

Kondicionálisok és mindenféle következtetések

2026. október 02.

Kondicionális (ismétlés)

A feltételes ('ha-akkor') állítások *modellje*.

Kondicionális (ismétlés)

A feltételes ('ha-akkor') állítások *modellje*.
Igazságtáblázata:

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Kondicionális (ismétlés)

A feltételes ('ha-akkor') állítások *modellje*.
Igazságtáblázata:

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Azaz ebben az értelmezésben “Ha A, akkor B” csak annyit mond, hogy nem áll fenn egyszerre A és nem B.

Kondicionális (ismétlés)

A feltételes ('ha-akkor') állítások *modellje*.
Igazságtáblázata:

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Azaz ebben az értelmezésben “Ha A , akkor B ” csak annyit mond, hogy nem áll fenn egyszerre A és nem B .
Más elnevezés: (materiális) implikáció. Más jelölés: $\supset$.

A feltételes ('ha-akkor') állítások *modellje*.
Igazságtáblázata:

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Azaz ebben az értelmezésben "Ha A, akkor B" csak annyit mond, hogy nem áll fenn egyszerre A és nem B.
Más elnevezés: (materiális) implikáció. Más jelölés: $\supset$.
Mit kezdjünk a „csak akkor”-ral?

A legegyszerűbb igazságkonnektívum

A legegyszerűbb igazságkonnektívum

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy ...’ kifejezés?

A legegyszerűbb igazságkonnektívum

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy ...’ kifejezés?
Igazságkonnektívum-e?

A legegyszerűbb igazságkonnektívum

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy ...’ kifejezés?

Igazságkonnektívum-e?

Mi az igazságtáblázata?

A legegyszerűbb igazságkonnektívum

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy ...’ kifejezés?

Igazságkonnektívum-e?

Mi az igazságtáblázata?

A	Nem igaz, hogy A ($\neg A$)
1	0
0	1

A legegyszerűbb igazságkonnektívum

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy ...’ kifejezés?

Igazságkonnektívum-e?

Mi az igazságtáblázata?

A	Nem igaz, hogy A ($\neg A$)
1	0
0	1

$\neg A$ az A mondat negációja.

A legegyszerűbb igazságkonnektívum

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy ...’ kifejezés?

Igazságkonnektívum-e?

Mi az igazságtáblázata?

A	Nem igaz, hogy A ($\neg A$)
1	0
0	1

$\neg A$ az A mondat negációja.

Mi az összefüggés A és $\neg\neg A$ igazságértéke között?

A legegyszerűbb igazságkonnektívum

Konnektívum-e a ‘Nem igaz, hogy ...’ kifejezés?

Igazságkonnektívum-e?

Mi az igazságtáblázata?

A	Nem igaz, hogy A ($\neg A$)
1	0
0	1

$\neg A$ az A mondat negációja.

Mi az összefüggés A és $\neg\neg A$ igazságértéke között?

$$A \Leftrightarrow \neg\neg A$$

(a kettős negáció törvénye)

Craig felügyelő eseteiből

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

Egy kondicionális akkor és csak akkor hamis, ha a 'ha'-t követő tagmondat (előtag) igaz és az 'akkor'-t követő (az utótag) hamis.

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

Egy kondicionális akkor és csak akkor hamis, ha a 'ha'-t követő tagmondat (előtag) igaz és az 'akkor'-t követő (az utótag) hamis. Biztos, hogy egy feltételes kijelentés elutasításával állítjuk, hogy az előtag igaz és az utótag hamis?

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

Egy kondicionális akkor és csak akkor hamis, ha a 'ha'-t követő tagmondat (előtag) igaz és az 'akkor'-t követő (az utótag) hamis. Biztos, hogy egy feltételes kijelentés elutasításával állítjuk, hogy az előtag igaz és az utótag hamis?

Példa (Ch. S. Peirce nyomán):

A: Ha Smith bankár csődbe megy, akkor öngyilkos lesz.

B: Ez nem igaz!

Állította *B*, hogy Smith csődbe fog menni (és nem lesz öngyilkos)?

77. Az ostoba ügyvéd esete.

Ügyész: Ha a vádlott bűnös, akkor volt bűntársa.

Ügyvéd: Ez nem igaz!

Miért ostoba az ügyvéd?

Egy kondicionális akkor és csak akkor hamis, ha a ‘ha’-t követő tagmondat (előtag) igaz és az ‘akkor’-t követő (az utótag) hamis. Biztos, hogy egy feltételes kijelentés elutasításával állítjuk, hogy az előtag igaz és az utótag hamis?

Példa (Ch. S. Peirce nyomán):

A: Ha Smith bankár csődbe megy, akkor öngyilkos lesz.

