

Ramsey logicizmusa – folytatás

Áttekintés

Máté András

2025. november 26.

- Atomi proposíció: tulajdonság/reláció neve összekapcsolva megfelelő számú individuumnévvel.

- Atomi propozíció: tulajdonság/reláció neve összekapcsolva megfelelő számú individuumnévvel.
- Igazság lehetőség: atomi propozíciók egy halmaza.

- Atomi propozíció: tulajdonság/reláció neve összekapcsolva megfelelő számú individuumnévvel.
- Igazságlehetőség: atomi propozíciók egy halmaza.
- Atomi propozíciók igazságfüggvénye: igazságlehetőségek egy halmaza.

- Atomi propozíció: tulajdonság/reláció neve összekapcsolva megfelelő számú individuumnévvel.
- Igazságlehetőség: atomi propozíciók egy halmaza.
- Atomi propozíciók igazságfüggvénye: igazságlehetőségek egy halmaza.
- Tautológia: az összes igazságlehetőség halmaza, ellentmondás: üres halmaz.

- Atomi propozíció: tulajdonság/reláció neve összekapcsolva megfelelő számú individuumnévvel.
- Igazságlehetőség: atomi propozíciók egy halmaza.
- Atomi propozíciók igazságfüggvénye: igazságlehetőségek egy halmaza.
- Tautológia: az összes igazságlehetőség halmaza, ellentmondás: üres halmaz.
- Logicizmus új alakja: a matematika tautológiákból építhető fel.

- Atomi propozíció: tulajdonság/reláció neve összekapcsolva megfelelő számú individuumnévvel.
- Igazságlehetőség: atomi propozíciók egy halmaza.
- Atomi propozíciók igazságfüggvénye: igazságlehetőségek egy halmaza.
- Tautológia: az összes igazságlehetőség halmaza, ellentmondás: üres halmaz.
- Logicizmus új alakja: a matematika tautológiákból építhető fel.
- Az elágaztatott típuselméletet mint típusok és rendek rendszerét rekonstruálja. Ebből a matematikához a rendek feleslegesek.

Ramsey további ellenvetései Russell logikájával szemben

Ha két szimbólumhoz igazságlehetőségeknek ugyanazon halmaza tartozik, akkor azok ugyanannak a propozíciónak a megjelenítései.

Elemi propozíció (Russell): véges számú atomi propozíció igazságfüggvénye.

Ha két szimbólumhoz igazságlehetőségeknek ugyanazon halmaza tartozik, akkor azok ugyanannak a propozíciónak a megjelenítései.

Elemi propozíció (Russell): véges számú atomi propozíció igazságfüggvénye.

Az „elemi” jelző a szimbólumra és nem a propozícióra vonatkozik. Megeshet, hogy ugyanannak a propozíciónak egyes megjelenítései elemiek, mások nem azok.

Ha két szimbólumhoz igazságlehetőségeknek ugyanazon halmazához tartozik, akkor azok ugyanannak a propozíciónak a megjelenítései.

Elemi propozíció (Russell): véges számú atomi propozíció igazságfüggvénye.

Az „elemi” jelző a szimbólumra és nem a propozícióra vonatkozik. Megeshet, hogy ugyanannak a propozíciónak egyes megjelenítései elemiek, mások nem azok.

Pl.

$$F(a), \quad \exists x(F(x) \wedge x = a)$$

Függvények függvényei: az értéktartomány

Függvények függvényei: az értéktartomány

Propozicionális függvény (újradefiniálva): olyan $\phi(\hat{x}, \hat{y} \dots)$ szimbólum, amely propozíciót eredményez, ha a változó(k) helyére tetszőleges individuum(ok) nevét helyettesítjük.

Függvények függvényei: az értéktartomány

Propozicionális függvény (újradefiniálva): olyan $\phi(\hat{x}, \hat{y} \dots)$ szimbólum, amely propozíciót eredményez, ha a változó(k) helyére tetszőleges individuum(ok) nevét helyettesítjük.

