinten jelent meg. Vizsgálataink során metaszinten fejeztük ki azt, hogy két kifejezésnek megegyezik a szemantikai értéke. Természetesen felmerül az a kérdés, hogy vajon módunk van-e az azonosság tárgyszintű kifejezésére. A kérdésre adandó válasz triviálisan igen. De mit jelent ez az igen, milyen következményei vannak az igen válasznak? Itt is arra törekedtünk, hogy lehetőség szerint minden lépésünket explicitté tegyük, ne ugorjunk át egyetlen elméleti szempontból jelentős lépcsőfokot sem. Első lépésként azzal kell szembe néznünk, hogy nem feltétlenül van olyan szemantikai értékünk, amely akár egy teljesülő, akár egy nem teljesülő azonossági mondathoz hozzárendelhető. Egyszerűbben fogalmazva azt mondhatjuk, hogy sem az 'igaz' sem a 'hamis' nem (feltétlenül) jelent meg eddig szemantikai értéként, a mondatok lehetséges értékeként. Az természetesen egy megengedhetetlenül nagy lépés lenne, ha a mondatok lehetséges szemantikai értékének tartományát leszűkítenénk az igaz és hamis értékeket tartalmazó halmazra. Éppen ezért egy új alapkategóriát vezetünk be, az azonossági mondatok kategóriáját. Az azonossági mondatok esetén már mondhatjuk azt, hogy ezek csak kétféle sze-

mantikai értékkel rendelkezhetnek, vagy teljesülnek vagy nem, vagy igazak vagy nem igazak azaz hamisak. Az azonossági mondatok kategóriája természetesen önálló életre kell, és azt is mondhatjuk, hogy az azonossági mondatok kapcsán megjelent valami olyasmi (t.i. az igazságérték), aminek a törvényszerűségeivel a logika foglalkozik. Eszközeinkkel arra is lehetőségünk van, hogy az azonossági mondatokra értelmezzük a szokásos logikai műveleteket.

Itt szembesülünk egy nagyon egyszerű, de talán éppen egyszerűségénél fogva nagyon fontos kérdéssel: Mi a kapcsolat a mondatok és az azonossági mondatok szemantikai értékei között? Vagy másként megfogalmazva: A mondatoknak van-e, lehet-e olyan szemantikai értéke, mint az azonossági mondatoknak? A kérdés megfogalmazása logikafilozófiai elemzéseket igényel.

## 6. Kompozicionalitás

Az előzőekben felvetett kérdés logikafilozófia szempontból úgy is megfogalmazható, hogy vajon a szemantikai értékek rendszere homogén-e abban az értelemben hogy csak egy fajta értéket (például jelentést, vagy például faktuális értéket) tartalmaz, vagy egyszerre jelen lehet mindkét fajta érték. Persze erre a kérdésre is jól ismert a válasz, a modális logikától az intenzionális logikáig sok olyan rendszer ismert, amely valamilyen módon kezeli mindkét fajta értéket. Vizsgálataink során sokkal inkább arra voltunk kíváncsiak, hogy a kompozicionalitás miként épül be a többkomponensű rendszerekbe.

## 7. Általános logikai rendszerek

Végezetül eljutottunk addig, hogy általános rendszerünk különböző komponenseinek meghatározásával különböző logikai rendszereket kaphatunk. Triviális esetként kapjuk meg a szokásos extenzionális típuselméleti logikát. Az igazi kérdés azonban az, hogy miképpen lehet formálisan szabatos módon megragadni a kétkomponensű szemantikában megjelenő különböző fajtájú szemantikai értékeket. Ez egy olyan eszköz bevezetésével történik, amelynek szabatos megragadása régóta kérdése az elméleti vizsgálatoknak. A kontextus fogalmának a bevezetésére utalok. Felfogásunkban a kontextus nem más mint kapcsolat a különböző fajtájú szemantikai értékek között. A kontextusnak egy meghatározott függvényként való felfogása nagyon messzire vezet. Ezen a ponton jól érzékelhető az a nagymértékű leegyszerűsítés, ami a lehetséges világ szemantikát jellemzi az általában vett kontextusok megragadásában.