B: Ez nem igaz!

Állította *B*, hogy Smith csődbe fog menni (és nem lesz öngyilkos)?

Valószínűleg azt akarta állítani, hogy *lehetséges, hogy* Smith egyszer csődbe megy és nem lesz öngyilkos. Azaz *A* feltételes állítását *szigorú kondicionálisként* értelmezte.

Két egyszerű eset

71. Kiraboltak egy áruházat. A zsákmányt autóval szállították el. Három gyanúsítottat – ismert bűnözőket – vittek be a Scotland Yardra: A -t, B -t és C -t. Nem tudjuk, hogy egy vagy több tettes volt-e, de a következőket tudjuk:

1. Hármukon kívül senki nem vehetett részt a rablásban.
2. C sosem dolgozik A (és esetleg más tettestársak) nélkül.
3. B nem tud autót vezetni.

A bűnös, vagy ártatlan?

72. Még egy rablás, megint három gyanúsított: A , B és C . A következők derültek ki:

1. Hármukon kívül senki nem vehetett részt a rablásban.
2. A sosem dolgozik legalább egy bűntárs nélkül.
3. C ártatlan.

B bűnös, vagy ártatlan?

Bíróági esetek a lovagok, lóköötők és normálisak szigetén

82. A vádlottról tudjuk, hogy nem normális. Egy mondatot mondhat a védelmére.

Vádlott: Aki ezt a bűntényt elkövette, lóköötő.

Jól védekezett?

87. Egy furcsa és bonyolult eset. A bíróságnak a következő információi vannak:

A vádlott, az ügyész és a védő közül az egyik lovag, egy másik lóköötő, a harmadik meg normális.

Ha a vádlott nem bűnös, akkor az ügyész vagy a védő a tettes.

A tettes nem lóköötő.

A következő állítások hangzanak el:

Vádlott: Ártatlan vagyok.

Védő: Védencem tényleg ártatlan.

Ügyész: Nem igaz, a vádlott bűnös.

Ebből mit tudtunk meg?

Craig nemcsak azt akarja kideríteni, hogy ki a tettes, hanem azt is, hogy a három főszereplő közül ki a lovag, ki a lóköttő és ki a normális. Annyi kérdést tesz föl, amennyi ehhez szükséges.

Megkérdezi az ügyészt: „Véletlenül nem Ön a bűnös?” Az ügyész válaszol.

Craig némi gondolkodás után megkérdezi a vádlottat: „Bűnös az ügyész?” A vádlott válaszol, és ebből Craig már mindent tud.

Ki a bűnös, ki a lovag, ki a lóköttő, ki a normális és mik voltak a válaszok?

Egy bizonytalan ügyész

84. Két vádlott van, X és Y , és egy ügyész, aki vagy lovag, vagy lóköltő. Az ügyész két állítása:

1. X bűnös.
2. Nem igaz, hogy X és Y is bűnös.

Mi az igazság?

84. Két vádlott van, X és Y , és egy ügyész, aki vagy lovag, vagy lóköltő. Az ügyész két állítása:

1. X bűnös.
2. Nem igaz, hogy X és Y is bűnös.

Mi az igazság?

85. Ugyanez a felállás, de az ügyész most a következőket mondja:

1. X vagy Y bűnös.
2. X nem bűnös.

Mi az igazság?

Logikai törvények I.: logikai ekvivalencia

113. A is, B is vagy lovag, vagy lókötő (egymástól függetlenül).

A : Ha B lovag, akkor én lókötő vagyok.

Miféle A és B ?

113. A is, B is vagy lovag, vagy lóköető (egymástól függetlenül).

A : Ha B lovag, akkor én lóköető vagyok.

Miféle A és B ?

114. X -et és Y -t rablással vádolják. Van két tanú, A és B , mindkettőjük vagy lovag, vagy lóköető.

A : Ha X bűnös, akkor Y is az.

B : X ártatlan, vagy Y bűnös.

Biztos-e, hogy A és B azonos típusú?

113. A is, B is vagy lovag, vagy lókötő (egymástól függetlenül).

A : Ha B lovag, akkor én lókötő vagyok.

Miféle A és B ?

114. X -et és Y -t rablással vádolják. Van két tanú, A és B , mindkettőjük vagy lovag, vagy lókötő.

A : Ha X bűnös, akkor Y is az.

B : X ártatlan, vagy Y bűnös.

Biztos-e, hogy A és B azonos típusú?

Ugyanazt állították, hiszen

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$$

113. A is, B is vagy lovag, vagy lóköető (egymástól függetlenül).

A : Ha B lovag, akkor én lóköető vagyok.