Egy propozicionális függvény bármely individuumhoz propozíciót rendel – akkor is, ha nem rendelkezünk szimbólummal mindegyik propozícióhoz.

Függvények függvényei: az értéktartomány

Propozicionális függvény (újradefiniálva): olyan $\phi(\hat{x}, \hat{y} \dots)$ szimbólum, amely propozíciót eredményez, ha a változó(k) helyére tetszőleges individuum(ok) nevét helyettesítjük.

Egy propozicionális függvény bármely individuumhoz propozíciót rendel – akkor is, ha nem rendelkezünk szimbólummal mindegyik propozícióhoz.

Legyen $f(\hat{\phi}\hat{x})$ individuumok függvényei egy függvényének szimbóluma. Mik a ϕ függvényváltozó lehetséges értékei? Mit jelent $\forall \phi f(\phi\hat{x})$?

Függvény itt mindig propozicionális függvényt jelent,
és az egyváltozós esetre szorítkozunk.

Függvények függvényei: az értéktartomány

Propozicionális függvény (újradeфиниálva): olyan $\phi(\hat{x}, \hat{y} \dots)$ szimbólum, amely propozíciót eredményez, ha a változó(k) helyére tetszőleges individuum(ok) nevét helyettesítjük.

Egy propozicionális függvény bármely individuumhoz propozíciót rendel – akkor is, ha nem rendelkezünk szimbólummal mindegyik propozícióhoz.

Legyen $f(\hat{\phi}\hat{x})$ individuumok függvényei egy függvényének szimbóluma. Mik a ϕ függvényváltozó lehetséges értékei? Mit jelent $\forall \phi f(\phi\hat{x})$?

Függvény itt mindig propozicionális függvényt jelent,
és az egyváltozós esetre szorítkozunk.

Függvények függvényei: az értéktartomány

Propozicionális függvény (újradeфинiálva): olyan $\phi(\hat{x}, \hat{y} \dots)$ szimbólum, amely propozíciót eredményez, ha a változó(k) helyére tetszőleges individuum(ok) nevét helyettesítjük.

Egy propozicionális függvény bármely individuumhoz propozíciót rendel – akkor is, ha nem rendelkezünk szimbólummal mindegyik propozícióhoz.

Legyen $f(\hat{\phi}\hat{x})$ individuumok függvényei egy függvényének szimbóluma. Mik a ϕ függvényváltozó lehetséges értékei? Mit jelent $\forall \phi f(\phi\hat{x})$?

Függvény itt mindig propozicionális függvényt jelent,
és az egyváltozós esetre szorítkozunk.

Russell: Az értéktartomány a $\hat{\phi}\hat{x}$ helyére helyettesíthető, bizonyos módon konstruált kifejezésekből áll.

Függvények függvényei: az értéktartomány

Propozicionális függvény (újradefiniálva): olyan $\phi(\hat{x}, \hat{y} \dots)$ szimbólum, amely propozíciót eredményez, ha a változó(k) helyére tetszőleges individuum(ok) nevét helyettesítjük.

Egy propozicionális függvény bármely individuumhoz propozíciót rendel – akkor is, ha nem rendelkezünk szimbólummal mindegyik propozícióhoz.

Legyen $f(\hat{\phi}\hat{x})$ individuumok függvényei egy függvényének szimbóluma. Mik a ϕ függvényváltozó lehetséges értékei? Mit jelent $\forall \phi f(\phi\hat{x})$?

Függvény itt mindig propozicionális függvényt jelent,
és az egyváltozós esetre szorítkozunk.

Russell: Az értéktartomány a $\hat{\phi}\hat{x}$ helyére helyettesíthető, bizonyos módon konstruált kifejezésekből áll.

Ramsey: itt a gyökere a reducibilitás problémájának.

Az értéktartományba tartozó függvényeket attól függetlenül kell jellemezni, hogy hogyan fejezzük ki őket (ha egyáltalán kifejezhetők).

Az értéktartományba tartozó függvényeket attól függetlenül kell jellemezni, hogy hogyan fejezzük ki őket (ha egyáltalán kifejezhetők).

Az igazságfüggvény fogalma kiterjeszthető a propozíciókról a propozicionális függvényekre ugyanezen az (extenzionális) módon.

Az értéktartományba tartozó függvényeket attól függetlenül kell jellemezni, hogy hogyan fejezzük ki őket (ha egyáltalán kifejezhetők).

Az igazságfüggvény fogalma kiterjeszthető a propozíciókról a propozicionális függvényekre ugyanezen az (extenzionális) módon.

Egy függvény atomi, hha egy atomi propozícióból néhány individuumnév változóval való helyettesítése útján áll elő.

Az értéktartományba tartozó függvényeket attól függetlenül kell jellemezni, hogy hogyan fejezzük ki őket (ha egyáltalán kifejezhetők).

Az igazságfüggvény fogalma kiterjeszthető a propozíciókról a propozicionális függvényekre ugyanezen az (extenzionális) módon.

Egy függvény atomi, hha egy atomi propozícióból néhány individuumnév változóval való helyettesítése útján áll elő.

Egy függvény predikatív_{Ramsey}, ha olyan argumentumok igazságfüggvénye, amelyek mind vagy atomi függvények, vagy propozíciók.

Körkörösség és hibás kör

Körköröség és hibás kör

Ramsey predikatív függvényei zártak a logikai műveletekre, beleértve a kvantifikációt.

Körköröség és hibás kör

Ramsey predikatív függvényei zártak a logikai műveletekre, beleértve a kvantifikációt.

Az univerzális kvantifikációt (végtelen) logikai szorzatként, azaz konjunkcióként értjük, az egzisztenciális kvantifikáció logikai összeg.

Körköröség és hibás kör

Ramsey predikatív függvényei zártak a logikai műveletekre, beleértve a kvantifikációt.

Az univerzális kvantifikációt (végtelen) logikai szorzatként, azaz konjunkcióként értjük, az egzisztenciális kvantifikáció logikai összeg.

Pl. az alábbi definíció megengedett, és individuumok predikatív függvényét adja meg:

$$F\hat{x} =: \forall \phi f(\phi\hat{z}, \hat{x})$$

Körkörösség és hibás kör

Ramsey predikatív függvényei zártak a logikai műveletekre, beleértve a kvantifikációt.

Az univerzális kvantifikációt (végtelen) logikai szorzatként, azaz konjunkcióként értjük, az egzisztenciális kvantifikáció logikai összeg.

Pl. az alábbi definíció megengedett, és individuumok predikatív függvényét adja meg:

$$F\hat{x} =: \forall \phi f(\phi\hat{z}, \hat{x})$$

f az alkalmazás függvényét jelöli. A kvantifikáció tartományába itt az egy individuumváltozós propozicionális függvények tartoznak, tehát F maga is benn van. Körkörösség?

Körkörösség és hibás kör

Ramsey predikatív függvényei zártak a logikai műveletekre, beleértve a kvantifikációt.

Az univerzális kvantifikációt (végtelen) logikai szorzatként, azaz konjunkcióként értjük, az egzisztenciális kvantifikáció logikai összeg.

Pl. az alábbi definíció megengedett, és individuumok predikatív függvényét adja meg:

$$F\hat{x} =: \forall \phi f(\phi\hat{z}, \hat{x})$$

f az alkalmazás függvényét jelöli. A kvantifikáció tartományába itt az egy individuumváltozós propozicionális függvények tartoznak, tehát F maga is benn van. Körkörösség?

Ramsey: igen, de nem hibás. Az Fa propozíció, F értéke valamely a individuumra az összes ϕa alakú propozíció konjunkciója, beleértve magát Fa -t. Nem hivatkoztunk olyan osztályra, amelynek F egy eleme, csak az osztály elemeire.