Miféle A és B ?

114. X -et és Y -t rablással vádolják. Van két tanú, A és B , mindkettőjük vagy lovag, vagy lóköető.

A : Ha X bűnös, akkor Y is az.

B : X ártatlan, vagy Y bűnös.

Biztos-e, hogy A és B azonos típusú?

Ugyanazt állították, hiszen

$$P \rightarrow Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$$

$\Leftrightarrow$ a logikai ekvivalencia jele. Akkor áll fenn, ha a két oldalon lévő mondatok (vagy sémák) igazságértéke megegyezik, akármi is legyen a részmondatok igazságértéke.

Logikai törvények 2.: Következtetési szabályok

Logikai törvények 2.: Következtetési szabályok

115. Megint a lovagok és lóköötők szigetén, három helybeli van jelen.

A : B lovag.

B : Ha A lovag, akkor C is.

Miféle A , B és C ?

115. Megint a lovagok és lókötők szigetén, három helybeli van jelen.

A: *B* lovag.

B: Ha *A* lovag, akkor *C* is.

Miféle *A*, *B* és *C*?

Ebben a feladatban egy $P \rightarrow Q$ alakú mondatról megtudtuk, hogy igaz (hiszen megtudtuk, hogy *B* lovag, és egy illet állított), és azt is megtudtuk, hogy *P* igaz (*A* lovag, hiszen igazat mondott azzal, hogy *B* lovag). Ebből rögtön tudtuk, hogy *Q* is igaz azaz *C* lovag.

Logikai törvények 2.: Következtetési szabályok

115. Megint a lovagok és lókötők szigetén, három helybeli van jelen.

A: *B* lovag.

B: Ha *A* lovag, akkor *C* is.

Miféle *A*, *B* és *C*?

Ebben a feladatban egy $P \rightarrow Q$ alakú mondatról megtudtuk, hogy igaz (hiszen megtudtuk, hogy *B* lovag, és egy illet állított), és azt is megtudtuk, hogy *P* igaz (*A* lovag, hiszen igazat mondott azzal, hogy *B* lovag). Ebből rögtön tudtuk, hogy *Q* is igaz azaz *C* lovag.

Tehát szimbólumokban kifejezve így következtettünk:

$$\{P \rightarrow Q, P\} \Rightarrow Q$$

115. Megint a lovagok és lóköötők szigetén, három helybeli van jelen.

A: *B* lovag.

B: Ha *A* lovag, akkor *C* is.

Miféle *A*, *B* és *C*?

Ebben a feladatban egy $P \rightarrow Q$ alakú mondatról megtudtuk, hogy igaz (hiszen megtudtuk, hogy *B* lovag, és egy illet állított), és azt is megtudtuk, hogy *P* igaz (*A* lovag, hiszen igazat mondott azzal, hogy *B* lovag). Ebből rögtön tudtuk, hogy *Q* is igaz azaz *C* lovag.

Tehát szimbólumokban kifejezve így következtettünk:

$$\{P \rightarrow Q, P\} \Rightarrow Q$$

$A \Rightarrow$ jelet megelőző mondatalmaz elemei a premisszák, az utána levő mondat a konklúzió.

Mi is az a helyes következtetés?

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

A fenti következtetési szabály a *modus ponens* vagy *leválasztási szabály*.

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

A fenti következtetési szabály a *modus ponens* vagy *leválasztási szabály*.

Két további következtetési szabály kondicionálissal:

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

A fenti következtetési szabály a *modus ponens* vagy *leválasztási szabály*.

Két további következtetési szabály kondicionálissal:

$$\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \Rightarrow A \rightarrow C \text{ (láncszabály)}$$

Indirekt úton lehet igazolni: tegyük fel, hogy a premisszák igazak és a konklúzió hamis. Ellentmondásra jutunk.

Mi is az a helyes következtetés?

Egy következtetés akkor és csak akkor helyes, ha bármilyen is legyen a szereplő részmondatok igazságértéke, amennyiben a premisszák igazak, igaz lesz a konklúzió is.

Egy következtetési szabály akkor érvényes, ha a benne szereplő mondatbetűk minden behelyettesítésével helyes következtetést kapunk.

A fenti következtetési szabály a *modus ponens* vagy *leválasztási szabály*.