Heterologikus

Heterologikus

Legen R a jelölés relációjának neve, azaz R az a reláció, amelyben a ' ϕ ' szimbólum áll a $\phi\hat{x}$ függvénynel. Definiáljuk az alábbi H propozicionális függvényt:

$$H(x) \Leftrightarrow x \text{ heterologikus} \Leftrightarrow \exists \phi (xR(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi x)$$

Heterologikus

Legen R a jelölés relációjának neve, azaz R az a reláció, amelyben a ' ϕ ' szimbólum áll a $\phi\hat{x}$ függvénynel. Definiáljuk az alábbi H propozicionális függvényt:

$$H(x) \Leftrightarrow x \text{ heterologikus} \Leftrightarrow \exists \phi (xR(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi x)$$

A heterologikus-paradoxon levezetése:

Legyen R a jelölés relációjának neve, azaz R az a reláció, amelyben a ' ϕ ' szimbólum áll a $\phi\hat{x}$ függvénynel. Definiáljuk az alábbi H propozicionális függvényt:

$$H(x) \Leftrightarrow x \text{ heterologikus} \Leftrightarrow \exists \phi (xR(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi x)$$

A heterologikus-paradoxon levezetése:

- 1 H predikatív függvénye x -nek.

Legyen R a jelölés relációjának neve, azaz R az a reláció, amelyben a ' ϕ ' szimbólum áll a $\phi\hat{x}$ függvénnel. Definiáljuk az alábbi H propozicionális függvényt:

$$H(x) \Leftrightarrow x \text{ heterologikus} \Leftrightarrow \exists \phi (xR(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi x)$$

A heterologikus-paradoxon levezetése:

- 1 H predikatív függvénye x -nek.
- 2 A 'heterologikus' szó H -t jelöli, azaz az R relációban áll H -val.

Legyen R a jelölés relációjának neve, azaz R az a reláció, amelyben a ' ϕ ' szimbólum áll a $\phi\hat{x}$ függvénynel. Definiáljuk az alábbi H propozicionális függvényt:

$$H(x) \Leftrightarrow x \text{ heterologikus} \Leftrightarrow \exists \phi (xR(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi x)$$

A heterologikus-paradoxon levezetése:

- ① H predikatív függvénye x -nek.
- ② A 'heterologikus' szó H -t jelöli, azaz az R relációban áll H -val.
- ③ H ('heterologikus')
 $\Leftrightarrow \exists \phi ('heterologikus'R(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi 'heterologikus')$

Legen R a jelölés relációjának neve, azaz R az a reláció, amelyben a ' ϕ ' szimbólum áll a $\phi\hat{x}$ függvénnel. Definiáljuk az alábbi H propozicionális függvényt:

$$H(x) \Leftrightarrow x \text{ heterologikus} \Leftrightarrow \exists \phi (xR(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi x)$$

A heterologikus-paradoxon levezetése:

- ① H predikatív függvénye x -nek.
- ② A 'heterologikus' szó H -t jelöli, azaz az R relációban áll H -val.
- ③ $H(\text{'heterologikus'})$
 $\Leftrightarrow \exists \phi (\text{'heterologikus'}R(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi \text{'heterologikus'})$
- ④ De az egzisztenciális kvantor hatókörében levő konjunkció igaz, hha a ϕ változó értékének H -t vesszük, tehát

Legyen R a jelölés relációjának neve, azaz R az a reláció, amelyben a ' ϕ ' szimbólum áll a $\phi\hat{x}$ függvényen. Defináljuk az alábbi H propozicionális függvényt:

$$H(x) \Leftrightarrow x \text{ heterologikus} \Leftrightarrow \exists \phi (xR(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi x)$$

A heterologikus-paradoxon levezetése:

- ① H predikatív függvénye x -nek.
- ② A 'heterologikus' szó H -t jelöli, azaz az R relációban áll H -val.
- ③ $H(\text{'heterologikus'})$
 $\Leftrightarrow \exists \phi (\text{'heterologikus'}R(\phi\hat{x}) \wedge \neg \phi \text{'heterologikus'})$
- ④ De az egzisztenciális kvantor hatókörében levő konjunkció igaz, hha a ϕ változó értékének H -t vesszük, tehát
- ⑤ $H(\text{'heterologikus'}) \Leftrightarrow \neg H(\text{'heterologikus'})$

A heterologikus-paradoxon kiküszöbölése

A heterologikus-paradoxon kiküszöbölése

A *Principia* logikájában a levezetés (4) lépését megakadályozza, hogy H nem tartozik a ϕ változó értéktartományába (hanem egy magasabb rendbe).

A heterologikus-paradoxon kiküszöbölése

A *Principia* logikájában a levezetés (4) lépését megakadályozza, hogy H nem tartozik a ϕ változó értéktartományába (hanem egy magasabb rendbe).

Ramsey: A (2) lépés nem érvényes. H nem jelöli azon az egyszerű módon a heterologikus-függvényt, ahogy egy elemi függvény-szimbólum a függvényt.

A heterologikus-paradoxon kiküszöbölése

A *Principia* logikájában a levezetés (4) lépését megakadályozza, hogy H nem tartozik a ϕ változó értéktartományába (hanem egy magasabb rendbe).

Ramsey: A (2) lépés nem érvényes. H nem jelöli azon az egyszerű módon a heterologikus-függvényt, ahogy egy elemi függvény-szimbólum a függvényt.

Jelölje a $<$ szimbólum a kisebb, mint kétváltozós kijelentésfüggvényt. Akkor mi jelöli a $\exists y(\hat{x} < y)$ függvényt?

A heterologikus-paradoxon kiküszöbölése

A *Principia* logikájában a levezetés (4) lépését megakadályozza, hogy H nem tartozik a ϕ változó értéktartományába (hanem egy magasabb rendbe).

Ramsey: A (2) lépés nem érvényes. H nem jelöli azon az egyszerű módon a heterologikus-függvényt, ahogy egy elemi függvény-szimbólum a függvényt.

Jelölje a $<$ szimbólum a kisebb, mint kétváltozós kijelentésfüggvényt. Akkor mi jelöli a $\exists y(\hat{x} < y)$ függvényt?

A jelölés (denotálás) ilyen esetei bonyolultabbak és az R relációt nem lehet rájuk korrekt módon kiterjeszteni.

Típusok és rendek Ramsey szerint

Típusok és rendek Ramsey szerint

- 0 típus: individuumok

Típusok és rendek Ramsey szerint

- 0 típus: individuumok
- 1 típus: individuumok függvényei

Típusok és rendek Ramsey szerint

- 0 típus: individuumok
- 1 típus: individuumok függvényei
- 2 típus: individuumok függvényeinek függvényei, stb.

Típusok és rendek Ramsey szerint

- 0 típus: individuumok
- 1 típus: individuumok függvényei
- 2 típus: individuumok függvényeinek függvényei, stb.

Ez az egyszerű elmélet elég a logikai paradoxonok kiküszöböléséhez.

Típusok és rendek Ramsey szerint

- 0 típus: individuumok
- 1 típus: individuumok függvényei
- 2 típus: individuumok függvényeinek függvényei, stb.

Ez az egyszerű elmélet elég a logikai paradoxonok kiküszöböléséhez.

Felállíthatunk egymásik osztályozást, amely a propozíció, ill. függvény szimbólumában előforduló kötött változókat veszi tekintetbe. Ez a rendek hierarchiája (ld. múlt héten). Egy függvény rendje független a típusától (és a rend különben is a függvénykifejezéshez tartozik).

Típusok és rendek Ramsey szerint

- 0 típus: individuumok
- 1 típus: individuumok függvényei
- 2 típus: individuumok függvényeinek függvényei, stb.

Ez az egyszerű elmélet elég a logikai paradoxonok kiküszöböléséhez.