Két további következtetési szabály kondicionálissal:

$$\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \Rightarrow A \rightarrow C \text{ (láncszabály)}$$

Indirekt úton lehet igazolni: tegyük fel, hogy a premisszák igazak és a konklúzió hamis. Ellentmondásra jutunk.

$$\{A \rightarrow B, \neg B\} \rightarrow \neg A \text{ (modus tollens)}$$

Következtetési szabályok (folytatás)

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat:

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat:

$$\{P, \neg(P \wedge Q)\} \Rightarrow \neg Q$$

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat:

$$\{P, \neg(P \wedge Q)\} \Rightarrow \neg Q$$

85. feladat:

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat:

$$\{P, \neg(P \wedge Q)\} \Rightarrow \neg Q$$

85. feladat:

$$\{P \vee Q, \neg P\} \Rightarrow Q$$

Következtetési szabályok (folytatás)

$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $A \Rightarrow B$ és $B \Rightarrow A$ is fennáll.

84. feladat:

$$\{P, \neg(P \wedge Q)\} \Rightarrow \neg Q$$

85. feladat:

$$\{P \vee Q, \neg P\} \Rightarrow Q$$

Két még triviálisabb következtetési szabály:

$$A \wedge B \Rightarrow A$$

$$A \Rightarrow A \vee B$$

Még egy pár kondicionális-feladat

109.

A : Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

Mit tudtunk meg ebből?

109.

A : Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

Mit tudtunk meg ebből?

110.

A : Ha lovag vagyok, megeshem a kalapomat.

Bizonyítandó, hogy A kénytelen megenni a kalapját.

109.

A : Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

Mit tudtunk meg ebből?

110.

A : Ha lovag vagyok, megeshem a kalapomat.

Bizonyítandó, hogy A kénytelen megenni a kalapját.

111.

A : Ha lovag vagyok, akkor kettő meg kettő az négy.

A lovag, vagy lóköető?

109.

A : Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

Mit tudtunk meg ebből?

110.

A : Ha lovag vagyok, megeszem a kalapomat.

Bizonyítandó, hogy A kénytelen megenni a kalapját.

111.

A : Ha lovag vagyok, akkor kettő meg kettő az négy.

A lovag, vagy lóköttő?

112. A állítólag ezt mondta:

Ha lovag vagyok, akkor kettő meg kettő az öt.

Mit mondjunk erre?

117. Tegyük fel, hogy valaki megkérdezi tőlem: „Tényleg igaz, hogy ha ön szereti Bettyt, akkor szereti Jane-t is?” Ezt válaszolom: „Ha igaz, akkor szeretem Bettyt.”

Következik ebből, hogy szeretem Bettyt? Következik ebből, hogy szeretem Jane-t?

117. Tegyük fel, hogy valaki megkérdezi tőlem: „Tényleg igaz, hogy ha ön szereti Bettyt, akkor szereti Jane-t is?” Ezt válaszolom: „Ha igaz, akkor szeretem Bettyt.”

Következik ebből, hogy szeretem Bettyt? Következik ebből, hogy szeretem Jane-t?

119. Most három lány van, Sue, Marcia és Dianne. A következőket tudjuk:

1. A három lány közül legalább egyet szeretek.
2. Ha Sue-t szeretem, de Diannet nem, akkor Marciát is szeretem.
3. Vagy Diannet is és Marciát is szeretem, vagy egyiküket sem.
4. Ha szeretem Diannet, akkor Sue-t is szeretem.

Melyik lányt szeretem?

Aranykeresés bikondicionálisokkal

122. Van-e arany ezen a szigeten? A lovagok és lóköttők egyik szigetről azt beszélnek, hogy valahol a szigeten arany van elásva. Ön megérkezik a szigetre, és megkérdezi az egyik bennszülöttet, A-t, hogy vajon van-e arany a szigeten. Ő a következő választ adja: „Akkor és csak akkor van arany a szigeten, ha lovag vagyok”.

A feladat két részből áll:

- a) Meg lehet mondani, hogy A lovag vagy lóköttő?
- b) Meg lehet mondani, hogy van-e arany a szigeten?

122. Van-e arany ezen a szigeten? A lovagok és lóköttők egyik szigetéről azt beszélik, hogy valahol a szigeten arany van elásva. Ön megérkezik a szigetre, és megkérdezi az egyik bennszülöttet, A-t, hogy vajon van-e arany a szigeten. Ő a következő választ adja: „Akkor és csak akkor van arany a szigeten, ha lovag vagyok”.

A feladat két részből áll:

- a) Meg lehet mondani, hogy A lovag vagy lóköttő?
- b) Meg lehet mondani, hogy van-e arany a szigeten?

Válaszolják meg otthon a következőt:

123. Kérdezzük meg A-tól: „Igaz-e, hogy akkor és csak akkor van arany a szigeten, ha Ön lovag?”

Ha igennel válaszol, akkor ez nem más, mint az előző feladat. És ha nemet mond? Meg tudjuk válaszolni a fenti a) és b) kérdéseket?