Felálllíthatunk egymásik osztályozást, amely a propozíció, ill. függvény szimbólumában előforduló kötött változókat veszi tekintetbe. Ez a rendek hierarchiája (ld. múlt héten). Egy függvény rendje független a típusától (és a rend különben is a függvénykifejezéshez tartozik).

A rendek segíthetnek abban, hogy a *jelöl*, *denotál* fogalmának pontos jelentést adjunk és így elkerüljük a szemantikai paradoxonokat.

Típusok és rendek Ramsey szerint

- 0 típus: individuumok
- 1 típus: individuumok függvényei
- 2 típus: individuumok függvényeinek függvényei, stb.

Ez az egyszerű elmélet elég a logikai paradoxonok kiküszöböléséhez.

Felállíthatunk egymásik osztályozást, amely a propozíció, ill. függvény szimbólumában előforduló kötött változókat veszi tekintetbe. Ez a rendek hierarchiája (ld. múlt héten). Egy függvény rendje független a típusától (és a rend különben is a függvénykifejezéshez tartozik).

A rendek segíthetnek abban, hogy a *jelöl*, *denotál* fogalmának pontos jelentést adjunk és így elkerüljük a szemantikai paradoxonokat.

Pl. a legkisebb, tizenkilenc szótagnál kevesebbel nem definiálható természetes szám paradoxonában olyan új definíciót adunk meg, amely magasabb rendbe tartozik, mint azok a definíciók, amelyekre hivatkozik.

Az axiómák

A Principia problematikus axiómái:

A *Principia* problematikus axiómái:

- Reducibilitás

A *Principia* problematikus axiómái:

- Reducibilitás
- Végtelenség

A *Principia* problematikus axiómái:

- Reducibilitás
- Végtelenség
- Multiplikatív (=kiválasztási) axióma: Nem üres halmazok bármely S rendszeréhez van olyan, a rendszeren definiált f függvény, hogy minden $s \in S$ -re $f(s) \in s$.

A *Principia* problematikus axiómái:

- Reducibilitás
- Végtelenség
- Multiplikatív (=kiválasztási) axióma: Nem üres halmazok bármely S rendszeréhez van olyan, a rendszeren definiált f függvény, hogy minden $s \in S$ -re $f(s) \in s$.

Reducibilitás: nem tautológia és nem ellentmondás, hanem empirikus állítás a világról.

A *Principia* problematikus axiómái:

- Reducibilitás
- Végtelenség
- Multiplikatív (=kiválasztási) axióma: Nem üres halmazok bármely S rendszeréhez van olyan, a rendszeren definiált f függvény, hogy minden $s \in S$ -re $f(s) \in s$.

Reducibilitás: nem tautológia és nem ellentmondás, hanem empirikus állítás a világról.

Kiválasztás: a *Principia* keretei között ez is empirikus. De Ramsey interpretációjában tautológia. Viszont nem szükségképpen bizonyítható.

Tekintsük a következő propozíció-sorozatot:

Tekintsük a következő propozíció-sorozatot:

- Van legalább egy individuum.

Tekintsük a következő propozíció-sorozatot:

- Van legalább egy individuum.
- Van legalább két individuum.
- ...

Tekintsük a következő propozíció-sorozatot:

- Van legalább egy individuum.
- Van legalább két individuum.
- ...
- Van legalább $\aleph_0$ individuum.

Tekintsük a következő propozíció-sorozatot:

- Van legalább egy individuum.
- Van legalább két individuum.
- ...
- Van legalább $\aleph_0$ individuum.
- Van legalább $\aleph_1$ individuum.
- ...

Tekintsük a következő propozíció-sorozatot:

- Van legalább egy individuum.
- Van legalább két individuum.
- ...
- Van legalább $\aleph_0$ individuum.
- Van legalább $\aleph_1$ individuum.
- ...

A sorozat mindegyik tagja vagy tautológia, vagy ellentmondás.
Nem tudjuk, hol kezdődnek az ellentmondások.

Tekintsük a következő propozíció-sorozatot:

- Van legalább egy individuum.
- Van legalább két individuum.
- ...
- Van legalább $\aleph_0$ individuum.
- Van legalább $\aleph_1$ individuum.
- ...

A sorozat mindegyik tagja vagy tautológia, vagy ellentmondás.
Nem tudjuk, hol kezdődnek az ellentmondások.

Tehát ha a végtelenségi axióma igaz, akkor tautológia, de nem lehet bizonyítani. Így posztulálni kell.

Egy kis áttekintés a fő kérdésekről

Mi okozta a paradoxonokat és hogyan válaszoljon rájuk a matematika?

Egy kis áttekintés a fő kérdésekről

Mi okozta a paradoxonokat és hogyan válaszoljon rájuk a matematika?

Logicizmus:

A matematika rekonstruálása (változatlan tartalommal) egy kijavított logikai elméletben.

Egy kis áttekintés a fő kérdésekről

Mi okozta a paradoxonokat és hogyan válaszoljon rájuk a matematika?

Logicizmus:

A matematika rekonstruálása (változatlan tartalommal) egy kijavított logikai elméletben.

Formalizmus:

Hagyjuk változatlanul a matematika eddigi fejezeteit, de bizonyítsuk a konzisztenciájukat egy szigorúan finit elméleten belül (korlátozott logika és aritmetika).

Egy kis áttekintés a fő kérdésekről

Mi okozta a paradoxonokat és hogyan válaszoljon rájuk a matematika?

Logicizmus:

A matematika rekonstruálása (változatlan tartalommal) egy kijavított logikai elméletben.

Formalizmus:

Hagyjuk változatlanul a matematika eddigi fejezeteit, de bizonyítsuk a konzisztenciájukat egy szigorúan finit elméleten belül (korlátozott logika és aritmetika).

Intuicionizmus:

Alkossunk új matematikát, intuitíve világos fogalmak és szigorúbb bizonyítási módszerek alapján.

Matematikai létezés: a logicista nézet(ek)

Matematikai létezés: a logicista nézet(ek)

Logicista: többnyire platonista. A matematika időtlen, nem-fizikai objektumokat ír le (számok, proposíciók és hasonlóak). Ezekről az objektumokról az értelem közvetlen, az érzéki tapasztalattól független ismeretekkel szolgál. De az elmétől függetlenül léteznek.

Matematikai létezés: a logicista nézet(ek)

Logicista: többnyire platonista. A matematika időtlen, nem-fizikai objektumokat ír le (számok, proposíciók és hasonlóak). Ezekről az objektumokról az értelem közvetlen, az érzéki tapasztalattól független ismeretekkel szolgál. De az elmétől függetlenül léteznek. Ez nagyjából a gyakorló matematikus hallgatólagos álláspontja.

Matematikai létezés: a logicista nézet(ek)

Logicista: többnyire platonista. A matematika időtlen, nem-fizikai objektumokat ír le (számok, proposíciók és hasonló). Ezekről az objektumokról az értelem közvetlen, az érzéki tapasztalattól független ismeretekkel szolgál. De az elmétől függetlenül léteznek. Ez nagyjából a gyakorló matematikus hallgatólagos álláspontja.

A Bécsi Kör (Carnap) az időtlen objektumok helyett a nyelvi konvencióra alapoz. Tehát az ellentmondástalanság elve nem azért igaz, mert ez a proposíciók ideális világának strukturális összefüggése, hanem mert a ‘nem’ és az ‘és’ szavakat így használjuk.

Matematikai létezés: a logicista nézet(ek)

Logicista: többnyire platonista. A matematika időtlen, nem-fizikai objektumokat ír le (számok, proposíciók és hasonló). Ezekről az objektumokról az értelem közvetlen, az érzéki tapasztalattól független ismeretekkel szolgál. De az elmétől függetlenül léteznek. Ez nagyjából a gyakorló matematikus hallgatólagos álláspontja.

A Bécsi Kör (Carnap) az időtlen objektumok helyett a nyelvi konvencióra alapoz. Tehát az ellentmondástalanság elve nem azért igaz, mert ez a proposíciók ideális világának strukturális összefüggése, hanem mert a ‘nem’ és az ‘és’ szavakat így használjuk.

Ez a váltás elérhetetlenné teszi Ramsey érvelését a kiválasztási és a végtelenségi axióma mellett.

Matematikai létezés: a formalista és az intuicionista nézet

Formalista: a matematikának nincsen sajátos tárgya, csak sajátos módszere, a formális levezetés. Az alkalmazhatóság a matematikán kívül eső kérdés, ezért az elméleteink objektumainak metafizikai természete irreleváns a matematika számára.

„A matematikában a létezés nem más, mint konzisztencia”
(Hilbert).

Matematikai létezés: a formalista és az intuicionista nézet

Formalista: a matematikának nincsen sajátos tárgya, csak sajátos módszere, a formális levezetés. Az alkalmazhatóság a matematikán kívül eső kérdés, ezért az elméleteink objektumainak metafizikai természete irreleváns a matematika számára.

„A matematikában a létezés nem más, mint konzisztencia”
(Hilbert).

Intuicionista: A matematikai objektumok (beleértve az igazságokat, bizonyításokat, stb.) attól léteznek, hogy megkonstruáljuk őket. Nem szabad matematikai objektumnak elfogadni, amit nem tudunk megkonstruálni, csak – többnyire indirekt úton – „bizonyítani” a létezését. A paradoxonok forrása az, hogy a matematika kilépett a konstruálhatóság keretei közül.

A logika és szerepe

A logika és szerepe

Logicista: Létezik egy igazi logika, és ennek kitüntetett szerepe van a matematika megalapozásában. A matematika megbízhatóságát a logikára kell alapozni.

A logika és szerepe

Logicista: Létezik egy igazi logika, és ennek kitüntetett szerepe van a matematika megalapozásában. A matematika megbízhatóságát a logikára kell alapozni.

Formalista: Minden formális elméletben vannak levezetési szabályok. Továbbá egyes axiómákat logikaiaknak nevezünk, de ennek oka a matematikán kívül esik. Rendszerint a klasszikus kétértékű logika valamilyen változatát használjuk, de ez nem szükségképpen van így. Különböző elméletek különböző logikát is használhatnak.

A logika és szerepe

Logicista: Létezik egy igazi logika, és ennek kitüntetett szerepe van a matematika megalapozásában. A matematika megbízhatóságát a logikára kell alapozni.

Formalista: Minden formális elméletben vannak levezetési szabályok. Továbbá egyes axiómákat logikaiaknak nevezünk, de ennek oka a matematikán kívül esik. Rendszerint a klasszikus kétértékű logika valamilyen változatát használjuk, de ez nem szükségképpen van így. Különböző elméletek különböző logikát is használhatnak.

Intuicionista: Van egyetlen igaz logika, de ebben nem lehet benne a kizárt harmadik (LEM), mint általános törvény.

A logika és szerepe

Logicista: Létezik egy igazi logika, és ennek kitüntetett szerepe van a matematika megalapozásában. A matematika megbízhatóságát a logikára kell alapozni.

Formalista: Minden formális elméletben vannak levezetési szabályok. Továbbá egyes axiómákat logikaiaknak nevezünk, de ennek oka a matematikán kívül esik. Rendszerint a klasszikus kétértékű logika valamilyen változatát használjuk, de ez nem szükségképpen van így. Különböző elméletek különböző logikát is használhatnak.

Intuicionista: Van egyetlen igaz logika, de ebben nem lehet benne a kizárt harmadik (LEM), mint általános törvény.

Brouwer a logikáról: „Az a nézet, hogy nincsenek meg nem tapasztalt igazságok, és a logika nem abszolút megbízható eszköz igazságok felfedezéséhez, a matematikában jóval később vált elfogadottá, mint a gyakorlati életben és a természettudományban.”